

## ESERCIZIO 1

## PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b**); utilizzando queste regole, conoscendo **[a,b]**, è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a**, **b**, **s**) applicando la regola 19 per dedurre **w**. La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo **[a,b]** e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da **[a,b]**. Il numero di elementi della lista si dice *lunghezza* del procedimento.

## PROBLEMA

Utilizzando le regole sopra riportate:

1. trovare la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **g** a partire da **[q,a]**;
2. trovare la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **f** a partire da **[a,b]**;
3. trovare la lista L3 che descrive il procedimento *più corto* per dedurre **q** a partire da **[a,b]**.

Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare.

L1	
L2	
L3	

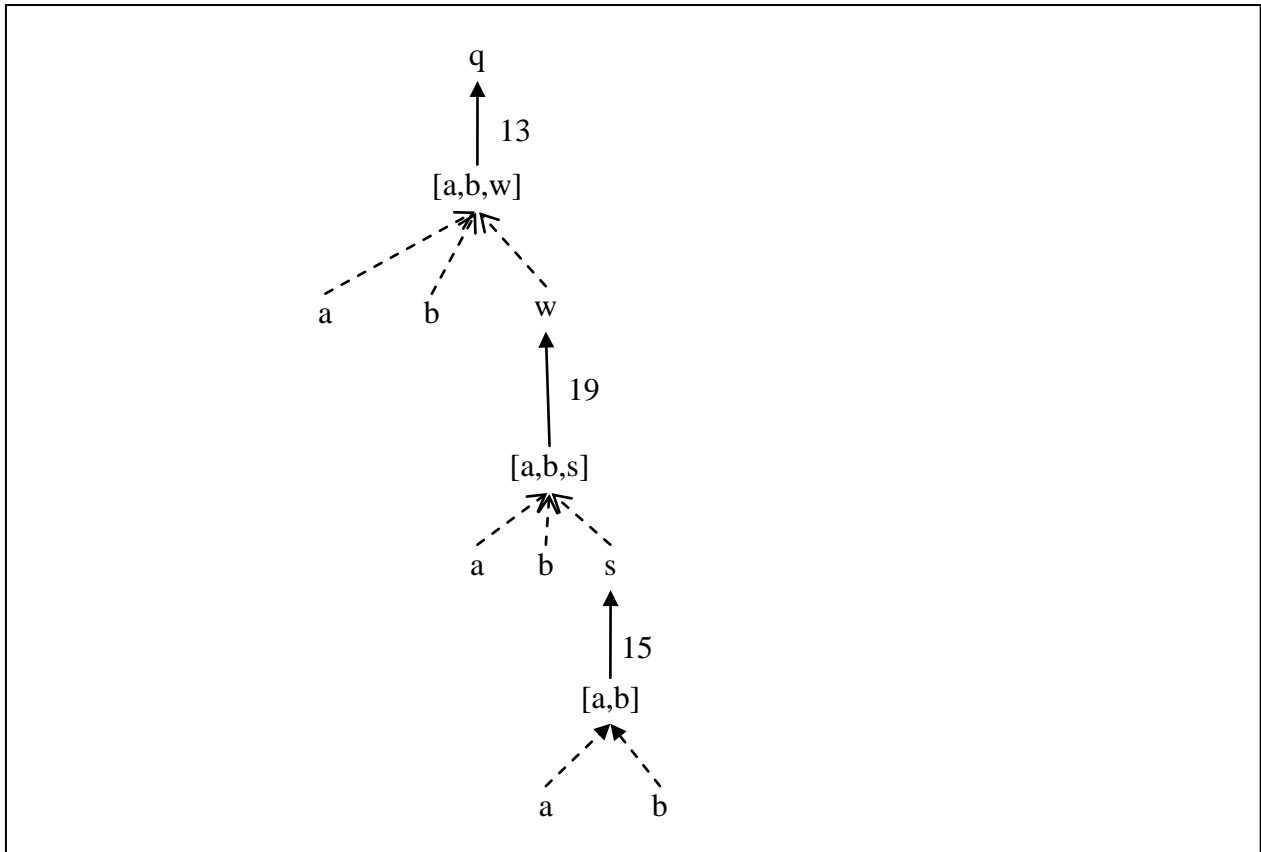
## SOLUZIONE

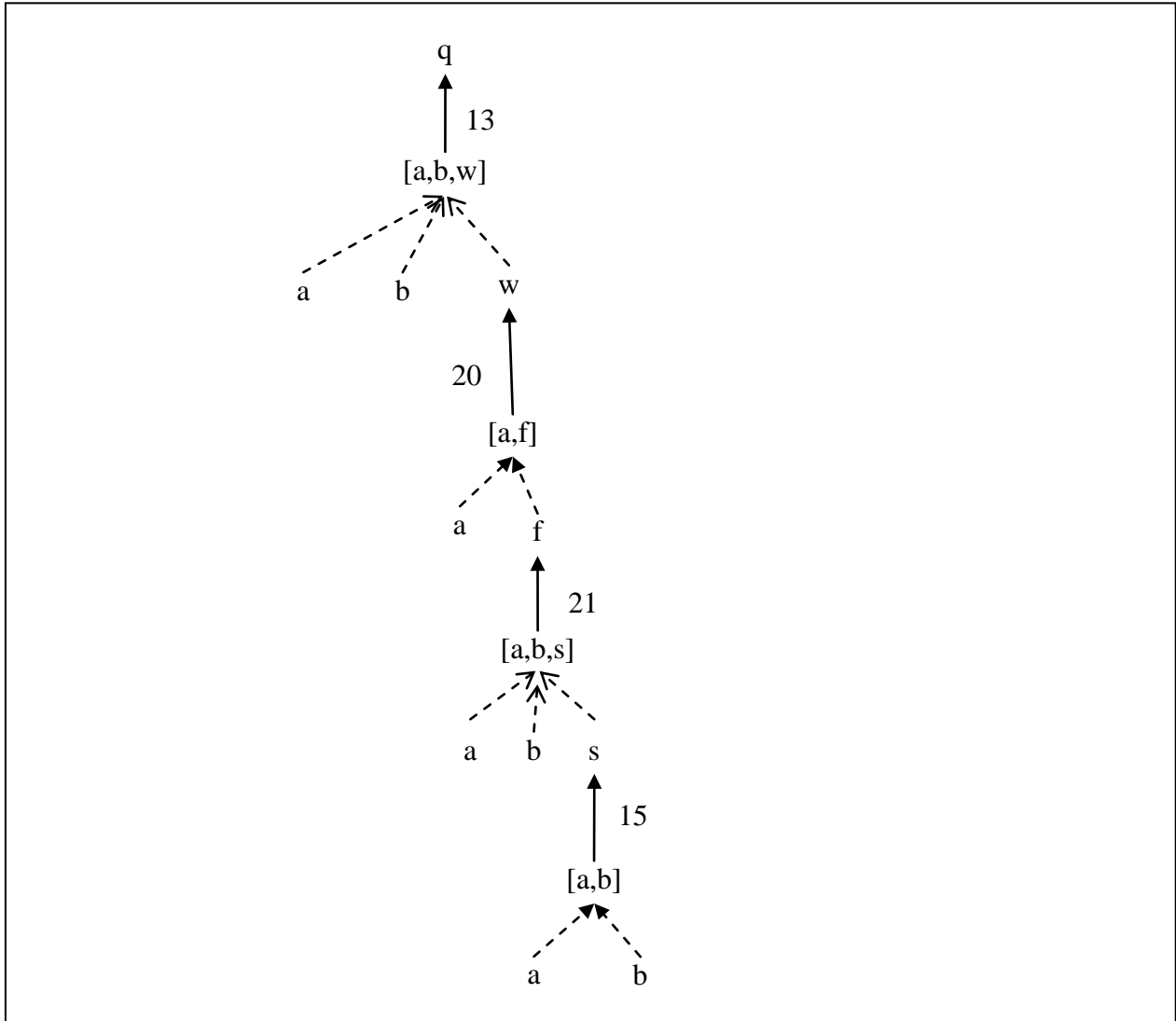
L1	[18]
L2	[15,21]
L3	[15,19,13]

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa). Nel caso della prima domanda si verifica immediatamente che **g** compare come conseguente nella regola 18 i cui antecedenti sono noti: quindi la soluzione è trovata. Nel caso della seconda domanda, **f** compare come conseguente della regola 21 che, però, contiene un antecedente, **s**,

incognito. Si continua, così, per un altro passo trovando che la regola 15 permette di derivare  $s$  da  $[a,b]$ . Nel caso della terza domanda  $q$  compare come conseguente della regola 13 che contiene un antecedente  $w$  incognito; ci sono *due* regole (19 e 20) che hanno  $w$  come conseguente (entrambe usabili per derivare  $w$ ), quindi occorre esplorare due “strade”: nella seguente figura è riportata la costruzione del procedimento più corto  $[15,19,13]$  corrispondente alla scelta della regola 19. Nella figura successiva è illustrato l’altro procedimento  $[15,21,20,13]$ .





ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q												
		5	■	■		■			S					
			7	P										
		1												
♠														

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot ♠ sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♞ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

		♞		♞	
♞					♞
			♠		
♞					♞
		♞		♞	

Il campo di gara contiene caselle interdette al robot (segnate da un quadrato nero in figura) quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili.

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. I premi sono descritti fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]]. Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista: [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]] e ha un totale di premi accumulati pari a 8.

PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 5×5, il robot si trova nella casella [1,1]. Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[1,3],[4,3]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[1,4,4],[2,3,3],[3,2,1],[3,5,8],[5,1,6]].

Trovare la lista L che descrive il percorso *più breve per accumulare esattamente 15 punti*.

L

SOLUZIONE

L

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nella figura.

		8		
4				
■	3		■	
		1		
†				6

Il robot parte dalla casella [1,1]; ci sono solo due alternative per la prima mossa: o guadagna il premio 3 o guadagna il premio 1. Occorre quindi esaminare i percorsi che permettono di accumulare rispettivamente 12, partendo da [2,3] oppure 14, partendo da [3,2]. La soluzione segue immediatamente.

## ESERCIZIO 3

## PREMESSA

Leggere il testo seguente con attenzione.

*Il lunedì mattina Mrs. Zajac era severa e bisognava obbedire immediatamente. Il primo compito a casa veniva assegnato il lunedì sera, quindi se martedì mattina non era pronto, lei avrebbe probabilmente scritto il nome del colpevole sulla lavagna e gli avrebbe fatto una predica. [...] Correggeva in continuazione gli errori di grammatica. Se per esempio un bambino diceva: “ Il compito di me è giusto”, lei assumeva un’aria da pazza, faceva finta di graffiare la lavagna e diceva: “Mio! Non di me! Mio!”. Era molto divertente e forse qualche bambino a volte faceva apposta a dire “di me” oppure “ho andato”. [...]*

*Mrs. Zajac aveva un carattere focoso, era una leonessa e urlava con Robert e con Clarence. “Il che non rende le cose piacevoli” pensava Judith, ma in complesso lei approvava l’insegnante. “Credo sia una delle migliori insegnanti che io abbia mai avuto” aveva deciso. “È proprio carina ed è chiara. Con lei non si deve stare ad aspettare che ti dica le cose, te le sbatte in faccia. Questo fa impazzire i ragazzi a volte, ma è così che si fa. È gentile ma severa ed è giusta.”*

Tracy Kidder, *Un’insegnante severa ma giusta*, da *Un posto che si chiama scuola*, trad. di A. Fedegari, Rizzoli, Milano, 1990

## PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Mrs. Zajac è:
  - A. Una professoressa di matematica;
  - B. Una professoressa di italiano;
  - C. Una professoressa;
  - D. Una professoressa di lingua straniera.
2. Il “colpevole” è:
  - A. L’alunno che si dimentica il compito a casa;
  - B. L’alunno che arriva in ritardo a scuola;
  - C. L’alunno incapace alla lavagna di svolgere gli esercizi assegnati;
  - D. L’alunno che non ha svolto i compiti assegnati.
3. I bambini fanno apposta a ripetere gli errori grammaticali:
  - A. Per perdere tempo e fare meno lezione;
  - B. Per rivedere le scene comiche dell’insegnante;
  - C. Per imparare meglio la lingua italiana;
  - D. Per capire se l’insegnante sa riconoscere tutti gli errori grammaticali.
4. Judith pensa che Mrs. Zajac sia “chiara”; con questo aggettivo:
  - A. Judith parla della chiarezza con cui l’insegnante punisce gli allievi;
  - B. Judith sottolinea la capacità dell’insegnante di chiacchierare con i ragazzi;
  - C. Judith sottolinea la capacità dell’insegnante di spiegare bene i concetti;
  - D. Judith sottolinea la velocità con cui l’insegnante prende le decisioni.
5. Prendere in considerazione l’espressione “ho andato”; viene detto che è un errore perché:
  - A. Il participio passato è sbagliato;

- B. L'ausiliare è sbagliato;  
 C. Si deve usare un passato remoto;  
 D. Si dovrebbe utilizzare un participio presente.
6. Prendere in considerazione la frase “*faceva finta di graffiare la lavagna e diceva: “ Mio! Non di me! Mio!”*”; nella seconda parte della frase, dopo i due punti, si rintraccia:  
 A. Un discorso diretto;  
 B. Un breve dialogo;  
 C. Un discorso indiretto;  
 D. Una frase interrogativa.
7. Prendere in considerazione la frase “*È gentile ma severa*”; il “*ma*” serve a:  
 A. Aggiungere una caratteristica in più dell'insegnante simile a quella indicata subito prima (gentile);  
 B. Rafforzare il gentile indicato precedentemente;  
 C. Creare una contrapposizione rispetto all'aggettivo “gentile” comunicando così un'immagine fortemente negativa dell'insegnante;  
 D. Creare una contrapposizione rispetto all'aggettivo “gentile” rafforzando però l'immagine positiva dell'insegnante.
8. “*Era una leonessa*” a livello retorico è:  
 A. Una metafora;  
 B. Una similitudine;  
 C. Una antitesi;  
 D. Una iperbole.
9. Prendere in considerazione “*gli avrebbe fatto una predica*”; “*gli*” si riferisce:  
 A. Al bambino che non aveva svolto il compito;  
 B. Al bambino che si era espresso con un linguaggio sbagliato;  
 C. Alla bambina che non aveva svolto il compito;  
 D. Al compito non consegnato.
10. Prendere in considerazione la frase “*Il che non rende le cose piacevoli*”; “*il che*” si riferisce:  
 A. Alle urla di Mrs. Zajac;  
 B. Alle punizioni di Mrs. Zajac;  
 C. Alle richieste dell'insegnante, sempre molto precise, ma difficili e complesse;  
 D. Al carattere focoso di Mrs. Zajac.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

## SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	C
2	D
3	B
4	C
5	B
6	A
7	D
8	A
9	A
10	A

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Nel testo non si dice minimamente quale disciplina insegni Mrs. Zajac. Quando si racconta che lei corregge gli errori di grammatica, non per questo si può dedurre che lei è un'insegnante di italiano. Quindi la risposta corretta è quella più generica: è una professoressa;
2. Alla riga due ci viene detto "*se martedì mattina non era pronto*", riferito al compito: il non essere pronto induce a pensare che l'allievo (il colpevole) è colui che non lo ha svolto. Non ci porta a pensare ad una dimenticanza, all'incapacità o al ritardo;
3. Alle righe 6 – 7 viene scritto, "*Era molto divertente e forse qualche bambino a volte faceva apposta a dire "di me" oppure "ho andato"*". Il fatto che i bambini si divertano ci induce a pensare che per loro, vedere gli atteggiamenti "arrabbiati" dell'insegnante sia divertente (comico) e l'espressione "*faceva apposta*" ci dà l'idea che ciò veniva attuato per puro diletto, non per necessità;
4. L'aggettivo "*chiara*" applicato ad un'insegnante ci porta a pensare alla chiarezza di esposizione in classe e ciò esclude le altre tre opzioni che parlano di "chiarezza punitiva", "chiarezza di chiacchierata" e "chiarezza decisionale", tutti accostamenti abbastanza improbabili;
5. Si dice correttamente "sono andato": quindi l'ausiliario "*ho*" è la parte del discorso errata;
6. I due punti e le virgolette sono i tipici segni di punteggiatura grazie ai quali si riproduce un discorso diretto legato (quindi non è un discorso indiretto); non c'è un "?" quindi non è una domanda e non ci sono più battute tra due o altri personaggi che giustificano un dialogo;
7. La particella avversativa "*ma*" crea una contrapposizione: in questo caso tra la caratteristica positiva della gentilezza e quella più dura della severità. I due aggettivi, seppur differenti per gradazione di atteggiamento, risultano però positivi nei riguardi della professoressa che è descritta come educata (*gentile*) e anche seria, giusta, corretta e rigorosa (*severa*). Judith inoltre sta elogiando la sua insegnante, infatti ci viene detto che "*lei approvava l'insegnante*";
8. La metafora è una figura retorica di traslato: si trasla un concetto nell'immagine di qualcosa che renda il concetto stesso più visibile e concreto. Il carattere severo, serio e focoso di Mrs.Zajac è traslato nell'immagine della leonessa;
9. "*gli*" alla terza persona singolare maschile è pronome personale nella forma atona che indica, con un'espressione verbale come "fare la predica", il complemento di termine, "a lui". L'unico riferimento maschile, nella frase, è "*il colpevole*" che sappiamo essere il bambino che non aveva svolto il compito;
10. Il fatto che si usi la congiunzione "*e*" per separare i primi due assunti (la focosità e la ferinità) dal terzo che riguarda le urla, fa sì che "*Il che*", da intendersi come "ciò", si riferisca soprattutto a questa ultima parte del commento. Inoltre si sottolinea qualcosa di spiacevole che è facilmente rintracciabile nel fastidio sonoro della voce usata con toni alti ed eccessivi.



## ESERCIZIO 4

## PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni  
 $\text{min}(\langle \text{sigla del minerale} \rangle, \langle \text{valore in euro} \rangle, \langle \text{peso in Kg} \rangle)$ .

Il deposito contiene i seguenti 6 minerali:

$\text{min}(m1,280,63)$      $\text{min}(m2,260,46)$      $\text{min}(m3,340,52)$   
 $\text{min}(m4,370,49)$      $\text{min}(m5,290,50)$      $\text{min}(m6,330,51)$

## PROBLEMA

Disponendo di un piccolo autocarro con portata massima di 150 Kg, trovare la lista L delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V. Nella lista, elencare le sigle in ordine lessicale crescente: per le sigle si ha il seguente ordine:  $m1 < m2 < m3 < m4 < m5$ .

L	
V	

## SOLUZIONE

L	[m4,m5,m6]
V	990

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Occorre considerare tutte le combinazioni di tre minerali tra i sei presenti nel deposito; tra queste scegliere quelle che possono essere trasportate dall'autocarro e tra quest'ultime determinare quella di maggior valore.

Combinazione	valore	peso	trasportabilità
[m1,m2,m3]	880	161	
[m1,m2,m4]	910	158	
[m1,m2,m5]	830	159	
[m1,m2,m6]	870	160	
[m1,m3,m4]	990	164	
[m1,m3,m5]	910	165	
[m1,m3,m6]	950	166	
[m1,m4,m5]	940	162	
[m1,m4,m6]	980	163	
[m1,m5,m6]	900	164	
[m2,m3,m4]	970	147	si
[m2,m3,m5]	890	148	si
[m2,m3,m6]	930	149	si
[m2,m4,m5]	920	145	si
[m2,m4,m6]	960	146	si
[m2,m5,m6]	880	147	si
[m3,m4,m5]	1000	151	
[m3,m4,m6]	1040	152	
[m3,m5,m6]	960	153	
[m4,m5,m6]	990	150	si

## ESERCIZIO 5

## PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	4	2
A3	3	3
A4	3	2
A5	1	2
A6	3	4
A7	2	1
A8	2	1

Le attività non possono svolgersi alla rinfusa ma devono essere rispettate delle priorità: per esempio una attività utilizza il prodotto di un'altra, quindi deve svolgersi successivamente. Le *precedenze* fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le precedenze sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A1,A6], [A2,A4], [A6,A7], [A3,A5], [A5,A7], [A7,A8], [A4,A8], [A6,A4].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero massimo RM di ragazzi che lavora contemporaneamente al progetto.

N	
RM	

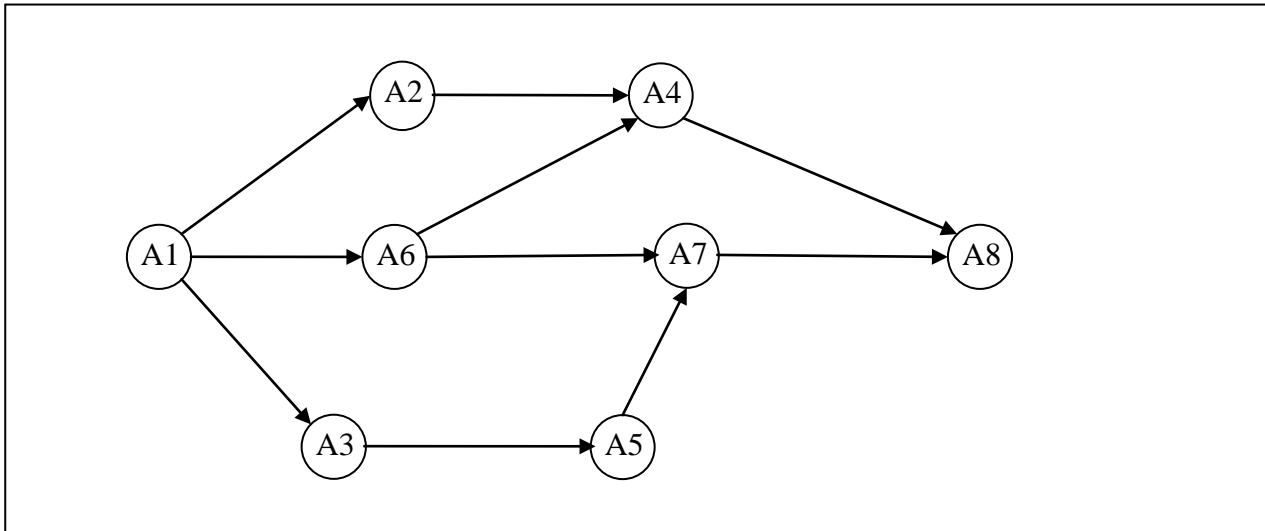
## SOLUZIONE

N	9
RM	10

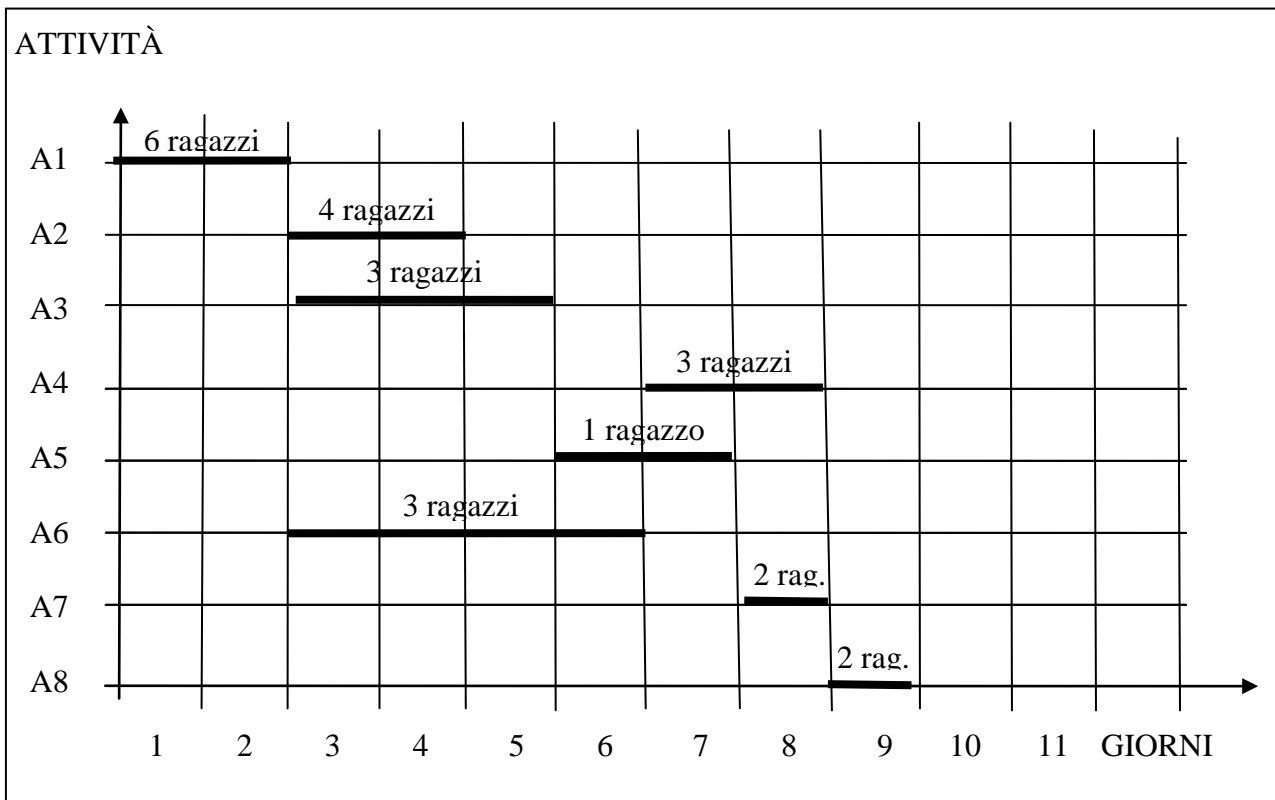
## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.

Si noti come esiste un nodo (A1 nel disegno) in cui non entrano frecce (rappresenta la prima attività del progetto) e un nodo (A8 nel disegno) da cui non escono frecce (rappresenta l'ultima attività del progetto).



Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sugli *assi coordinati* in verticale le *attività* (dall'alto verso il basso) e in orizzontale il *tempo*, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla). Così l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2, A3 e A6 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). L'attività A4 può iniziare solamente quando sono terminate sia A2 sia A6; l'attività A5 può iniziare solo quando è terminate la A3 e la A7 può iniziare quando sono terminate sia A6 sia A5. Analogamente la A8 inizia solo al termine di A4 e A7.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 9 giorni e che il numero massimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 10.

## ESERCIZIO 6

## PREMESSA

Per descrivere una procedura di calcolo viene spesso usato un pseudolinguaggio che utilizza parole inglesi e simboli matematici. Ad esempio, la seguente procedura (commentata) di nome ESEMPIO2 prevede di acquisire in input (cioè designare) due valori diversi da dare ai simboli A e B (dette *variabili*) e di attribuire il più grande di questi valori al simbolo (o *variabile*) C.

La procedura	Il commento
procedure ESEMPIO2	nome della procedura
variables A, B, C integer;	elenco delle variabili usate che sono a valore intero
input A, B;	attribuire valori di input alle variabili A e B
if A>B	inizio del costrutto “if” con la verifica se è vero che $A > B$
then C ← A;	prima alternativa: se è vero, allora attribuire a C il valore di A
else C ← B;	seconda alternativa: altrimenti attribuire a C il valore di B
endif;	termine costrutto “if” e delle alternative
output C;	rendere disponibile il valore di C
endprocedure	fine della procedura

Pertanto, se i valori assegnati in input sono 5 per A e 7 per B, in output si ha 7 per C.

## PROBLEMA

Si consideri la *seguito* procedura PROVA1.

```

procedure PROVA1;
variables A, B, C, D, K integer;
input A, B, C, D;
if A<B
    then K ← B;
    else K ← A;
endif;
if C>K
    then K ← C;
endif;
if K<D
    then K ← D;
output K;
endprocedure;

```

I valori in input sono: 4 per A, 11 per B, 10 per C, 9 per D: determinare il valore di output per K.

K	
---	--

## SOLUZIONE

K	11
---	----

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Alla fine del primo costrutto “if” K vale 11 (perché  $A < B$ , infatti  $4 < 11$ ); K mantiene tale valore anche dopo il secondo costrutto “if” (perché non è vero che  $C > K$ , infatti  $10 > 11$  è falso); analogamen-

te);  $K$  mantiene tale valore anche dopo il terzo costrutto “if” (perché non è vero che  $K < D$ , infatti  $11 < 10$  è falso).

## ESERCIZIO 7

## PREMESSA

Per descrivere una procedura di calcolo viene spesso usato un pseudolinguaggio che utilizza parole inglesi e simboli matematici. Ad esempio, la seguente procedura (commentata) di nome ESEMPIO3 prevede di calcolare la somma di tutti i numeri interi compresi tra 1 e 4.

La procedura	Il commento
procedure ESEMPIO3	nome della procedura
variables S, I integer	elenco delle variabili usate che sono a valore intero
S ← 0;	porre uguale a 0 il valore (iniziale) di S
for I from 1 to 4, step 1 do	ciclo "for": ripetere i calcoli con I a valori successivi 1, 2, 3, 4
S ← S + I;	incrementare il valore di S del valore corrente di I
endfor;	termine del ciclo "for"
output S;	rendere disponibile il valore di S
endprocedure	fine della procedura

L'incremento del valore di S viene eseguito 4 volte a partire dal valore 0; al variare di I da 1 a 4 sono assegnati a S successivamente i valori 1 (0+1), 3 (1 + 2), 6 (3 + 3), 10 (6 + 4).

## PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA2, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output.

```

procedure PROVA2;
variables S, N, I integer;
input N;
S ← 0;
for I from 1 to N step 1 do
    S ← S+I;
endfor;
output S;
endprocedure;

```

Il valore in *input* per N è 6, determinare il valore di output per S.

S	<input type="text"/>
---	----------------------

## SOLUZIONE

S	21
---	----

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I valori assunti da S sono: 0 (prima del ciclo "for"), 1, 3, 6, 10, 15, 21 (rispettivamente durante i 6 passi del ciclo).

N.B. Prima del ciclo la variabile I non ha valore, come del resto le altre variabili all'inizio della procedura.

## ESERCIZIO 8

## PROBLEMA

La mamma, mentre accompagna i bimbi a scuola in macchina, si ferma a fare rifornimento di carburante e, rivolta a Lucia che è brava nel *problem solving*, osserva che con  $5/7$  del “pieno” ha percorso 360 km. Lucia calcola subito quanti chilometri K si potevano ancora percorrere senza fare rifornimento.

K	
---	--

## SOLUZIONE

K	144
---	-----

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Con un settimo del pieno si sono percorsi  $360/5 = 72$  chilometri; con i  $2/7$  rimanenti si sarebbero percorsi  $72 \times 2 = 144$  chilometri.

## ESERCIZIO 9

## PROBLEMA

Si supponga che la media di quattro interi positivi, più piccoli di 10, sia 8. Determinare il numero M dei differenti insiemi di quattro numeri con le proprietà richieste; determinare inoltre il numero N più piccolo che possa comparire in uno di tali insiemi.

N.B. In questo e altri contesti con un (leggero) abuso di notazione si considerano insiemi con elementi ripetuti (che più formalmente si chiamano *multinsiemi*).

M	
N	

## SOLUZIONE

M	5
N	5

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

M vale cinque: infatti se la media è 8 allora la somma è 32, quindi gli insiemi possibili (a partire da quello più ovvio) sono:  $\{8,8,8,8\}$ ,  $\{9,8,8,7\}$ ,  $\{9,9,7,7\}$ ,  $\{9,9,8,6\}$ ,  $\{9,9,9,5\}$ ; il più piccolo numero che compare in un insieme è 5.



## ESERCIZIO 10

## PROBLEMA

On a distant Krypton world, there are two types of people – Codes and Forces. Codes have 6 heads and Forces have 17 heads. Both sets of people all look identical. During my last visit I saw 75 heads in a swimming pool. Can you tell how many of each type are in the swimming pool?

Codes	
Forces	

## SOLUZIONE

Codes	4
Forces	3

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

75 is odd so the Forces must be odd: only 1 or 3 will do because  $17 \times 5 = 85$  which is greater than 75; 1 cannot be, indeed  $75 - 17 = 58$  which is not divided by 6, and so the Forces are 3 hence the Codes are 4.