

ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

$$\text{regola}(\langle \text{sigla} \rangle, \langle \text{lista antecedenti} \rangle, \langle \text{conseguente} \rangle)$$

che indica una regola di nome $\langle \text{sigla} \rangle$ che consente di dedurre $\langle \text{conseguente} \rangle$ conoscendo tutti gli elementi contenuti nella $\langle \text{lista antecedenti} \rangle$, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11, [a,b], z)	regola(12, [m,f,g], w)	regola(13, [a,b,w], q)
regola(14, [r,g], b)	regola(15, [a,b], s)	regola(16, [s,r], b)
regola(17, [q,a], r)	regola(18, [q,a], g)	regola(19, [a,b,s], w)
regola(20, [a,f], w)	regola(21, [a,b,s], f)	regola(22, [a,b,f], k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b**); utilizzando queste regole, conoscendo **[a,b]**, è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a**, **b**, **s**) applicando la regola 19 per dedurre **w**. La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo **[a,b]** e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da **[a,b]**.

PROBLEMA

Utilizzando le regole sopra riportate:

1. trovare la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **g** a partire da **[q,a]**;
2. trovare la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **f** a partire da **[a,b]**.

Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare.

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[18]
L2	[15,21]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa). Nel caso della prima domanda si verifica immediatamente che **g** compare come conseguente nella regola 18 i cui antecedenti sono noti: quindi la soluzione è trovata. Nel caso della seconda domanda, **f** compare come conseguente della regola 21 che, però, contiene un antecedente, **s**, incognito. Si continua, così, per un altro passo per trovare una regola (la 15) che permetta di derivare **s** da **[a,b]**.

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

									S				
					P								
→													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].

La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra. Il robot ha sempre uno dei quattro orientamenti seguenti descritti con: n (nord, verso l'alto), s (sud, verso il basso), e (est, verso destra), o (ovest, verso sinistra).

N.B. Non confondere “o” come descrizione dell'orientamento e “o” come comando.

PROBLEMA

In un campo di gara, sufficientemente ampio, il robot è nella casella [5,5] con orientamento n; deve eseguire il percorso descritto dalla seguente lista di comandi: [f,a,f,f,o,f,f,o,f].

Trovare:

- 1) l'orientamento D1, l'ascissa X1 e l'ordinata Y1 del robot dopo aver eseguito 5 comandi;
- 2) l'orientamento D2, l'ascissa X2 e l'ordinata Y2 del robot al termine del percorso.

D1	
X1	
Y1	
D2	
X2	
Y2	

SOLUZIONE

D1	n
X1	3
Y1	6

D2	e
X2	4
Y2	8

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione si costruisce eseguendo uno dopo l'altro i comandi della lista.

Posizione e stato del robot

Partenza	[5,5,n]
1 passo f	[5,6,n]
2 passo a	[5,6,o]
3 passo f	[4,6,o]
4 passo f	[3,6,o]
5 passo o	[3,6,n]
6 passo f	[3,7,n]
7 passo f	[3,8,n]
8 passo o	[3,8,e]
9 passo f	[4,8,e]

ESERCIZIO 3

PREMESSA

Leggere il testo seguente con attenzione.

Sotto le coperte, Sofia attendeva.

Più o meno dopo un minuto sollevò un angolo della coperta e sbirciò fuori.

Per la seconda volta in quella notte il sangue le gelò le vene, volle gridare, ma dalla bocca non le uscì alcun suono. Là, alla finestra, stava l'enorme faccia del gigante, lunga, pallida e rugosa, incorniciata dalle tende, e i suoi neri occhi lampeggianti erano fissi sul letto di Sofia.

Un istante più tardi una enorme mano dalle dita livide strisciò come un serpente sul davanzale. La seguiva un braccio, spesso come un tronco d'albero e l'insieme, braccio, mano e dita, si dirigeva attraverso la stanza verso il letto di Sofia.

Questa volta Sofia gridò davvero, ma solo per un attimo perché di colpo la mano smisurata si abbatté sul letto e il suo grido venne soffocato dalle coperte. Raggomitolata su se stessa, Sofia sentì la forza delle dita che le si serravano intorno, la sollevavano dal letto, coperte e tutto, e la passavano attraverso la finestra.

Se vi è possibile immaginare che qualcosa di più terrificante possa capitarvi in piena notte, siete pregati di farmelo sapere. L'aspetto più terribile era che Sofia sapeva esattamente quello che stava succedendo, anche se non vedeva nulla. [...]

Quando il gigante ebbe estratto la mano dalla casa di Sofia, fece un fagotto della coperta, di cui le dita smisurate reggevano le quattro cocche, e ve la imprigionò, poi con l'altra mano, raccolse la lunga tromba e la valigia, e via a tutta forza.

Sofia [...] vide le case del paese sfilare velocemente da ambo i lati. [...] A un tratto un pensiero terrificante attraversò la mente di Sofia: "È la fame che lo fa andare così svelto. Vuole tornare a casa il più presto possibile, e io sarò la sua colazione."

Tratto da Roald Dahl, *Il GGG*, Adriano Salani Editore, Firenze, 1987

PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. La finestra della camera di Sofia è caratterizzata da questi elementi:
 - A. Ci sono le tende e i vetri sono colorati;
 - B. C'è un davanzale e ci sono le tende;
 - C. Ci sono le tende lunghe e a righe;
 - D. Ci sono vetri pallidi e sul davanzale c'è una luce lampeggiante.

2. "Livide" indica:
 - A. Dal colore cadaverico;
 - B. Giallognole;
 - C. Dal colore simile alla muffa;
 - D. Nere.

3. Quale dato uditivo compare nel brano?
 - A. Il fruscio delle tende;
 - B. Il grido di Sofia;
 - C. Lo schiocco delle dita del gigante;
 - D. I passi del gigante che fugge dalla casa di Sofia.

4. L'ultimo pensiero di Sofia è riportato attraverso:
- Un discorso diretto;
 - Un breve dialogo;
 - Un discorso indiretto;
 - Una frase interrogativa.
5. Quando il gigante prende Sofia e fugge con lei:
- Si muove lentamente;
 - Perde per strada la tromba;
 - La mette nella valigia e corre a tutta forza;
 - Si muove con grande vigore.
6. Prendere in considerazione "...coperte e tutto"; con questa espressione si vuole sottolineare:
- La distrazione del gigante;
 - La forza e la velocità dell'azione del gigante;
 - La precisione dell'azione del gigante;
 - La capacità del gigante di trattenere tantissime cose.
7. Prendere in considerazione l'espressione, "Se vi è possibile immaginare..."; il narratore si rivolge:
- A noi lettori;
 - A Sofia;
 - A Sofia e al mostro;
 - Direttamente alla notte.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	A
3	B
4	A
5	D
6	B
7	A

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Il testo indica alla riga 5 che la testa del gigante era "incorniciata dalle tende" e alla riga 6 viene detto che la mano del gigante "strisciava come un serpente sul davanzale";

2. Il termine “*livido*” è usato per descrivere il pallore del corpo privo di vita, quindi il riferimento è all’aggettivo “*cadaverico*”;
3. Alla riga 9 si dice: “*Questa volta Sofia gridò davvero*” ed è l’unica notazione uditiva che compare nel testo;
4. La conclusione del racconto presenta questo periodo: *A un tratto un pensiero terrificante attraversò la mente di Sofia: “È la fame che lo fa andare così svelto. Vuole tornare a casa il più presto possibile, e io sarò la sua colazione.”* Il pensiero che attraversa la mente di Sofia è riportato con i due punti e le virgolette, tipici segni di punteggiatura grazie ai quali si riproduce un discorso diretto legato;
5. Alle righe 10 – 11 si usa il termine “*forza delle dita*” e alla riga 18 viene usata l’espressione “*e via a tutta forza.*”: il termine vigore, presente nella risposta, è un sinonimo di forza;
6. “*...e tutto*” è un’espressione che rappresenta bene la forza con cui il gigante raccoglie gli oggetti e Sofia, senza badare a ciò che sta facendo, ma con grande foga e fretta (velocità);
7. Utilizzando la particella “*vi*”, il narratore indica “*voi*” ed il riferimento è a noi che siamo i lettori del racconto (ribadito anche dal verbo “*capitarvi*”).

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni:

tab (<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti 4 minerali:

tab(m1,280,63)

tab(m2,260,46)

tab(m3,340,52)

tab(m4,370,49)

PROBLEMA

Disponendo di un piccolo autocarro con portata massima di 120 Kg trovare la lista L delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: $m1 < m2 < m3 < m4$.

L	
V	

SOLUZIONE

L	[m3,m4]
V	710

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Le possibili combinazioni di due minerali diversi, il loro valore e il peso sono:

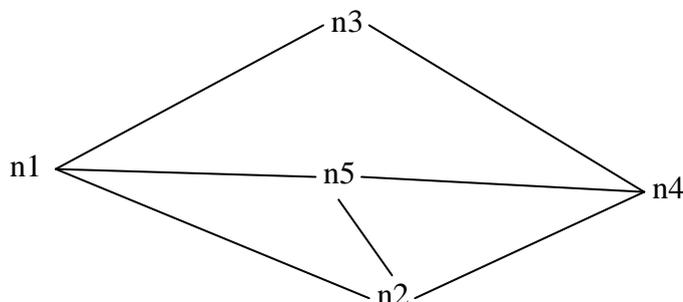
DUE MINERALI	VALORE	PESO
[m1, m4]	650	112
[m2, m4]	630	95
[m3, m4]	710	101
[m1, m3]	620	115
[m2, m3]	600	98
[m1, m2]	540	109

È immediato vedere che la terza combinazione risolve il problema.

ESERCIZIO 5

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n_1, n_2, \dots, n_5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

- arco($n_1, n_2, 6$) arco($n_1, n_3, 5$) arco($n_3, n_4, 4$)
- arco($n_1, n_5, 3$) arco($n_2, n_4, 3$) arco($n_2, n_5, 2$)
- arco($n_5, n_4, 6$)

Un *percorso* tra due nodi del grafo può essere descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo. Per esempio, la lista $[n_5, n_2, n_4, n_3]$ descrive un percorso dal nodo n_5 al nodo n_3 ; tale percorso ha lunghezza $K = 2 + 3 + 4 = 9$.

PROBLEMA

Con riferimento al grafo sopra riportato, un'auto deve spostarsi dal nodo n_1 al nodo n_4 : trovare la lista L che descrive il percorso più breve e la relativa lunghezza K .

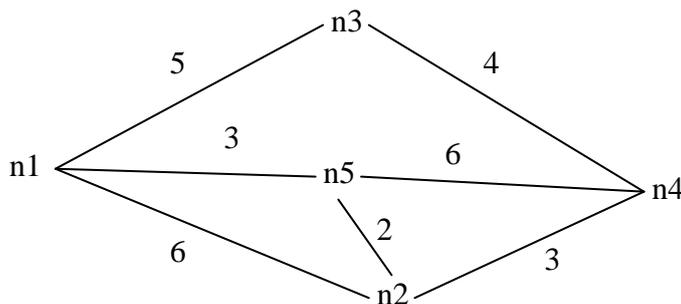
L	
K	

SOLUZIONE

L	[n_1, n_5, n_2, n_4]
K	8

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si riportino le distanze sul grafo:



Si vede facilmente che tutti i percorsi di due tratte ($[n_1, n_3, n_4]$, $[n_1, n_5, n_4]$ e $[n_1, n_2, n_4]$) sono lunghi 9 Km e i percorsi di tre tratte $[n_1, n_5, n_2, n_4]$ e $[n_1, n_2, n_5, n_4]$ sono lunghi rispettivamente 8 e 14 km.

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	4	2
A3	3	3
A4	3	2
A5	1	2

Le priorità fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A2,A4], [A4,A5], [A3,A5].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero massimo RM di ragazzi che lavora contemporaneamente al progetto.

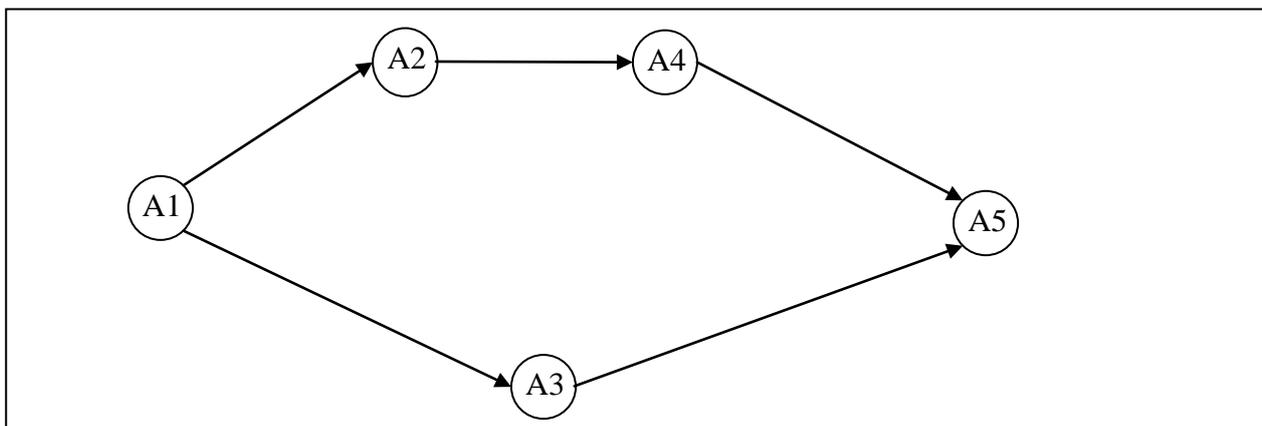
N	
RM	

SOLUZIONE

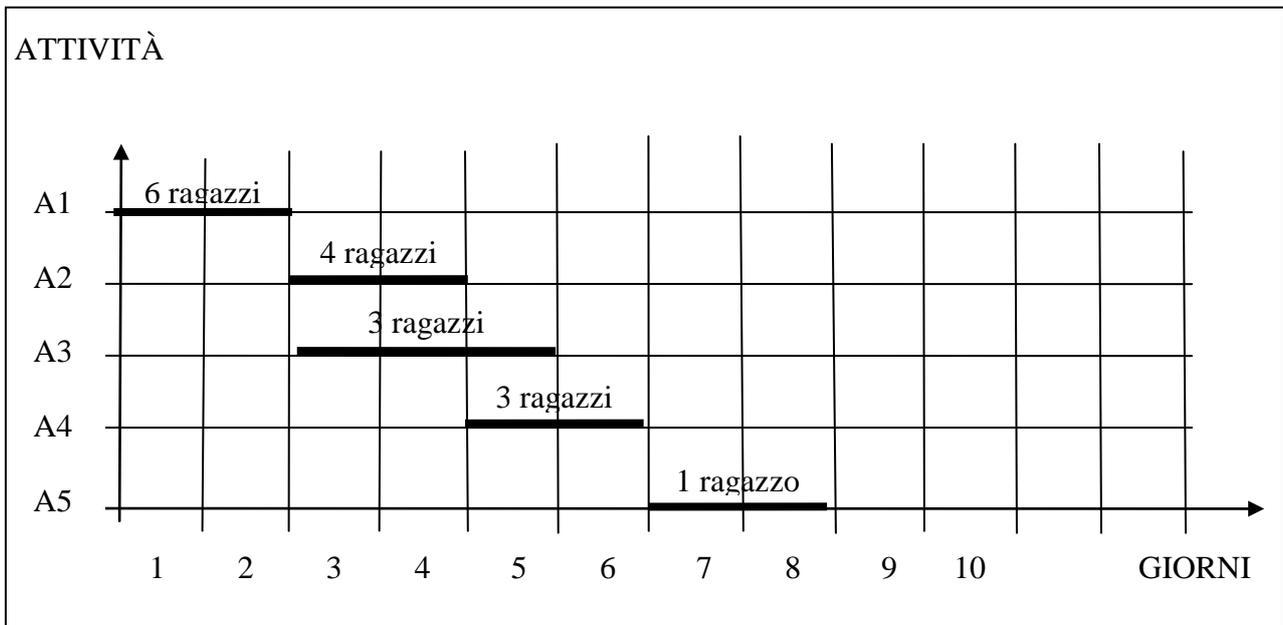
N	8
RM	7

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività



Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla). Così l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2 e A3 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). L'attività A4 può iniziare solamente quando è terminata l'attività A2 e l'attività A5 solo quando sono terminate sia la A3 sia la A4.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 8 giorni e che il numero massimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 7.

ESERCIZIO 7

PREMESSA

Per descrivere una procedura di calcolo viene spesso usato uno pseudolinguaggio che utilizza parole inglesi e simboli matematici. Ad esempio, la seguente procedura (commentata) di nome ESEMPIO1 prevede di acquisire in input tre valori da dare ai simboli A, B e C (detti *variabili*) e di eseguire i calcoli specificati per trovare i valori (delle *variabili*) F e G.

La procedura	Il commento
procedure ESEMPIO1	nome della procedura
variables A, B, C, F, G integer;	elenco delle variabili usate che sono a valore intero
input A, B, C;	attribuire valori di input alle variabili A, B e C
$F \leftarrow (A+B) \times C;$	calcolo dell'espressione e attribuzione del valore a F
$G \leftarrow A \times (B+C);$	calcolo dell'espressione e attribuzione del valore a G
Output F,G;	rendere disponibili i valori di F e G;
endprocedure	fine della procedura

Se in input vengono assegnati i valori: 1 ad A, 2 a B, 3 a C, allora in output si avrà 9 come valore di F e 5 come valore di G.

PROBLEMA

Determinare i valori di output per F e G corrispondenti ai seguenti valori di input: 7 per A, 5 per B, 11 per C.

F	
G	

SOLUZIONE

F	132
G	112

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Occorre calcolare rispettivamente:

$$(7 + 5) \times 11 \text{ il cui valore viene assegnato a F;}$$

$$7 \times (5 + 11) \text{ il cui valore viene assegnato a G.}$$

ESERCIZIO 8

PREMESSA

Per descrivere una procedura di calcolo viene spesso usato un pseudolinguaggio che utilizza parole inglesi e simboli matematici. Ad esempio, la seguente procedura (commentata) di nome ESEMPIO2 prevede di acquisire in input due valori diversi da dare ai simboli A e B (dette *variabili*) e di attribuire il più grande di questi valori al simbolo (o *variabile*) C.

La procedura	Il commento
procedure ESEMPIO2	nome della procedura
variables A, B, C integer;	elenco delle variabili usate che sono a valore intero
input A, B;	attribuire valori di input alle variabili A e B
if A>B	inizio del costrutto “if” con la verifica se è vero che $A > B$
then C ← A;	prima alternativa: se è <i>vero</i> , allora attribuire a C il valore di A
else C ← B;	seconda alternativa: altrimenti attribuire a C il valore di B
endif;	termine costrutto “if” e delle alternative
output C;	rendere disponibile il valore di C
endprocedure	fine della procedura

Pertanto, se i valori assegnati in input sono 5 per A e 7 per B, in output si ha 7 per C.

PROBLEMA

Si consideri la *seguito* procedura PROVA1.

```

procedure PROVA1;
variables A, B, C, K integer;
input A, B, C;
if A<B
    then K ← B;
    else K ← A;
endif;
if C>K
    then K ← C;
endif;
output K;
endprocedure;

```

I valori in input sono: 4 per A, 11 per B, 10 per C: determinare il valore di output per K.

K	
---	--

SOLUZIONE

K	11
---	----

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Alla fine del primo costrutto “if” K vale 11 (perché $A < B$, infatti $4 < 11$); K mantiene tale valore anche dopo il secondo costrutto “if” (perché non è vero che $C > K$, infatti $10 > 11$ è falso).

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Se si scrivono, in notazione decimale, tutti i numeri interi da 1 a 11 si devono scrivere 13 cifre (9 cifre per i numeri da 1 a 9 più due per scrivere 10 e altre due per scrivere 11). Quante cifre si devono scrivere per i numeri da 1 a 100 (estremi inclusi)?

Scrivere il risultato nella casella seguente.

SOLUZIONE

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Occorre scrivere: 9 cifre: da 1 a 9; 9 volte 20 cifre: da 10 a 19, da 20 a 29, ..., da 90 a 99; 3 cifre per 100

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

Lucy saw that 9 notebooks would cost her 1 euro more than 7 notebooks would. What is the price of 11 notebooks?

N.B. Write the price (in euro) with two decimals, e.g. 6.30 or 21.75 or 12.00 in the box below.

SOLUZIONE

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Two notebooks cost 1 euro, so the price of one notebook is 50 cents.