



La seconda e la terza domanda chiedono di dedurre **f**: questo si può fare utilizzando due regole, la 3 e la 9, che hanno come antecedenti  $[a,b,d]$  e  $[b,e]$  rispettivamente; **b** è direttamente deducibile sia da **n** ed **m** (con la regola 4), sia da **a** e **g** (con la regola 1).

Per la seconda domanda, dedotto **b** (con la regola 4) è immediato dedurre **e** (con la regola 6), quindi si può usare la regola 9 per dedurre **f**. Il procedimento è rappresentato dalla lista  $[4,6,9]$ .

Per la terza domanda, dedotto **b** (con la regola 1) è immediato dedurre **d** (con la regola 7), quindi si può usare la regola 3 per dedurre **f**. Il procedimento è rappresentato dalla lista  $[1,7,3]$ .

## ESERCIZIO 2

## PROBLEMA

Un campo di gara, sufficientemente ampio, è formato da caselle individuate da una lista di due coordinate. Un robot può occupare una casella e il suo stato può essere individuato da tre valori: due per le coordinate della casella che occupa e uno per indicare il suo orientamento. Per quest'ultimo si possono usare i simboli della stella dei venti: E, S, W, N: per indicare che il robot è rivolto, rispettivamente, a *destra*, in *basso*, a *sinistra*, in *alto* (con riferimento a chi guarda il foglio).

Il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando **o**;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando **a**;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando **f**.

Un robot è nella casella [9,9] con orientamento verso destra: si può dire che il suo stato è [9,9,E]; esso deve eseguire il percorso descritto dalla seguente lista di comandi

[a,f,f,f,o,o,o,f,f,a,a,f,o,f,a,f,f]

Trovare l'ascissa X e l'ordinata Y della casella in cui finisce il percorso del robot.

X	
Y	

## SOLUZIONE

X	10
Y	11

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione si costruisce eseguendo uno dopo l'altro i comandi della lista.

Programma: [a,f,f,f,o,o,o,f,f,a,a,f,o,f,a,f,f].

## COMANDI STATI SUCCESSIVI DEL ROBOT

partenza	[9,9,E]
1 passo a	[9,9,N]
2 passo f	[9,10,N]
3 passo f	[9,11,N]
4 passo f	[9,12,N]
5 passo o	[9,12,E]
6 passo o	[9,12,S]
7 passo o	[9,12,O]
8 passo f	[8,12,O]
9 passo f	[7,12,O]
10 passo a	[7,12,S]
11 passo a	[7,12,E]
12 passo f	[8,12,E]
13 passo o	[8,12,S]
14 passo f	[8,11,S]
15 passo a	[8,11,E]
16 passo f	[9,11,E]
17 passo f	[10,11,E]

L'insieme delle caselle successivamente occupate è:

[(9,9),(9,10),(9,11),(9,12),(8,12),(7,12),(8,12),(8,11),(9,11),(10,11)].

ESERCIZIO 3

PROBLEMA

In un campo di gara un robot può muoversi come specificato nell'esercizio precedente. Il robot è nella casella [20,15] con orientamento verso l'alto (si può dire che è nello stato [20,15,N]).

Trovare la lista *più corta* L dei comandi da assegnare al robot per fargli compiere il percorso descritto dalla seguente lista di caselle

[(20,15),(21,15),(21,14),(21,13),(20,13),(19,13),(18,13),(18,12),(18,11),(18,10),(19,10),(20,10)]

L [ ]

SOLUZIONE

L [o,f,o,f,f,o,f,f,f,a,f,f,a,f,f]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere con facilità il problema è conveniente visualizzare il percorso, come nella figura che segue (che mostra la parte interessata del campo di gara).

15							P	•
14								•
13					•	•	•	•
12					•			
11					•			
10					•	•	A	
9								
8								
	14	15	16	17	18	19	20	21

Dalla figura è immediato che la sequenza di comandi relativa al percorso è la seguente:

	STATO	CONSEGUENZA DEL COMANDO
0	[20,15,N]	partenza
1	[20,15,E]	o
2	[21,15,E]	f
3	[21,15,S]	o
4	[21,14,S]	f
5	[21,13,S]	f
6	[21,13,O]	o
7	[20,13,O]	f
8	[19,13,O]	f
9	[18,13,O]	f



10	[18,13,S]	a
11	[18,12,S]	f
12	[18,11,S]	f
13	[18,10,S]	f
14	[18,10,E]	a
15	[19,10,E]	f
16	[20,10,E]	f

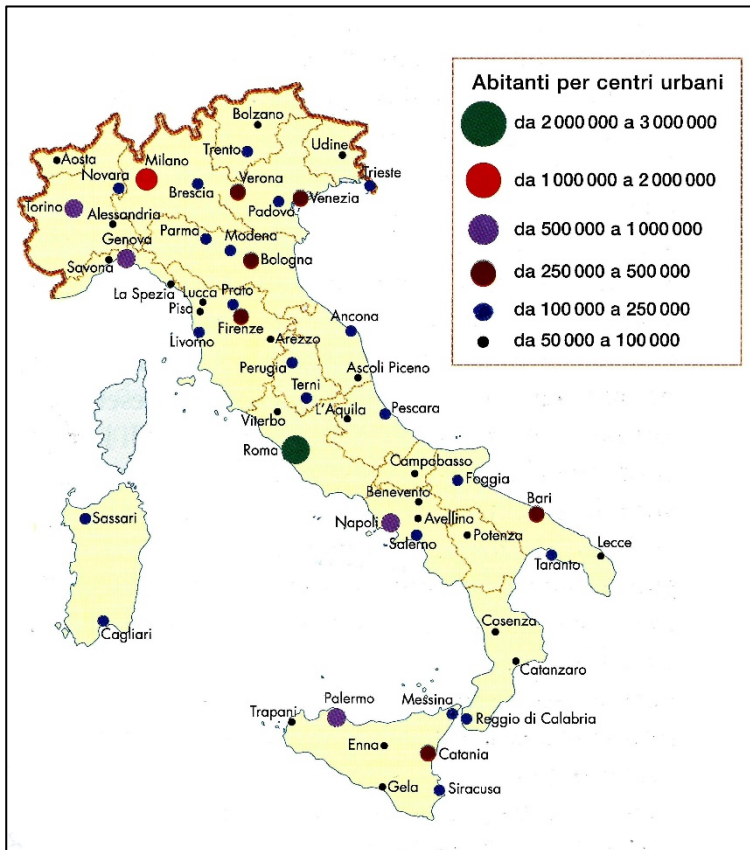
ESERCIZIO 4

PROBLEMA

Leggere il testo (in corsivo) e osservare la cartina con attenzione.

**GLI ABITANTI DELL'ITALIA**

*Non è semplice sapere esattamente quante persone vivono attualmente in Italia. Per avere dei dati aggiornati sulla popolazione italiana, ogni dieci anni vengono eseguite delle indagini, per mezzo di questionari e di interviste: i censimenti.*



*Dall'ultimo censimento (svolto nel 2011) risulta che la popolazione italiana è composta da circa 57 milioni di abitanti, che non sono distribuiti in modo eguale sul territorio. In alcune zone, infatti, è difficile costruire edifici oppure ci sono minori opportunità di lavoro, in altre invece le occasioni di lavoro o le risorse del territorio richiamano un maggiore numero di persone. Vi sono perciò aree in cui la popolazione è numerosa e altre in cui è assai scarsa.*

*Per conoscere questo aspetto, i geografi calcolano la densità di popolazione: essa indica il numero di abitanti che vivono in un chilometro quadrato. In Italia, attualmente, la densità media è di 196 abitanti per chilometro quadrato. Ricorda però che questo è un valore medio e che quindi in alcune*

*zone la densità è molto inferiore e in altre è decisamente superiore. Ecco come si calcola la densità di popolazione:*

$$n. \text{ abitanti} : \text{superficie dell'Italia} = \text{densità di popolazione}$$

$$59'131'287 : 301'317 = 196 \text{ ab./km}^2$$

**LA DISTRIBUZIONE DELLA POPOLAZIONE**

*La carta mostra il numero degli abitanti delle principali città italiane. Gran parte degli italiani abita infatti in paesi e in città, che spesso si sono ingranditi a tal punto da fondersi in un unico vastissimo centro urbano. Se una città supera il milione di abitanti viene definita metropoli.*

*Come puoi notare, la densità di popolazione in Italia varia notevolmente di zona in zona. I centri abitati più densamente popolati si trovano nelle pianure e lungo le coste; in questi luoghi le condizioni ambientali hanno favorito l'espansione delle città e lo sviluppo delle attività lavorative. Sulle montagne e sulle colline la popolazione è invece molto più scarsa. Alcune zone, soprattutto sugli Appennini, si sono addirittura spopolate.*

Tratto da *Discovery, avventura nei saperi*, ElMedi, Pearson, 2009

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Il prossimo censimento si svolgerà:
  - A. Tra dieci anni;
  - B. Nel 2020, nell'anno finale del decennio;
  - C. Tra sei anni;
  - D. In un anno ancora da stabilire, a seconda dei cambiamenti avvenuti in Italia.
2. La distribuzione di popolazione sul territorio italiano è:
  - A. Omogenea;
  - B. Disomogenea;
  - C. Uniforme;
  - D. Costante.
3. La densità di popolazione è un valore medio ottenuto dalla formula (presente nel testo) "*n. abitanti : superficie dell'Italia = densità di popolazione*"; allora:
  - A. A parità di superficie, se il numero degli abitanti aumentasse di un terzo, la densità di popolazione diminuirebbe di un terzo;
  - B. A parità di popolazione, se la superficie raddoppiasse, la densità di popolazione rimarrebbe costante;
  - C. A parità di superficie, al variare della popolazione il valore della densità è inversamente proporzionale a tale variazione.
  - D. A parità di superficie, al variare della popolazione il valore della densità è direttamente proporzionale a tale variazione.
4. Osservando la cartina si può capire che:
  - A. Non ci sono metropoli al centro Italia;
  - B. Ci sono metropoli nel sud Italia;
  - C. Non ci sono metropoli nel sud Italia;
  - D. Ci sono metropoli sia al nord che al sud Italia.
5. Sempre osservando la cartina è possibile dire che:
  - A. Più regioni italiane hanno sul loro territorio almeno due città il cui numero di abitanti si aggira tra i 250 e i 500 mila;
  - B. Almeno sei regioni italiane hanno città con più di 500 mila abitanti;
  - C. Solo una regione italiana ha sul suo territorio almeno due città il cui numero di abitanti si aggira tra i 500 mila e il milione;
  - D. Solo due regioni italiane hanno almeno due città il cui numero di abitanti si aggira tra i 100 e i 250 mila.
6. La densità di popolazione, in Italia, dipende anche:
  - A. Dal clima e dalla morfologia del territorio;
  - B. Dalla richiesta di manodopera e dal genere;
  - C. Dal clima e dalla demografia;
  - D. Dalla morfologia del territorio e dal rapporto tra bambini e anziani.
7. Il testo appena letto:
  - A. Non presenta nessun verbo al passato, l'autore tiene conto del lettore e spesso compaiono verbi all'infinito;
  - B. È un testo narrativo in cui la maggioranza dei verbi è usata al presente indicativo e, a volte, l'autore si rivolge direttamente al lettore;
  - C. Presenta in maggioranza verbi al presente indicativo, l'autore tiene conto del lettore, ma non compaiono verbi passivi;
  - D. Presenta in maggioranza verbi al presente indicativo, l'autore tiene conto del lettore e spesso compaiono verbi indefiniti.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

### SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	C
2	B
3	D
4	C
5	B
6	A
7	D

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. L'ultimo censimento si è svolto nel 2011; il censimento si tiene ogni dieci anni; oggi siamo del 2015 e quindi per giungere al 2021 mancano sei anni (risposta C, corretta).
2. Nel testo si dice: *“Dall’ultimo censimento (svolto nel 2011) risulta che la popolazione italiana è composta da circa 57 milioni di abitanti, che non sono distribuiti in modo eguale sul territorio.”* e *“Ricorda però che questo è un valore medio e che quindi in alcune zone la densità è molto inferiore e in altre è decisamente superiore.”*. Si evince perciò che la distribuzione della popolazione sul territorio è disomogenea (risposta B, corretta). Omogenea, costante e uniforme sono tre aggettivi sostanzialmente sinonimi che indicano l’opposto di disomogenea.
3. La densità di popolazione è direttamente proporzionale alla popolazione (e inversamente proporzionale alla superficie). Quindi all’aumentare o diminuire del numero degli abitanti, mantenendo costante la superficie del territorio, la densità di popolazione aumenta o diminuisce in proporzione (risposta D, corretta). Le altre tre risposte sono errate.
4. Il testo dice *“Se una città supera il milione di abitanti viene definita metropoli.”*: le uniche metropoli in Italia sono Roma (centro Italia) e Milano (nord Italia). La risposta corretta è dunque la C.
5. Solo in Veneto compaiono due città (Venezia e Verona) il cui numero di abitanti si aggira tra i 250 e i 500 mila (risposta A, errata); Torino (Piemonte), Genova (Liguria), Milano (Lombardia), Roma (Lazio), Napoli (Campania), Palermo (Sicilia) hanno più di 500 mila abitanti (risposta B, corretta); Torino (Piemonte), Genova (Liguria), Napoli (Campania), Palermo (Sicilia) contengono tra i 500 mila e il milione di abitanti sul loro territorio, ma nessuna regione ne possiede due (risposta C, errata); in Toscana ci sono due città che presentano un numero di abitanti tra i 100 e i 250 mila (Prato e Livorno), in Umbria (Perugia e Terni), in Sicilia (Messina e Siracusa), in Sardegna (Cagliari e Sassari), (risposta D, errata).
6. Nel testo si dice: *“In alcune zone, infatti, è difficile costruire edifici oppure ci sono minori opportunità di lavoro, in altre invece le occasioni di lavoro o le risorse del territorio richiamano un maggiore numero di persone”, “I centri abitati più densamente popolati si trovano nelle pianure e lungo le coste; in questi luoghi le condizioni ambientali hanno favorito l’espansione delle città e lo sviluppo delle attività lavorative. Sulle montagne e sulle colline la popolazione è invece molto più scarsa. Alcune zone, soprattutto sugli Appennini, si sono addirittura spopolate.”* Si capisce che tra gli elementi che influenzano la distribuzione degli abitanti abbiamo: le caratteristi-



che geografiche e territoriali (morfologia), le occasioni di lavoro (manodopera) e le condizioni ambientali (clima). Non si parla di genere (uomini, donne), né di rapporto tra le diverse età. La risposta corretta è dunque la A.

7. Nel testo appena letto l'autore per due volte parla direttamente al lettore, rivolgendosi con il "tu" ("Ricorda però che...", "Come puoi notare..."), compaiono verbi all'infinito (*sapere, avere, costruire, conoscere ecc.*), ma è presente anche un passato prossimo, verso la fine del testo (*le condizioni ambientali hanno favorito...*): la risposta A è quindi errata. Questo testo non è un racconto, quindi non è narrativo (risposta B, errata); compaiono verbi passivi (*vengono eseguite, è composta...*), risposta C, errata. Quindi la risposta D è corretta perché nel testo compaiono in maggioranza verbi al presente indicativo (*è, vivono, risulta, richiamano, sono, calcolano, mostra, abita, varia ecc.*), l'autore per due volte parla direttamente al lettore, rivolgendosi con il "tu" ("Ricorda però che...", "Come puoi notare...") e compaiono verbi indefiniti, soprattutto infiniti (*sapere, avere, costruire, conoscere ecc.*).

## ESERCIZIO 5

## PROBLEMA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da un *termine* che contiene le seguenti informazioni:

deposito(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

deposito(m1,55,46)

deposito(m2,53,47)

deposito(m3,59,48)

deposito(m4,56,48)

deposito(m5,54,46)

deposito(m6,57,48)

Disponendo di un motocarro con portata massima di 93 Kg trovare la lista L delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

Trovare, inoltre, la portata minima P del motocarro che riesce a trasportare due minerali (diversi) col massimo valore complessivo

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine:  $m1 < m2 < m3 < \dots$

L	[		]
P			

## SOLUZIONE

L	[m1,m5]
P	96

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Una maniera (valida in generale) di rispondere alla prima domanda, consiste nel costruire *tutte* le possibili *combinazioni* di due minerali diversi e considerare di ciascuna il valore e il peso.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1, m4" è uguale alla combinazione "m4, m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati, come richiesto dal problema: si veda di seguito.

Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili e tra queste scegliere quella di maggior valore.

COMBINAZIONI	VALORE	PESO	TRASPORTABILITÀ
[m1,m2]	55+53=108	46+47=93	si
[m1,m3]	55+59=114	46+48=94	no
[m1,m4]	55+56=111	46+48=94	no
[m1,m5]	55+54=109	46+46=92	si
[m1,m6]	55+57=112	46+48=94	no
[m2,m3]	53+59=112	47+48=95	no
[m2,m4]	53+56=109	47+48=95	no
[m2,m5]	53+54=107	47+46=93	si
[m2,m6]	53+57=110	47+48=95	no
[m3,m4]	59+56=115	48+48=96	no
[m3,m5]	59+54=113	48+46=94	no
[m3,m6]	59+57=116	48+48=96	no



[m4,m5]	$56+54=110$	$48+46=94$	no
[m4,m6]	$56+57=113$	$48+48=96$	no
[m5,m6]	$54+57=111$	$46+48=94$	no

Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.

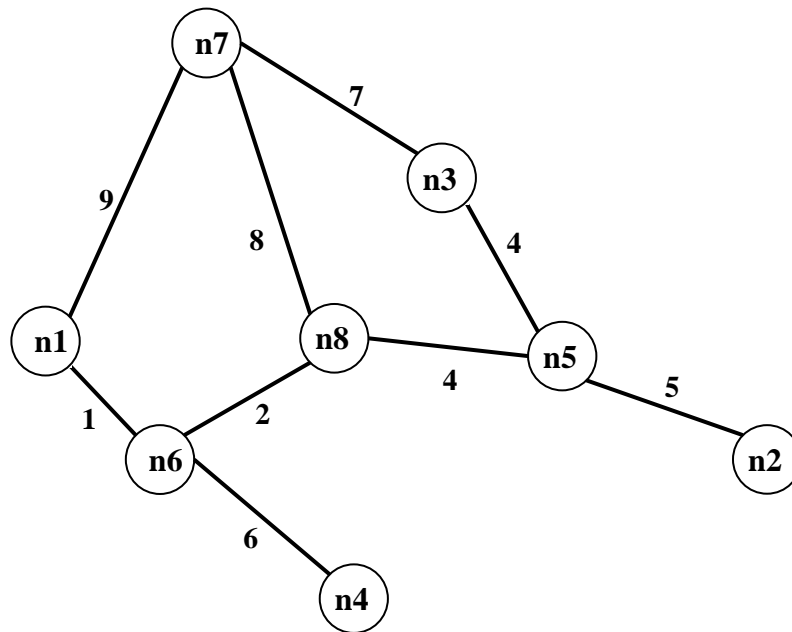
N.B. Per costruire *tutte* le combinazioni di due sigle, conviene considerare esplicitamente le sigle elencate in un qualche ordine: per esempio in quello alfabetico:

m1  
m2  
m3  
m4  
m5  
m6

Adesso è facile costruire prima tutte le combinazioni di due sigle che iniziano con la “prima” (che sarà accoppiata con ciascuna delle successive), poi tutte quelle che iniziano con la “seconda” (che sarà accoppiata con ciascuna delle successive, ma non con la precedente), e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte e una sola volta.

Per rispondere alla seconda domanda basta individuare i due minerali (diversi) di valore massimo: la somma dei loro pesi è la portata cercata.





Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono (necessariamente) proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono, segmenti di retta). Per rispondere alle due domande occorre elencare sistematicamente *tutti* i percorsi *semplici* (cioè che non passino più volte per uno stesso punto) tra n1 e n2.

PERCORSO da n1 a n2	LUNGHEZZA
[n1, n7, n3, n5, n2]	25
[n1, n7, n8, n5, n2]	26
[n1, n6, n8, n5, n2]	12
[n1, n6, n8, n7, n3, n5, n2]	27

L1, K1, L2, L3 seguono immediatamente.

## ESERCIZIO 7

## PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti turistici significativi della loro regione per la prossima primavera. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività, stabiliscono quanti di loro devono partecipare a ogni attività e stimano il tempo per portarla a conclusione.

(Esempi di attività sono: la raccolta delle manifestazioni dai vari enti che le organizzano, il disegno della struttura dell'ipertesto, la decisione su quali sono le interazioni possibili, il test finale per controllare che tutto funzioni, ecc.)

La tabella che segue elenca le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	1
A2	3	3
A3	2	2
A4	2	5
A5	4	4
A6	2	2
A7	3	3
A8	2	2
A9	3	2
A10	3	2
A11	6	1

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività non possono essere svolte in un ordine qualsiasi: esistono delle *priorità* fra le attività che sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A4], [A1,A3], [A2,A5], [A5,A11], [A1,A9], [A3,A6], [A4,A10]  
 [A6,A7], [A7,A11], [A4,A7], [A4,A8], [A8,A11], [A10,A11], [A9,A10]

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero massimo RM e il numero minimo Rm di ragazzi al lavoro in un giorno.

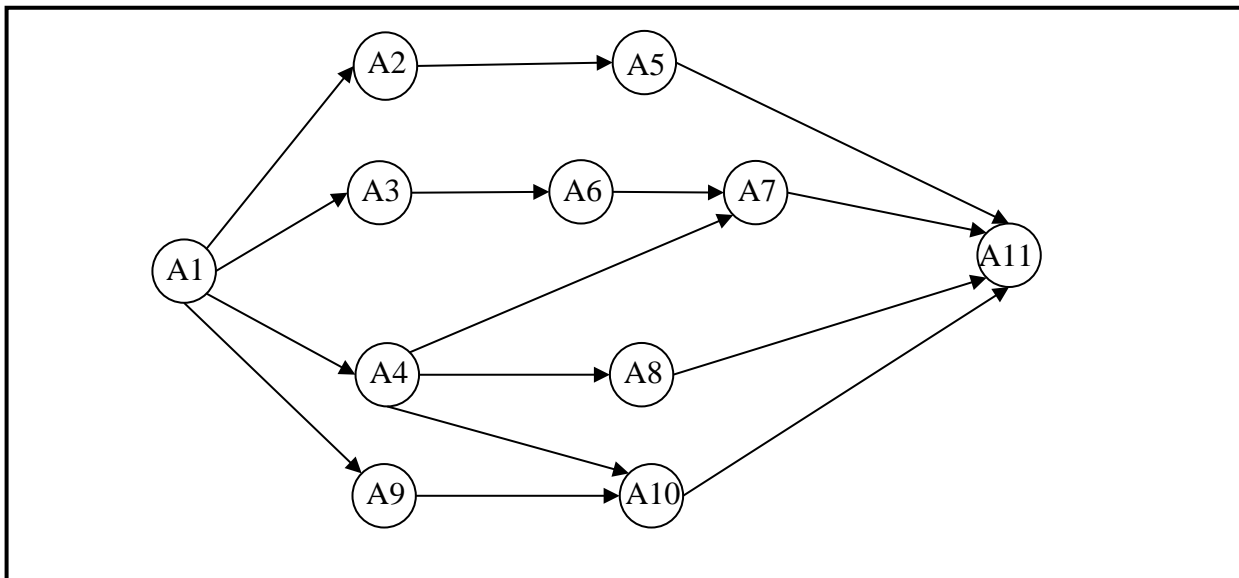
N	
RM	
Rm	

## SOLUZIONE

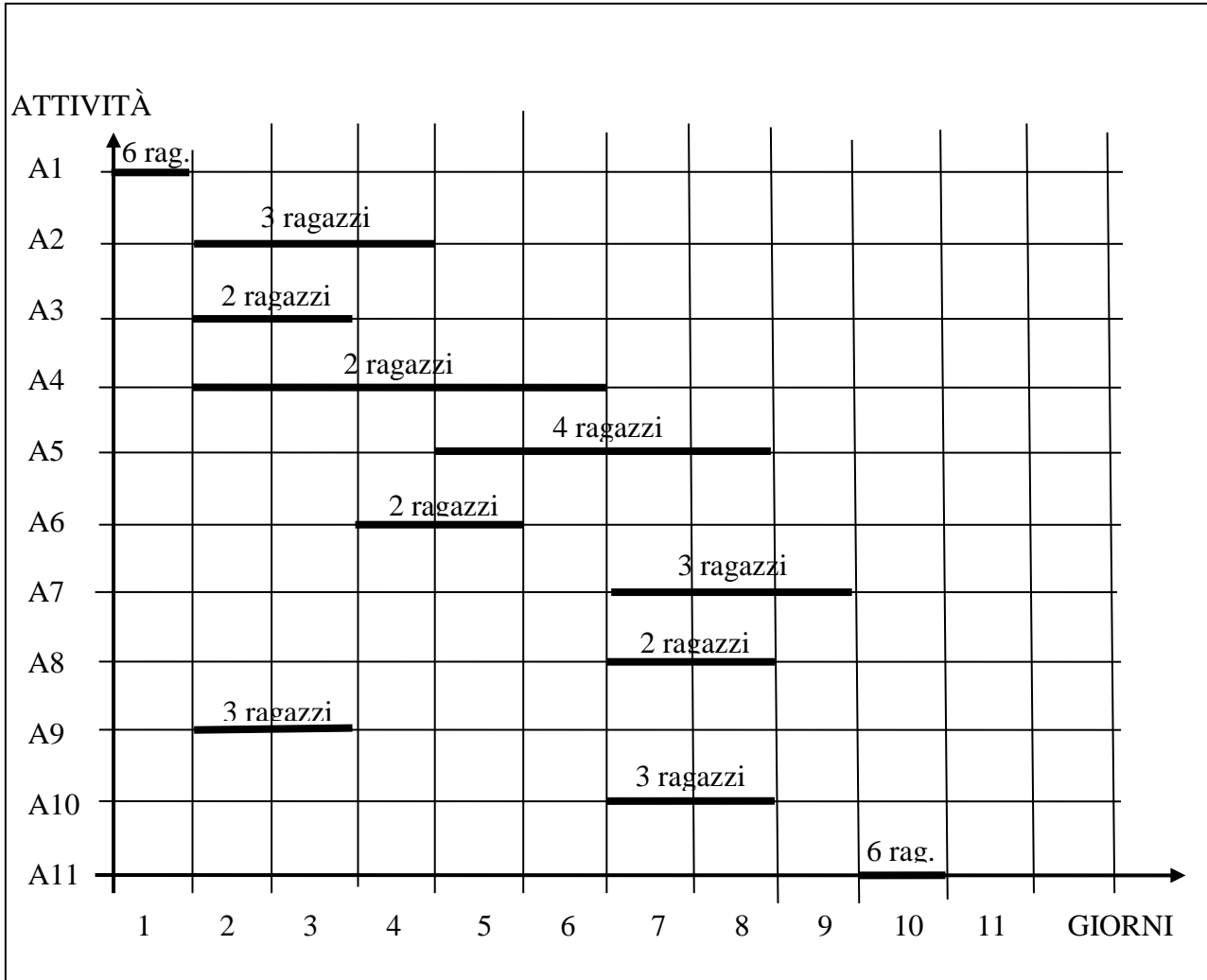
N	10
RM	12
Rm	3

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente la dipendenza “logica” tra le attività, cioè come si devono susseguire nel tempo.



Poi, dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull’asse verticale le attività (dall’alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l’inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla). L’attività A1 inizia (*convenzionalmente*) il giorno 1 e dura un giorno; quando è terminata, il giorno 2 possono iniziare le attività A2, A3, A4 e A9 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). Inoltre, per esempio, l’attività A7 può iniziare solamente quando sono terminate sia l’attività A4 sia l’attività A6.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 10 giorni e che il numero minimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 3, il giorno 9; il numero *massimo* di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 12, i giorni 7 e 8.



ESERCIZIO 8

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```

procedura PROVA1;
variables A, B, C, D integer;
input A, B, C;
if A < B then A ← A + B; endif;
if B > C then B ← A - B; endif;
if C < B then C ← A + B; endif;
D ← A + B + C;
output A, B, C, D;
endprocedura;
    
```

I valori in input sono: 5 per A, 12 per B e 3 per C; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

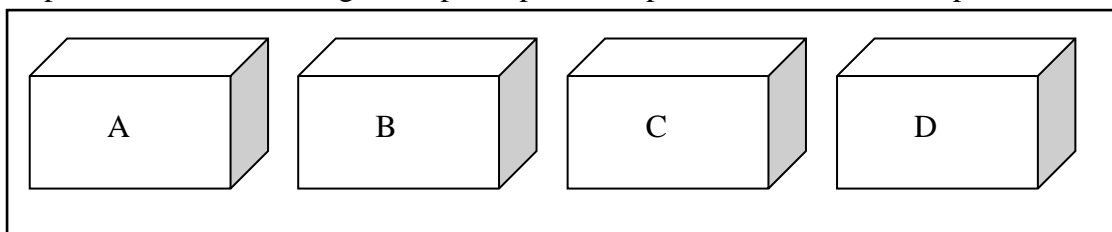
A	
B	
C	
D	

SOLUZIONE

A	17
B	5
C	22
D	44

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Immaginando che le variabili siano “scatole” che contengono un valore (come nella figura seguente), il problema si risolve eseguendo passo passo le operazioni indicate dalla procedura.



Occorre fare attenzione al fatto che il valore delle variabili può cambiare più volte, nel corso della procedura.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```

procedura PROVA2;
variables A, B, C, D integer;
input A, B, C;
D ← A - B - C;
if C>D
    then C ← A;
    else if C< A then C ← B; endif;
endif;
A ← C+D;
B ← A+D;
C ← A+ B;
output A, B, C, D;
endprocedura;
    
```

I valori in input sono: 10 per A, 2 per B, 3 per C; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

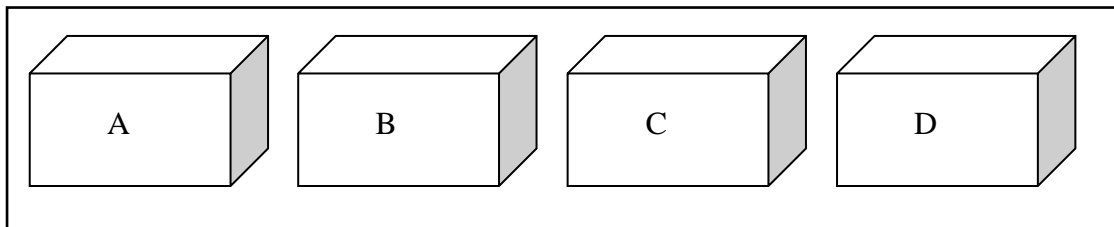
A	
B	
C	
D	

SOLUZIONE

A	7
B	12
C	19
D	5

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Immaginando che le variabili siano “scatole” che contengono un valore (come nella figura seguente), il problema si risolve eseguendo passo passo le operazioni indicate dalla procedura.



Occorre fare attenzione al fatto che il valore delle variabili può cambiare più volte, nel corso della procedura.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```

procedure PROVA3;
variables A, B, C, D, E integer;
input A, B, C, D;
A ← A + B + C + D;
B ← A + B + C + D;
E ← A;
if A > B then A ← A + B + C + D;
           else C ← B;
endif;
if A < B then A ← D; endif;
if A < B then A ← C + D; endif;
A ← A + D + 1;
if A < E then A ← A + 1; endif;
C ← A + B + C + D;
D ← A + B + C + D - E;
output A, B, C, D, E;
endprocedure;
    
```

I valori in input sono: 2 per A, 3 per B, 4 per C e 5 per D; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

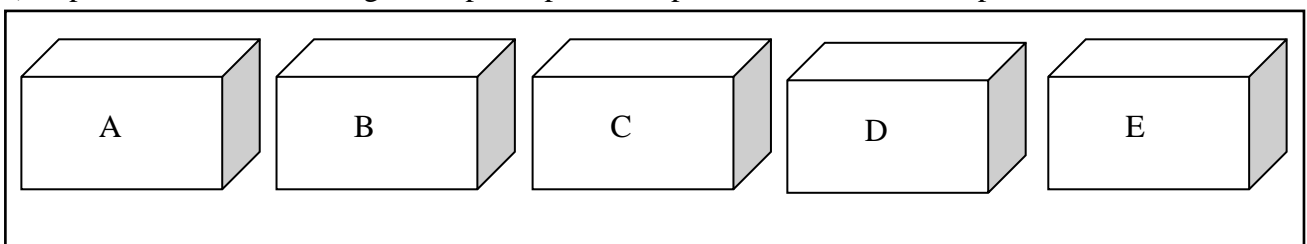
A	
B	
C	
D	
E	

SOLUZIONE

A	37
B	26
C	94
D	148
E	14

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Immaginando che le variabili siano “scatole” che contengono un valore (come nella figura seguente), il problema si risolve eseguendo passo passo le operazioni indicate dalla procedura.



Occorre fare attenzione al fatto che il valore delle variabili può cambiare più volte, nel corso della procedura.

ESERCIZIO 11

PROBLEMA

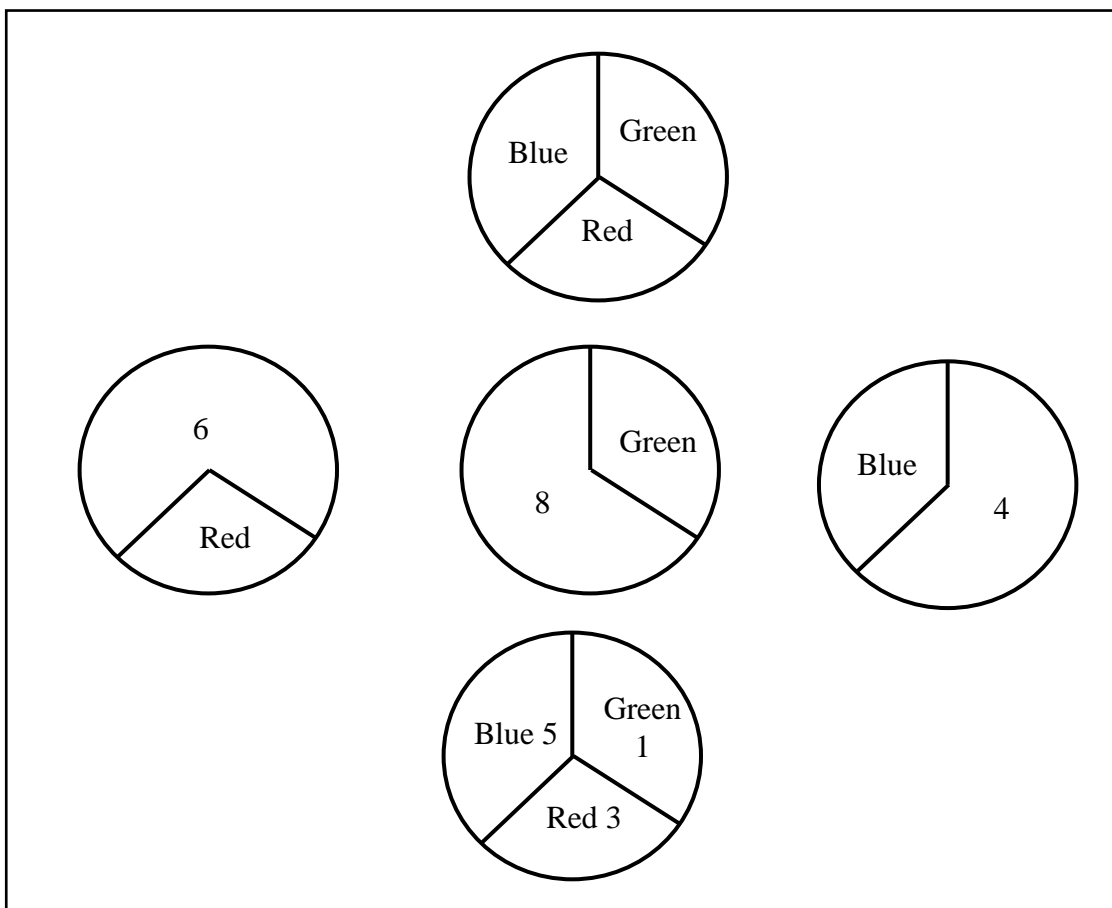
In a jar of red, green, and blue marbles, all but 6 are red marbles, all but 8 are green, and all but 4 are blue. How many marbles are in the jar? Put your answer, as an integer number, in the box below. (Venn-like diagrams could be helpful.)

SOLUZIONE

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si osservi la seguente figura. Il primo diagramma può essere interpretato come un diagramma di Venn che descrive che ci sono palline di tre colori nel barattolo. I diagrammi della seconda riga realizzano visivamente quanto affermato dal problema: “all but 6 are red marbles, all but 8 are green, and all but 4 are blue”.

È (particolarmente) evidente dalla figura che: le palline verdi e blu sono (in tutto) 6, quelle blu e rosse sono (in tutto) 8 e quelle rosse e verdi sono (in tutto) 4.



Ciò detto ci sono varie maniere di risolvere il problema.

Si può procedere per tentativi esaminando (per esempio) i tre casi possibili per le palline rosse e verdi (terzo diagramma, seconda riga): possono essere rispettivamente 1 e 3, 2 e 2 o 3 e 1.

La prima ipotesi è sbagliata perché il primo diagramma della seconda riga direbbe che in tutto le palline sono 7, in contrasto col secondo diagramma che dice che le palline blu e rosse sono 8.

La seconda ipotesi è sbagliata perché il primo diagramma della seconda riga direbbe che in tutto le palline sono 8, quindi per il secondo diagramma le palline verdi sarebbero 0, in contrasto con l'ipotesi che sono 2.

La terza ipotesi è coerente con i diagrammi e porta a concludere che nel barattolo ci sono 9 palline: 3 rosse, una verde e 5 blu.

N.B. Conviene partire dalle palline rosse e verdi (terzo diagramma della seconda riga) perché sono meno (4), quindi i casi da esaminare sono solo 3; partendo, per esempio, dalle palline rosse e blu (che sono 8, secondo diagramma) i casi da esaminare sarebbero stati 7.

Si può ragionare in maniera diversa osservando che se si sommano i tre numeri:

$$6 + 8 + 4 = 18$$

si sono sommate le palline: blu e verdi, blu e rosse, rosse e verdi, cioè si sono sommate due volte le palline di ogni colore, cioè due volte le palline nel barattolo, che quindi sono 9.

ESERCIZIO 12

PROBLEMA

Each of the digits 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, and 9 is used only once to make two five-digit numbers so that they have the largest possible sum.

1. What is this sum?
2. One only of the following could be one of the numbers; which one?
  - A. 78432
  - B. 87642
  - C. 87520
  - D. 97231
  - E. 98502

Enter your answers in the following table; the first answer should be an integer number, the second answer should be a capital letter without dot.

1	
2	

SOLUZIONE

1	183951
2	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I due numeri, per avere somma massima, devono avere come prima cifra significativa (da sinistra) 8 o 9, come seconda cifra 7 o 6, come terza cifra 5 o 4, come quarta cifra 3 o 2, come ultima cifra (a destra) 1 o 0; tutte le altre scelte porterebbero a un somma minore.

La somma è quindi:

$$\begin{array}{r}
 9 \ 7 \ 5 \ 3 \ 1 \\
 8 \ 6 \ 4 \ 2 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 8 \ 3 \ 9 \ 5 \ 1
 \end{array}$$

Naturalmente ci sono molte coppie di numeri che hanno tale somma (sono 32). Tra quelli elencati solamente 87520 soddisfa le condizioni suddette (ed è in coppia con 96431).