

**ESERCIZIO 1**

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI, pagina 2.

PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[a,p],q)	regola(2,[a,p],r)	regola(3,[p,w],v)
regola(4,[q,t],g)	regola(5,[a,v],w)	regola(6,[r,u],k)
regola(7,[r,t],h)	regola(8,[v,t],h)	regola(9,[a,r],b)
regola(10,[v,n],k)	regola(11,[g,h],x)	regola(12,[h,k],z)
regola(13,[a,v],n)	regola(14,[g,k],y)	regola(15,[w],t)
regola(16,[a,q],t)	regola(17,[v,t],m)	regola(18,[a,r],u)

Trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **x** conoscendo **a** e **p**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **y** conoscendo **a** e **p**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **z** conoscendo **a** e **p**.

N.B. Si ricordi che, dato un procedimento deduttivo, la lista che lo rappresenta si costruisce per passi successivi a partire dal primo elemento (a sinistra nella lista) che è la sigla della prima regola da applicare; ad ogni passo, se ci fossero più regole applicabili, occorre dare la precedenza (nella lista) a quella con sigla *inferiore*.

L1	[]
L2	[]
L3	[]

SOLUZIONE

L1	[1,2,16,4,7,11]
L2	[1,2,16,4,18,6,14]
L3	[1,2,16,7,18,6,12]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per la prima domanda, iniziando col metodo *backward*, **x** è deducibile solo con la regola 11 da **g** e **h**, entrambi incogniti; l'elemento **g** è deducibile solo con la regola 4, da **q** e **t** (incogniti), mentre **h** è deducibile con la regola 7 a partire da **r** e **t**, oppure con la regola 8 a partire da **v** e **t**. A partire dai dati sono applicabili solo le regole 1, per dedurre **q** e la regola 2 per dedurre **r**; a questo punto il problema è dedurre **t**: questo si può fare con la regola 15 da **w** (incognito) oppure con la regola 16 da **a** e **q** (uno dato, l'altro già dedotto): è del tutto evidente che conviene applicare la regola 16.

Ricapitolando il procedimento è [1,2,16,4,7,11], facendo attenzione all'ordine delle regole: *questo può essere fatto con uno schema come la seguente tabella, che mette in evidenza la sigla della regola, l'elemento dedotto con quella regola (nella casella immediatamente in basso) e gli elementi che sono noti al momento dell'applicazione (nella riga in basso, nelle caselle a sinistra della colonna in cui compare la regola).*



		REGOLE VIA VIA APPLICATE																	
		1	2	16	4	7	11												
a	p	q	r	t	g	h	x												
DATI		INCOGNITE VIA VIA DEDOTTE																	

Si noti che al secondo passo sono applicabili sia la regola 2, sia la regola 16: occorre dare la precedenza alla prima.

Per la seconda domanda, iniziando col metodo *backward*, y è deducibile solo con la regola 14 da g e k , entrambi incogniti; l'elemento g è deducibile solo con la regola 4, da q e t (incogniti), mentre k è deducibile con la regola 6 a partire da r e u , oppure con la regola 10 a partire da v e n . A partire dai dati sono applicabili solo le regole 1, per dedurre q e la regola 2 per dedurre r ; a questo punto il problema è dedurre t e u ; per il primo si procede come sopra; per dedurre u esiste solo la regola 18, che ha come antecedenti a e r (il primo dato, il secondo già dedotto). Ricapitolando il procedimento è [1,2,16,4,18,6,14], facendo attenzione all'ordine delle regole.

		REGOLE VIA VIA APPLICATE																	
		1	2	16	4	18	6	14											
a	p	q	r	t	g	u	k	y											
DATI		INCOGNITE VIA VIA DEDOTTE																	

Per la terza domanda, iniziando col metodo *backward*, z è deducibile solo con la regola 12 da h e k , entrambi incogniti, ma deducibili come nelle domande precedenti

Ricapitolando il procedimento è [1,2,16,7,18,6,12], facendo attenzione all'ordine delle regole.

		REGOLE VIA VIA APPLICATE																	
		1	2	16	7	18	6	12											
a	p	q	r	t	h	u	k	y											
DATI		INCOGNITE VIA VIA DEDOTTE																	

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento all’Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente PERCORSI IN UN GRAFO, pagina 6.

PROBLEMA

Un grafo (che corrisponde alla rete di strade che collegano delle città) è descritto dal seguente elenco di archi:

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| arco(n1,n12,3) | arco(n9,n6,4) | arco(n2,n5,6) |
| arco(n2,n6,8) | arco(n1,n5,7) | arco(n1,n8,6) |
| arco(n3,n7,3) | arco(n4,n8,5) | arco(n7,n4,7) |
| arco(n6,n3,9) | arco(n5,n9,5) | arco(n8,n9,1) |
| arco(n7,n9,4) | arco(n3,n11,9) | arco(n7,n10,8) |

Disegnare il grafo e trovare:

1. la lista L1 del percorso più breve tra n11 e n12;
2. la lista L2 del percorso semplice (cioè che non ha nodi ripetuti) più lungo tra n11 e n12;
3. il numero N di percorsi diversi tra n11 e n12 che escludono il nodo n9;
4. la lista L3 del percorso semplice più breve tra n11 e n12 se l’arco tra il nodo n9 e il nodo n7 è a senso unico (da n9 verso n7).

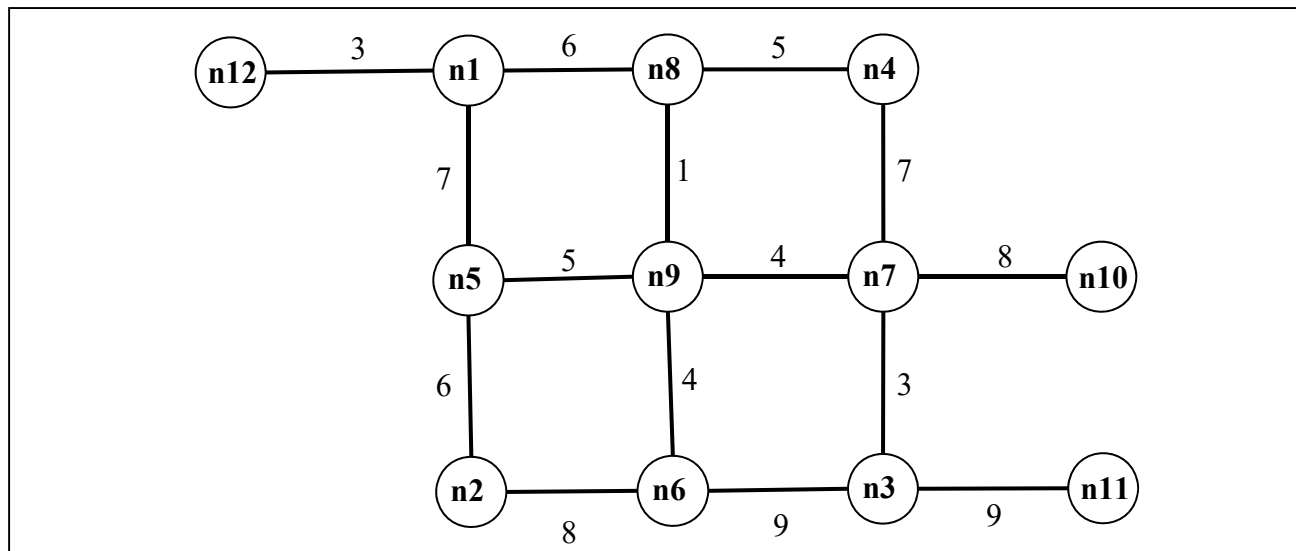
L1	[]
L2	[]
N	
L3	[]

SOLUZIONE

L1	Non valida
L2	[n11,n3,n6,n2,n5,n9,n7,n4,n8,n1,n12]
N	2
L3	[n11,n3,n6,n9,n8,n1,n12]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Un possibile *layout* del grafo è mostrato nella seguente figura.



N.B. Il grafo è planare, cioè è possibile disegnarlo su un piano senza che gli archi si incrocino. Le lunghezze associate agli archi (che rappresentano delle strade) non sono legate alle reali lunghezze dei segmenti che li rappresentano nel grafo.

Per rispondere alle domande occorre enumerare tutti i percorsi (semplici) tra n_{11} e n_{12} .

PERCORSO	LUNGHEZZA	COMMENTO
[$n_{11}, n_3, n_7, n_4, n_8, n_9, n_6, n_2, n_5, n_1, n_{12}$]	53	
[$n_{11}, n_3, n_7, n_4, n_8, n_9, n_5, n_1, n_{12}$]	40	
[$n_{11}, n_3, n_7, n_4, n_8, n_1, n_{12}$]	33	esclude n_9
[$n_{11}, n_3, n_7, n_9, n_6, n_2, n_5, n_1, n_{12}$]	44	
[$n_{11}, n_3, n_7, n_9, n_5, n_1, n_{12}$]	31	più breve
[$n_{11}, n_3, n_7, n_9, n_8, n_1, n_{12}$]	26	
[$n_{11}, n_3, n_6, n_9, n_5, n_1, n_{12}$]	37	
[$n_{11}, n_3, n_6, n_9, n_8, n_1, n_{12}$]	32	più breve se n_9-n_7 è senso unico
[$n_{11}, n_3, n_6, n_9, n_7, n_4, n_8, n_1, n_{12}$]	47	
[$n_{11}, n_3, n_6, n_2, n_5, n_9, n_8, n_1, n_{12}$]	47	
[$n_{11}, n_3, n_6, n_2, n_5, n_9, n_7, n_4, n_8, n_1, n_{12}$]	62	più lungo
[$n_{11}, n_3, n_6, n_2, n_5, n_1, n_{12}$]	42	esclude n_9

N.B. Questi percorsi possono essere facilmente “organizzati” in un albero; la radice è il nodo di partenza; ogni nodo dell’albero ha tanti figli quanti sono i nodi a lui adiacenti nel grafo, purché non compaiono già nell’albero come suoi antenati; i percorsi sono i “rami” che dalla radice vanno alle foglie dell’albero etichettate col nodo finale. Costruire l’albero dei cammini consente di essere sicuri di averli presi in considerazione *tutti*.

ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente PROGRAMMAZIONE DEI MOVIMENTI DI UN ROBOT, pagina 17.

PROBLEMA

In un campo di gara sufficientemente ampio, il robot è nella casella [15,15] con orientamento verso il basso: trovare la lista L dei comandi da assegnare al robot per fargli compiere il percorso descritto dalla seguente lista di caselle:

[[15,15],[15,14],[16,14],[16,15],[17,15],[17,16],[18,16],[18,15]]

con orientamento finale verso destra.

(Individuare le caselle nelle quali è necessario cambiare orientamento con uno dei comandi che consentono al robot di girarsi in senso *orario* o *antiorario*).

N.B. Si ricordi che il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*, comando: o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*, comando: a;
- avanzare di una casella (nel verso dell'orientamento), comando: f.

N.B. Quando il robot deve cambiare direzione, prima di avanzare deve girarsi!

L []

SOLUZIONE

L [f,a,f,a,f,o,f,a,f,o,f,o,f,a]

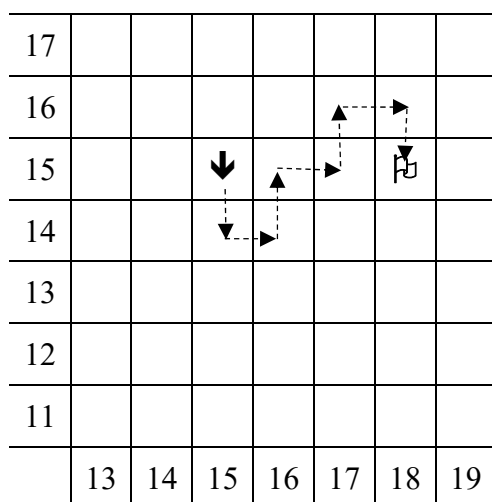
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per descrivere l'orientamento del robot, conviene far riferimento alla rosa dei venti e chiamare:

n, e, s, w

rispettivamente l'orientamento verso l'alto, destra, il basso, sinistra. In questo modo lo stato del robot alla partenza è descritto da [15,15,s].

Per risolvere il problema è opportuno visualizzare le caselle del percorso, come nella figura che segue.



N.B. Naturalmente nella figura è mostrata solamente la parte rilevante del campo di gara; in basso e a sinistra sono mostrate le coordinate delle caselle disegnate. Inoltre nella casella [15,15] è mostrato l'orientamento *iniziale* del robot.

Dalla figura è immediato che la sequenza di comandi relativa al percorso è la seguente:

STATO
DEL ROBOT

0	posizione iniziale	[15,15,s]
1	comando: f	[15,14,s]
2	comando: a	[15,14,e]
3	comando: f	[16,14,e]
4	comando: a	[16,14,n]
5	comando: f	[16,15,n]
6	comando: o	[16,15,e]
7	comando: f	[17,15,e]
8	comando: a	[17,15,n]
9	comando: f	[17,16,n]
10	comando: o	[17,16,e]
11	comando: f	[18,16,e]
12	comando: o	[18,16,s]
13	comando: f	[18,15,s]
14	comando: a	[18,15,e]

La lista dei comandi è quindi [f,a,f,a,f,o,f,a,f,o,f,o,f,a].

**ESERCIZIO 4**

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 23.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura ALFA.

```

procedura ALFA;
variables A, B integer;
input A, B;
while A < 10 do;
    if A < B then output A; input A; endif;
    if A ≥ B then output B; input B; endif;
endwhile;
endprocedura;

```

I valori *disponibili* in input sono, per A: 5, 5, 9, 5, 10, 10; per B: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Trovare la lista L che contenga nell'ordine (da sinistra a destra) tutti i valori forniti in output.

L [_____]

SOLUZIONE

L [3,4,5,5,5,6,7,8,9,9,5]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Occorre eseguire passo passo la procedura come mostrato nella seguente tabella, dove nelle due ultime colonne il valore "letto" (cioè variato perché in input) è contraddistinto da un *.

	prima dell'inizio del ciclo "while"		valore in output	dopo la fine del ciclo "while"	
	valore di A	valore di B		valore di A	valore di B
I esecuzione del "while"	5	3	3	5	4*
II esecuzione del "while"	5	4	4	5	5*
III esecuzione del "while"	5	5	5	5	6*
IV esecuzione del "while"	5	6	5	5*	6
V esecuzione del "while"	5	6	5	9*	7*
			6		
VI esecuzione del "while"	9	7	7	9	8*
VII esecuzione del "while"	9	8	8	9	9*
VIII esecuzione del "while"	9	9	9	9	10*
IX esecuzione del "while"	9	10	9	5*	10
X esecuzione del "while"	5	10	5	10*	10

ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 23.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura BETA.

```

procedure BETA;
variables A, B, K integer;
B ← 0;
for K = 1 to 6 step 1 do;
    input A;
    if A > B then B ← B + A; endif;
    if A < B then B ← B + A + 2; endif;
endfor;
output B;
endprocedure;
    
```

I valori di input per A sono 5, 2, 9, 15, 28, 52: determinare il valore della variabile in output.

B	
---	--

SOLUZIONE

B	52
---	----

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Occorre eseguire la procedura passo passo. La seguente tabella riporta i valori delle tre variabili alla fine di ognuna delle 6 ripetizioni del ciclo "for". Si noti che quando il valore di A è uguale al valore di B, quest'ultimo non cambia.

valore di K	valore letto per A	valore di B
1	5	5
2	2	9
3	9	9
4	15	24
5	28	52
6	52	52

**ESERCIZIO 6**

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 23.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura GAMMA.

```
procedure GAMMA;  
variables A, B, C, D, E, J integer;  
E ← 0;  
input A;  
B ← 999;  
F = B - A;  
C ← A × B;  
D ← C × A + B;  
for J from 1 to D step 1 do;  
    E ← E + 1 + J × C;  
    E ← E + J × F × C;  
endfor;  
output E;  
endprocedure;
```

Se il valore di input per A è 1000, determinare il valore di output per E.

SOLUZIONE**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Il ciclo “for” somma 1 alla variabile E che alla fine ha il valore di D; infatti il valore di $J \times C$ è l'opposto di quello di $J \times F \times C$.

C vale: $1'000 \times 999 = 999'000$.

D vale: $999'000 \times 1'000 + 999 = 999'000'999$

Quando il valore di J si avvicina a quello di D, il valore di $J \times C$ si avvicina a quello di $D \times C$.

**ESERCIZIO 7****PROBLEM**

You are given two numbers. Subtract a third of the smaller number from each number. The result of this operation with the larger number is four times the result of the operation with the smaller number.

What is the quotient on dividing the larger number by the smaller?

Put your answer as an integer in the box below.

SOLUTION**TIPS FOR THE SOLUTION**

Call a third of the smaller number a . The smaller number minus a is $2a$: the larger number minus a is four times this value, or $8a$. Then the smaller number is $2a + a = 3a$ and the larger number is $8a + a = 9a$.

**ESERCIZIO 8****PROBLEM**

John is a passionate cyclist.

- A. Yesterday he carried a heavy backpack, full of mountain equipment, to a friend of his. From his home to the meeting point he maintained the speed of 4 miles per hour. On the way back his speed was 12 mph. What was his average speed?
- B. The day before yesterday, on a training ride, he got a puncture; this happened at two-third of his route: he finished his route on foot. John took walking twice the time he did cycling. What is the ratio of his cycling speed to his walking speed?

Put your answers, as *integer numbers* (rounded, if necessary), in the appropriate boxes below.

average speed in mph	
ratio	

SOLUTION

average speed in mph	6
ratio	4

TIPS FOR THE SOLUTION

- A. Let's call l the distance, in miles, between John's house and the meeting point, so he rode $2l$ miles. The first leg took John $l/4$ hours; the second leg took $l/12$ hours. The total time was $l/3$ (indeed $l/4 + l/12 = l/3$), so the average speed was $2l/(l/3) = 6$ mph.
- B. John walked one-third of the way, or half as far as he rode, but it took him twice the time. Therefore, he rode four times as fast as he walked.