ESERCIZIO 1

PREMESSA
Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.
Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.
Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b)**; utilizzando queste regole, conoscendo [**a**,**b**], è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) applicando la regola 19 per dedurre **w.** La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo [**a,b**] e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da [**a**,**b**]. Il numero di elementi della lista si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA
Siano date le seguenti regole:

regola(1,[a],h)	regola(2,[q,f],e)	regola(3,[e,f],w)
regola(4,[m,h],x)	regola(5,[d,g],w)	regola(6,[z,f],g)
regola(7,[z],f)	regola(8,[e,z],d)	regola(9,[z,f],q)
regola(10,[h,y],m)	regola(11,[p,z],x)	regola(12,[z,r],p)
regola(13,[w,z],r)	regola(14,[w,z],y)	regola(15,[w,r],z)

Trovare:
1. la lista L1 che descrive il procedimento più breve per dedurre **x** conoscendo **r, z**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento più breve per dedurre **w** conoscendo **z**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento più breve per dedurre **x** ed **e** conoscendo **z**;
4. la lista L4 che descrive il procedimento più breve per dedurre **x** e **g** conoscendo **z** con il vincolo "*usando la regola* 5".

N.B. Elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare; se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	
L2	
L3	
L4	

SOLUZIONE

L1	[12,11]

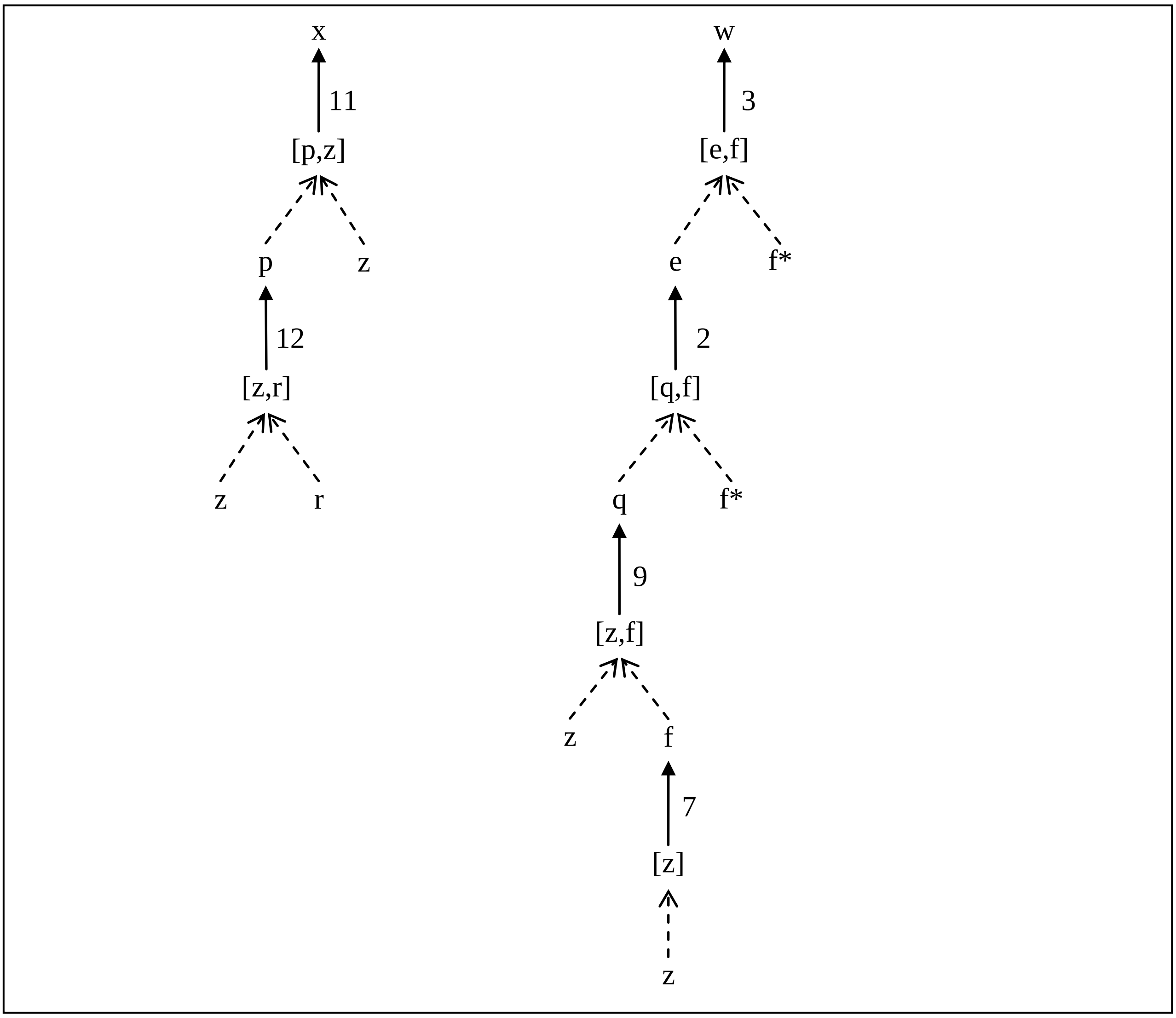
L2	[7,9,2,3]
L3	[7,9,2,3,13,12,11]
L4	[7,6,9,2,8,5,13,12,11]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Nel caso della prima domanda, si verifica immediatamente che **x** compare come conseguente nelle regole 4 e 11; la prima ha come antecedenti **m** ed **h** (entrambi incogniti), la seconda **p** e **z** (solo p è incognito). Conviene quindi, per trovare il procedimento più breve, tentare con la seconda regola: infatti **p** è deducibile solo con la regola 12 che ha gli antecedenti noti. La lista L1 è [12,11] e il procedimento relativo è mostrato a sinistra nella figura che segue.

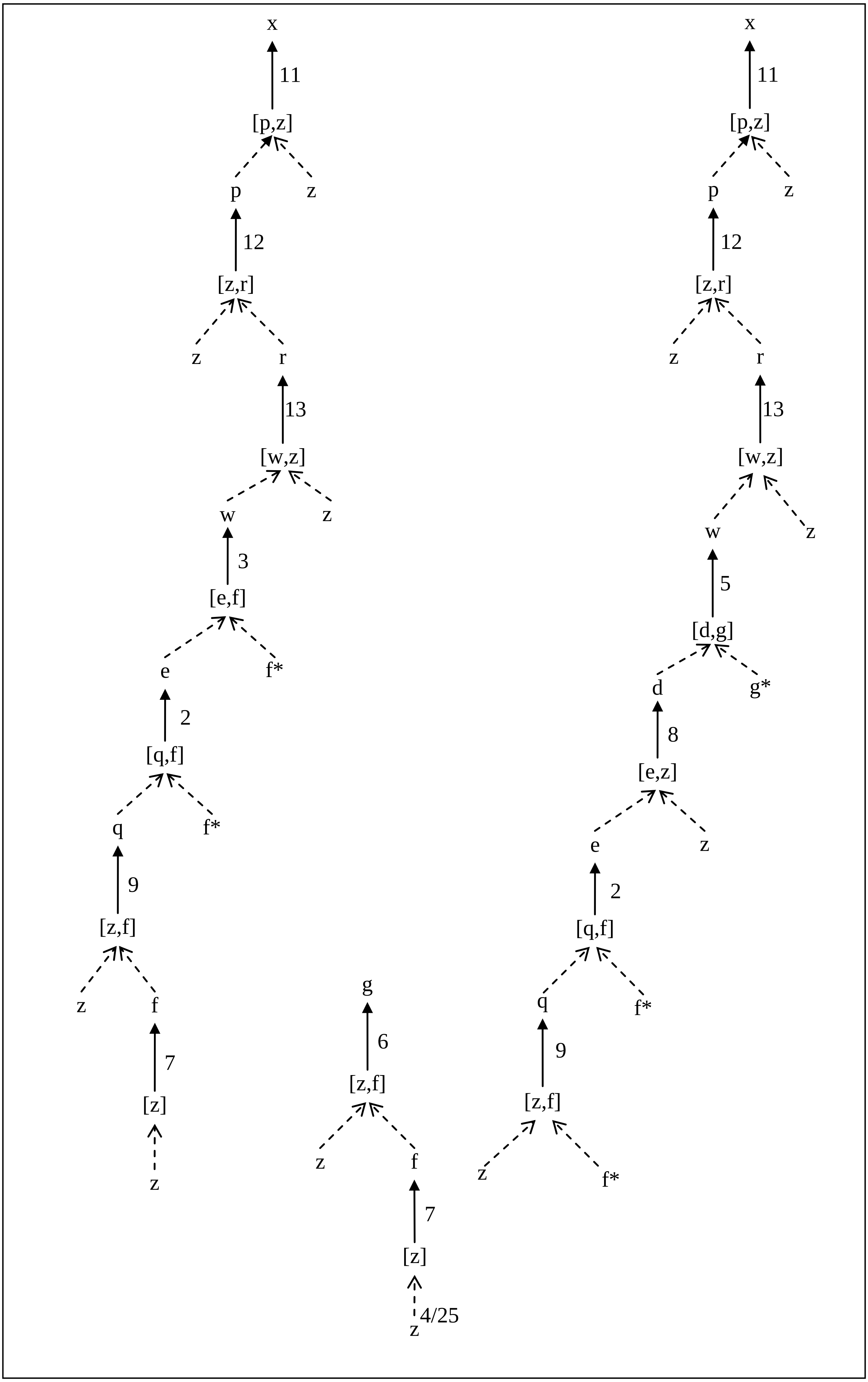
Nel caso della seconda domanda, si verifica immediatamente che **w** compare come conseguente nelle regole 3 e 5. La regola 3 ha come antecedenti **e** ed **f**, entrambi incogniti; la regola 5 ha come antecedenti **d** e **g**, entrambi incogniti. Un rapido esame mostra che per dedurre questi ultimi ci si riconduce (mediante le regole 6 e 8) a dedurre **e** ed **f**: ma allora per trovare il procedimento più breve occorre partire dalla regola 3; la lista L2 è [7,9,2,3] e il procedimento relativo è mostrato a destra nella figura che segue.



N.B. Un asterisco indica un elemento che è già stato dedotto.

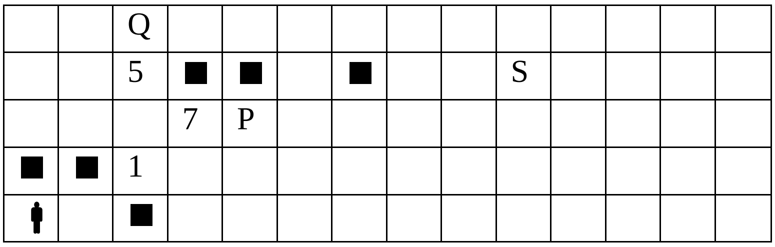
Osserviamo, poi, che la risposta alla terza domanda si ottiene immediatamente dalla risposta alle prime due. L3 è [7,9,2,3,13,12,11] e il procedimento relativo è mostrato a sinistra nella figura che segue.

Per la risposta alla quarta domanda, tenendo conto di L3 e di quanto espresso nel N.B., si ha facilmente la lista L4: [7,6,9,2,8,5,13,12,11]. Il procedimento relativo è mostrato a destra nella figura che segue.

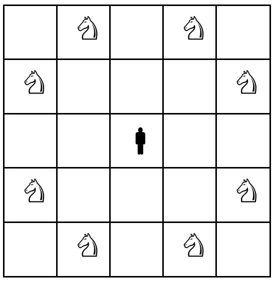

x
11
[p,z]
p
z
12
[z,r]
z
r
13
[w,z]
w
z
3
[e,f]
e
f*
2
[q,f]
q
f*
9
[z,f]
z
f
7
[z]
z
g
6
[z,f]
z
f
7
[z]
z
q
9
[z,f]
z
f*
[q,f]
f*
2
e
z
[e,z]
8
d
g*
[d,g]
5
w
z
[w,z]
13
r
z
[z,r]
12
p
z
[p,z]
11
x

ESERCIZIO 2

PREMESSA
In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).



Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot sono [1,1].
Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).



Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].
In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. I premi sono descritti fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]].
Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista:

[[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]]

e ha un totale di premi accumulati pari a 8.

PROBLEMA
In un campo di gara di dimensioni 7×7, il robot, che si può muovere come il cavallo nel gioco degli scacchi, si trova nella casella [1,3] e deve eseguire percorsi semplici (senza passare più di una volta su una stessa casella) per raccogliere premi e *penalità* (che si *sottraggono* ai premi accumulati) posti in alcune caselle del campo di gara. Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[4,5],[3,2],[4,2],[4,4],[3,3],[4,6],[5,3]].

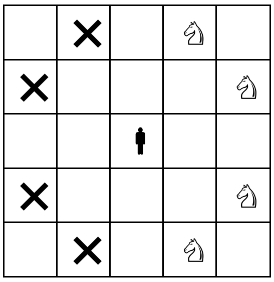
I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[2,5,5],[6,5,21],[6,4,24],[5,6,6],[7,7,22],[7,5,10],[7,2,19]].

Le penalità distribuite nel campo di gara sono descritte dalla seguente lista:

[[6,3,3],[3,7,2],[2,2,6]].

Al robot sono interdette le mosse che, con riferimento alla rosa dei venti, sono specificate dagli elementi della lista [sso,oso,ono,nno], quindi le mosse permesse sono mostrate dalla seguente figura.



Trovare:
- la lista L1 che descrive il percorso (semplice) che consente di accumulare esattamente 19 punti,
- la lista L2 che descrive il percorso (semplice) che consente di accumulare esattamente 31 punti,
- la lista L3 che descrive il percorso (semplice) che consente di accumulare esattamente 52 punti.

I punti accumulati si ottengono come accumulo di premi e detrazione di penalità.

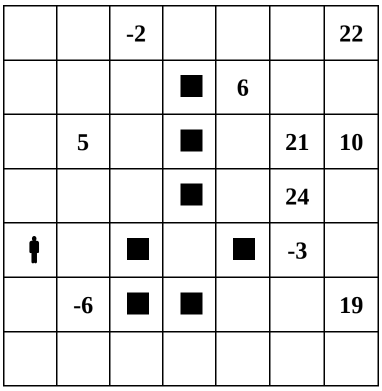
L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[[1,3],[2,5],[3,7],[5,6],[7,5]]
L2	[[1,3],[2,5],[3,7],[5,6],[7,7]]
L3	[[1,3],[2,5],[3,7],[5,6],[6,4],[7,2]]

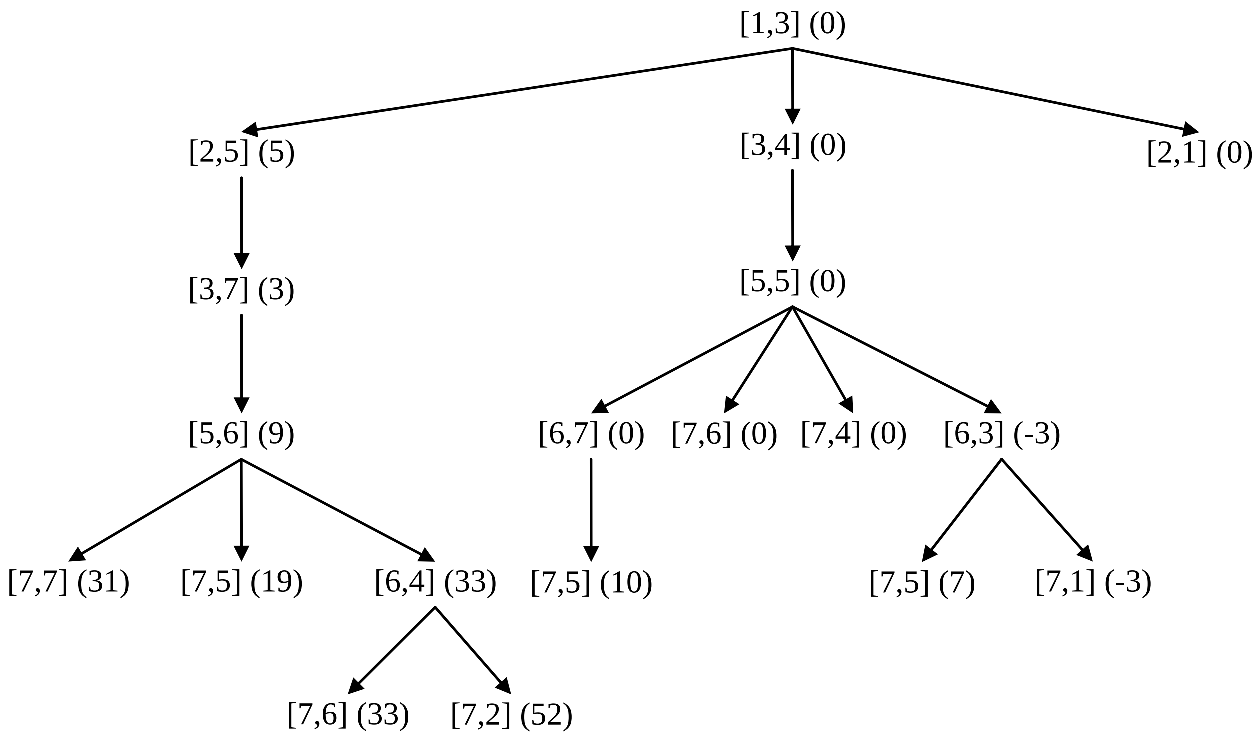
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nella seguente figura.



Occorre tener presente che il robot può muoversi solo verso destra, cioè aumentando l'ascissa a ogni mossa: quindi, raggiunta l'ordinata di un premio (senza passare per la casella che lo contiene), non può più guadagnarlo.

Una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo consiste nel costruire l'*albero delle possibili mosse*: si inizia con la *radice* che corrisponde alla casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Ci si arresta quando si è arrivati in una casella da cui non ci si può muovere (o, in particolari casi, quando si è raggiunto un prefissato obbiettivo: una casella di questo tipo si dice *meta*). In questo problema, inoltre, è conveniente aggiungere a ogni casella il valore del premio accumulato. In questo caso, l'albero delle mosse possibili è il seguente.



È immediato, a questo punto rispondere alle domande.

N.B. L'albero delle possibili mosse è "facile" da costruire in problemi, come quello in esame, in cui il robot non può percorrere dei cicli (a causa delle mosse vietate); altrimenti occorre aggiungere opportuni vincoli (come, ad esempio, quello che ogni nodo aggiunto sia diverso da tutti gli antenati), per evitare rami di lunghezza infinita.

ESERCIZIO 3

PREMESSA
Leggere il testo seguente con attenzione.

Tra le forme di cultura popolare che il Medioevo trasmise all'Età Moderna, una manifestazione tuttora vitale è costituita dal Carnevale. Esso però, a differenza di quanto avviene oggi, non era in origine una festa profana, ma rivestiva un valore magico - rituale.
La parola "carnevale" deriva probabilmente dal basso latino carnem levare (ossia "eliminare la carne" in rapporto all'obbligo del pranzo di magro) e si riferisce al periodo di penitenza e purificazione ("quaresima") che seguiva il Carnevale. Infatti, il significato del Carnevale non sta solo nella rottura, mediante scherzi, mascheramenti, eccessi alimentari, eccessi sessuali, dei limiti che ordinariamente la società impone ai suoi membri. Questo breve periodo di apparente libertà si giustifica e si completa appunto per il fatto di essere effimero: la rottura dei limiti che il Carnevale comporta ha in sostanza lo scopo di stabilire il principio che questi limiti andranno poi osservati durante il resto dell'anno.
Le origini del Carnevale risalgono all'età antica, forse ai Saturnali romani, feste in onore del dio Saturno: per pochi giorni all'anno, in inverno, si creava una specie di "mondo alla rovescia" in cui, per burla, i padroni servivano i loro schiavi e si adottavano comportamenti di solito interdetti.
In tutte le civiltà contadine esistevano feste di "morte e rinascita" in cui i comportamenti normali venivano per qualche tempo sospesi e si adottavano varie forme di sovvertimento: ad esempio ci si maschera, si celebrano feste con spiccate caratteristiche burlesche o si brucia un fantoccio che simboleggia il male. Non deve stupire che questi antichissimi rituali abbiano attraversato i tempi e i sistemi politici più diversi e lontani tra loro e, anche se la Chiesa evitò di inserire apertamente nelle sue celebrazioni questa festa, così "pagana" e sovversiva, essa la tollerò ponendola sotto il suo controllo e, quanto meno, imponendo un periodo di penitenza dopo la celebrazione delle feste carnevalesche.
Il Carnevale, con la sua carica profana, fu pertanto inglobato nei rituali celebrati nei primi mesi dell'anno, attraverso il ciclo Carnevale - Quaresima - Pasqua.

Tratto da, E. Cantarella, G. Guidorizzi, *Le tracce della storia*, Einaudi Scuola, Milano, 2001

PROBLEMA
Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Quando si parla di *festa profana*, l'aggettivo "profano" indica
   A. Del popolo;
   B. Che non ha carattere sacro;
   C. Consacrata;
   D. Contraria a Dio e alla religione.
2. La festa del Carnevale viene messa in relazione con il periodo della Quaresima perché:
   A. Nel Medioevo la produzione di carne era scarsa e quindi ci dovevano essere periodi in cui c'era il divieto di consumarne e questo era proprio quello della Quaresima;
   B. Nel Carnevale si rompono tutti i limiti descritti nella Bibbia e nei Vangeli per poi rifletterci sopra durante il periodo della Quaresima;
   C. Le feste e le esagerazioni del Carnevale sono un'offerta che il Cristiano dà a Dio;
   D. Le feste e le esagerazioni del Carnevale rappresentano la totale libertà mondana prima della contrizione e del ravvedimento.

3. Il testo riporta: “*Infatti, il significato del Carnevale non sta solo nella rottura, mediante scherzi, mascheramenti, eccessi alimentari, eccessi sessuali, dei limiti che ordinariamente la società impone ai suoi membri*”; la figura retorica contenuta in questo periodo è:
    1. Un’enumerazione;
    2. Un chiasmo;
    3. Un’antitesi;
    4. Una metafora.

A. Il testo riporta: “*Questo breve periodo di apparente libertà si giustifica e si completa appunto per il fatto di essere effimero*”; l’aggettivo “effimero” in questo contesto significa:
    A. Proibito;
    B. Ripetitivo;
    C. Di breve durata;
    D. Duraturo.

5. La rottura dei limiti durante il Carnevale:
    A. Ha come conseguenza quella di dare origine ad un forte monito da parte della Chiesa;
    B. Rappresenta l’idea di libertà in rapporto al perdono del cristianesimo;
    C. Rappresenta l’impossibilità di redimersi da parte del fedele impenitente;
    D. Rappresenta il rovesciamento del mondo: chi pecca è più felice rispetto a chi segue fino in fondo i precetti del Cristianesimo;
6. Durante i Saturnali:
    A. Le persone potevano adottare comportamenti di solito proibiti;
    B. Le persone potevano adottare anche la fisionomia degli Dei, in particolare del dio Saturno, cosa solitamente interdetta;
    C. Le persone potevano adottare comportamenti di solito vietati dal dio Saturno;
    D. Le abitudini invernali venivano scambiate con quelle estive per propiziare ottimi raccolti.
7. Il Carnevale ha quasi sicuramente una derivazione:
    A. Dai riti contadini di abbruciamento dei campi e poi della loro rigenerazione;
    B. Da feste pagane poi incluse ufficialmente nei calendari cristiani;
    C. Da feste pagane legate ai doni della Natura nei confronti dell’uomo;
    D. Da feste pagane di contrapposizione.
8. Le feste da cui si fa derivare il Carnevale erano:
    A. Volgari e ricche di allusioni sessuali;
    B. Derisorie e buffonesche;
    C. Rispettose e moderate;
    D. Austere e ridicole.
9. La popolarità e la forza del Carnevale sono rappresentate dal fatto che:
    A. Esso, nonostante i fortissimi impedimenti voluti dalla Chiesa, ha resistito nel corso dei secoli;
    B. Anche nel mondo della Chiesa esistono riti di morte e rinascita, quindi piano piano Carnevale e riti cristiani si fusero insieme;
    C. Il Carnevale ha resistito nel tempo nonostante il rapporto ambiguo che esso instaurava con la Chiesa che, comunque, in un modo o in un altro lo tollerò;
    D. Il Carnevale ha resistito nel tempo grazie alla politica che lo difese sempre contro le limitazioni della Chiesa;
10. Oggigiorno, la Chiesa accetta il Carnevale perché lo ha inserito in una sequenza così strutturata:
    A. Meditazione – morte – rinascita;
    B. Sfrenatezza – pentimento – morte;
    C. Sfrenatezza – contrizione – gioia;
    D. Baldoria – rimorso – crocifissione.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	D
3	A
4	C
5	A
6	A
7	D
8	B
9	C
10	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. L’aggettivo “profano” significa “che non ha carattere sacro”. La risposta D, in particolare, non è corretta perché l’aggettivo “profano” non contiene in sé l’idea di contrario della religione.
2. Il testo dice: *“La parola “carnevale” deriva probabilmente dal basso latino carnem levare (ossia “eliminare la carne” in rapporto all’obbligo del pranzo di magro) e si riferisce al periodo di penitenza e purificazione (“quaresima”) che seguiva il Carnevale.”* Si comprende che il Carnevale era la festa che precede la penitenza e la purificazione (contrizione e ravvedimento), nella quale ci si poteva lasciare andare a qualsiasi libertà ed esagerazione. Il Carnevale non è da mettere in relazione alla produzione di carne, ad una riflessione circa i testi sacri del Cristianesimo o ad un’offerta a Dio stesso.
3. “*Scherzi, mascheramenti, eccessi alimentari, eccessi sessuali*” sono quattro termini elencati uno dopo l’altro per asindeto (punteggiatura): questa costruzione è chiamata enumerazione. Un chiasmo incrocia, a coppie, quattro elementi, un’antitesi propone concetti in contrapposizione e una metafora trasla il significato.
4. Un sinonimo di effimero è “di breve durata”.
5. Il testo dice: “*Questo breve periodo di apparente libertà si giustifica e si completa appunto per il fatto di essere effimero: la rottura dei limiti che il Carnevale comporta ha in sostanza lo scopo di stabilire il principio che questi limiti andranno poi osservati durante il resto dell’anno.”* Il limite “superato” serve alla Chiesa per “richiamare” (monito) il fedele ai suoi doveri e alle sue penitenze. Non esiste un rapporto tra libertà (Carnevale) e perdono (Quaresima), ma tra eccesso e pentimento, la redenzione è possibile quando si è sperimentato l’eccesso e non si tratta di un “rovesciamento” che riguarda l’inversione peccatore/felicità.
6. Nel testo si dice che durante i Saturnali *“si adottavano comportamenti di solito interdetti*.” Un sinonimo di “interdetto” è “proibito”, quindi la risposta A è quella corretta. Le altre tre risposte contengono informazioni errate.

7. Nel testo si dice "*In tutte le civiltà contadine esistevano feste di "morte e rinascita*": si parla quindi di feste "pagane" che contrappongono la morte con la rinascita (risposta D). Le altre risposte contengono informazioni non corrette.
8. Nel testo si dice "[...] *si celebrano feste con spiccate caratteristiche burlesche*": "derisorie e buffonesche" sono due sinonimi di "burlesche". Le altre tre risposte sono errate o parzialmente corrette (per la risposta D: ridicole è corretto, austere è errato).
9. Nella parte finale del testo si afferma: "*Non deve stupire che questi antichissimi rituali abbiano attraversato i tempi e i sistemi politici più diversi e lontani tra loro e, anche se la Chiesa evitò di inserire apertamente nelle sue celebrazioni questa festa, così "pagana" e sovversiva, essa la tollerò ponendola sotto il suo controllo e, quanto meno, imponendo un periodo di penitenza dopo la celebrazione delle feste carnevalesche*." Si capisce che la Chiesa non ha mai impedito fortemente la festa del Carnevale (quindi la risposta A è errata), ma che il Carnevale ha resistito nel tempo, nonostante la Chiesa non lo approvasse del tutto e, ad un certo punto, lo tollerò e utilizzò per costruire il rapporto eccesso - pentimento (risposta C). Il Carnevale non ha resistito perché era appoggiato dalla politica che lo difese contro la Chiesa, né Carnevale e riti cristiani si fusero insieme per similarità.
10. La frase finale del testo è: "*Il Carnevale, con la sua carica profana, fu pertanto inglobato nei rituali celebrati nei primi mesi dell'anno, attraverso il ciclo Carnevale - Quaresima - Pasqua*": come si è capito dalla lettura del testo carnevale = eccesso/sfrenatezza; Quaresima = pentimento/contrizione; la Pasqua che celebra la resurrezione di Cristo è il momento più elevato di gioia/felicità per il Cristianesimo. Quindi la risposta corretta è la C, le altre non colgono il significato del testo.

ESERCIZIO 4

PREMESSA
In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,143,139)	tab(m2,147,140)	tab(m3,148,135)
tab(m4,145,140)	tab(m5,148,160)	tab(m6,149,142)
tab(m7,146,155)	tab(m8,142,146)	tab(m9,151,150)
tab(m10,146,155)	tab(m11,142,146)	tab(m12,150,150)

PROBLEMA
- Disponendo di un autocarro con portata massima di 300 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di ottenere il massimo valore possibile.
- Disponendo di un autocarro con portata massima di 415 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di ottenere il massimo valore possibile.
- Disponendo di un autocarro con portata massima di 570 Kg, trovare la lista L3 delle sigle di 4 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di ottenere il massimo valore possibile.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<… <m12.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[m9,m12]
L2	[m2,m3,m4]
L3	[m2,m3,m6,m9]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Un metodo per risolvere il problema (detto della *forza bruta*) è quello di generare tutte le combinazioni di 2, 3, 4 minerali scelti tra i nove del deposito, calcolarne peso e valore e scegliere, tra quelle trasportabili, quella che ha valore maggiore; poiché tali combinazioni sono rispettivamente (12×11)/(2) = 66, (12×11×10)/(3×2) = 220, (12×11×10×9)/(4×3×2) = 495, tale metodo è "pesante" (cioè richiede molti calcoli).

Esistono comunque modi "più veloci" che consentono di (costruire ed) esaminare un minor numero di combinazioni: invece di ordinare i minerali in ordine "alfabetico" e costruire le combinazioni in ordine "lessicografico", si possono ordinare i minerali in ordine di peso crescente:

minerale	peso	valore
m3	135	148
m1	139	143
m4	140	145
m2	140	147
m6	142	149
m8	146	142
m11	146	142
m9	150	151
m12	150	150
m7	155	146
m10	155	146
m5	160	148

e *costruire le combinazioni a partire da questo ordine*.
È molto facile rispondere alla prima domanda: si vede immediatamente che la combinazione che permette di riempire "esattamente" l'autocarro di 300 Kg (cioè [m9,m12]) è anche quella di valore maggiore.
Per rispondere alla seconda domanda si vede che si possono escludere tutte le combinazioni "successive" (nell'ordine di costruzione considerato) alla [m3,m4,m2] perché hanno peso maggiore di 415 Kg; anche in questo caso la combinazione che riempie esattamente l'autocarro è la più conveniente.
Per rispondere alla terza domanda si vede che sicuramente le combinazioni di 4 minerali "successive" (nell'ordine di costruzione considerato) alla [m4,m2,m6,m11] possono essere escluse perché di peso sicuramente maggiore della portata dell'autocarro.
Naturalmente tutte queste considerazioni possono essere incorporate in un programma.

ESERCIZIO 5

PROBLEMA
Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	3	1
A3	3	2
A4	6	3
A5	2	2
A6	2	4
A7	2	1
A8	3	3
A9	6	3
A10	3	1
A11	4	2
A12	6	1

Le attività non possono svolgersi alla rinfusa ma devono essere rispettate delle priorità: per esempio una attività utilizza il prodotto di un'altra, quindi deve svolgersi successivamente. Le *precedenze* fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.
In questo caso le precedenze sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A1,A4], [A3,A5], [A5,A8], [A8,A12], [A4,A6], [A2,A6], [A3,A7], [A7,A8], [A7,A10], [A6,A10], [A10,A12], [A2,A9], [A9,A11], [A11,A12].

Trovare il numero N di giorni (minimo) necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità).
Inoltre determinare
– di quanti giorni D2 può protrarsi la attività A2 (oltre il tempo previsto di un giorno) senza che cambi la durata del progetto.
– di quanti giorni D7 può protrarsi la attività A7 (oltre il tempo previsto di un giorno) senza che cambi la durata del progetto.

N	
D2	
D7	

SOLUZIONE

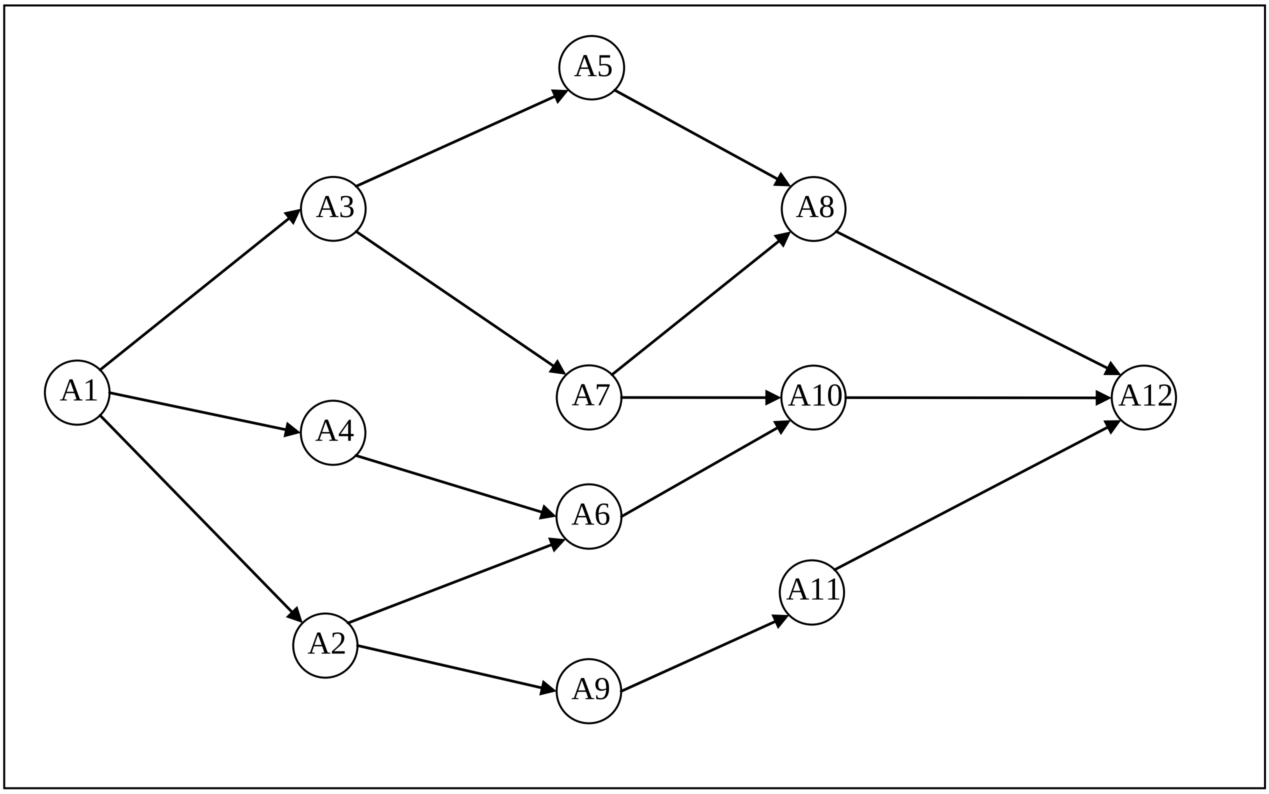
N	11
D2	2
D7	2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

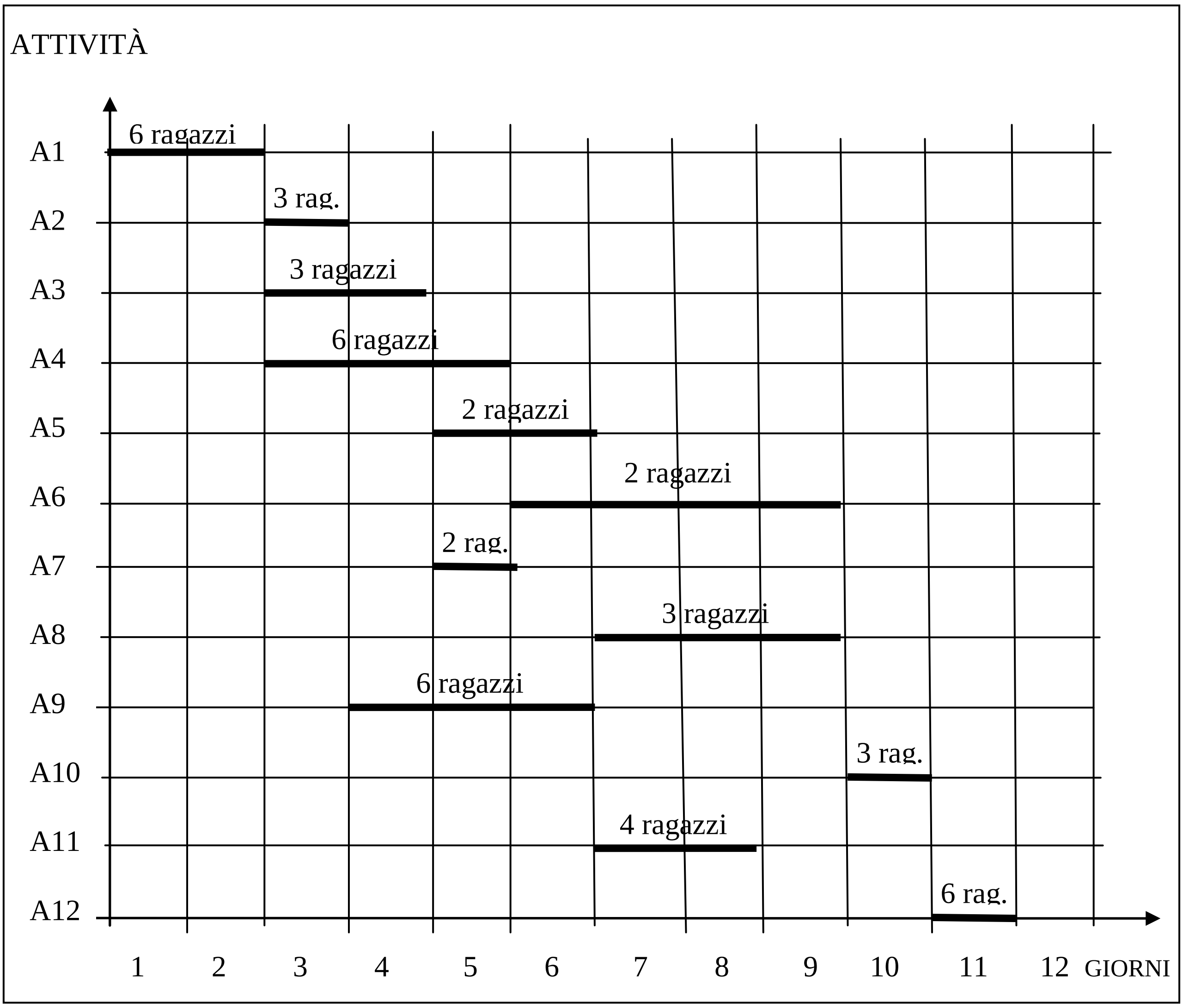
Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.

Si noti come esiste un nodo (A1 nel disegno) in cui non entrano frecce (rappresenta la prima attività del progetto) e un nodo (A12 nel disegno) da cui non escono frecce (rappresenta l'ultima attività del progetto).

N.B. Di solito tali grafi sono *planari* cioè è possibile disegnarli in modo che le frecce non si incrociano; per ottenere un tale disegno si procede per tentativi.



Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sugli *assi coordinati* in verticale le *attività* (dall'alto verso il basso) e in orizzontale il *tempo*, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla). Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). L'attività A10 può iniziare solamente quando sono terminate sia A7 sia A6 e così via.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni; è anche immediato vedere che se l'attività A2 termina dopo il tempo previsto si sposta di conseguenza anche la attività A9 e successivamente anche la attività A11: quest'ultima si può spostare liberamente fino a 2 giorni prima di allineare la sua fine con A10; uno spostamento maggiore ritarderebbe la attività A12, e quindi tutto il progetto.
Anche la attività A7 può ritardare di 2 giorni.

.

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Calcolare il massimo comun divisore M di 80771, 24035, 26941447

M	

SOLUZIONE

M	1

COMMENTO ALLA SOLUZIONE
Occorre fattorizzare i tre numeri (con un programma o cercandoli in tabelle su Internet):
$80771 = 37 \times 37 \times 59$
$24035 = 5 \times 11 \times 19 \times 23$
$26941447 = 13 \times 17 \times 17 \times 71 \times 101$
Non hanno fattori comuni (maggiori di 1).

ESERCIZIO 7

PROBLEMA

Date le seguenti funzioni (cioè definizioni o formule per y_1, y_2, y_3):

$$y_1(x) = 30x + 15$$

$$y_2(x) = 2x^2 + 5$$

$$y_3(x) = \frac{x^3}{10}$$

trovare i più piccoli valori interi positivi x_1, x_2, x_3 per cui risulta:

$$y_1(x_1) < y_2(x_1)$$

$$y_1(x_2) < y_3(x_2)$$

$$y_2(x_3) < y_3(x_3)$$

e riportare i valori nella tabella che segue.

x_1	x_2	x_3

SOLUZIONE

x_1	x_2	x_3
16	18	21

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

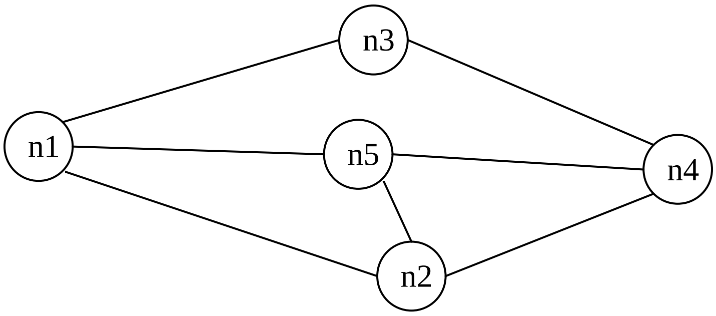
Una maniera di risolvere il problema è "tabulare" le funzioni per i primi valori interi della variabile (facendo i conti a mano o con un programma):

variabile	y_1	y_2	y_3	
1	45	7	0.1	
2	75	13	0.8	
3	105	23	2.7	
4	135	37	6.4	
5	165	55	12.5	
6	195	77	21.6	
7	225	103	34.3	
8	255	133	51.2	
9	285	167	72.9	
10	315	205	100	
11	345	247	133.1	
12	375	293	172.8	
13	405	343	219.7	
14	435	397	274.4	
15	465	455	337.5	
16	**495**	**517**	**409.6**	x_1
17	525	583	491.3	
18	**555**	**653**	**583.2**	x_2
19	585	727	685.9	

20	615	805	800	
21	**645**	**887**	**926.1**	x_3
22	675	973	1064.8	

ESERCIZIO 8

PREMESSA
Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6)	arco(n1,n3,5)	arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3)	arco(n2,n4,3)	arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)		

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza K = 2 + 3 + 4 = 9.
Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5]. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA
È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

arco(n1,n7,3)	arco(n7,n6,6)	arco(n3,n6,8)	arco(n6,n3,2)
arco(n4,n8,9)	arco(n6,n4,7)	arco(n2,n3,9)	arco(n3,n2,7)
arco(n8,n3,6)	arco(n8,n5,8)	arco(n2,n5,4)	arco(n5,n2,7)
arco(n5,n1,2)	arco(n2,n1,5)	arco(n7,n2,1)	arco(n3,n4,8)

N.B. Tutti gli archi sono a *senso unico* (dal nodo primo argomento del termine al nodo secondo argomento del termine). Tra due nodi A e B ci può essere un arco che congiunge A con B e un altro che congiunge B con A

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L1 del percorso semplice *più lungo* tra n1 e n4;
2. trovare la lista L2 del percorso semplice *più lungo* tra n5 e n6;
3. trovare la lista L3 del percorso semplice *più breve* tra n5 e n8 che passa per tutti i nodi.

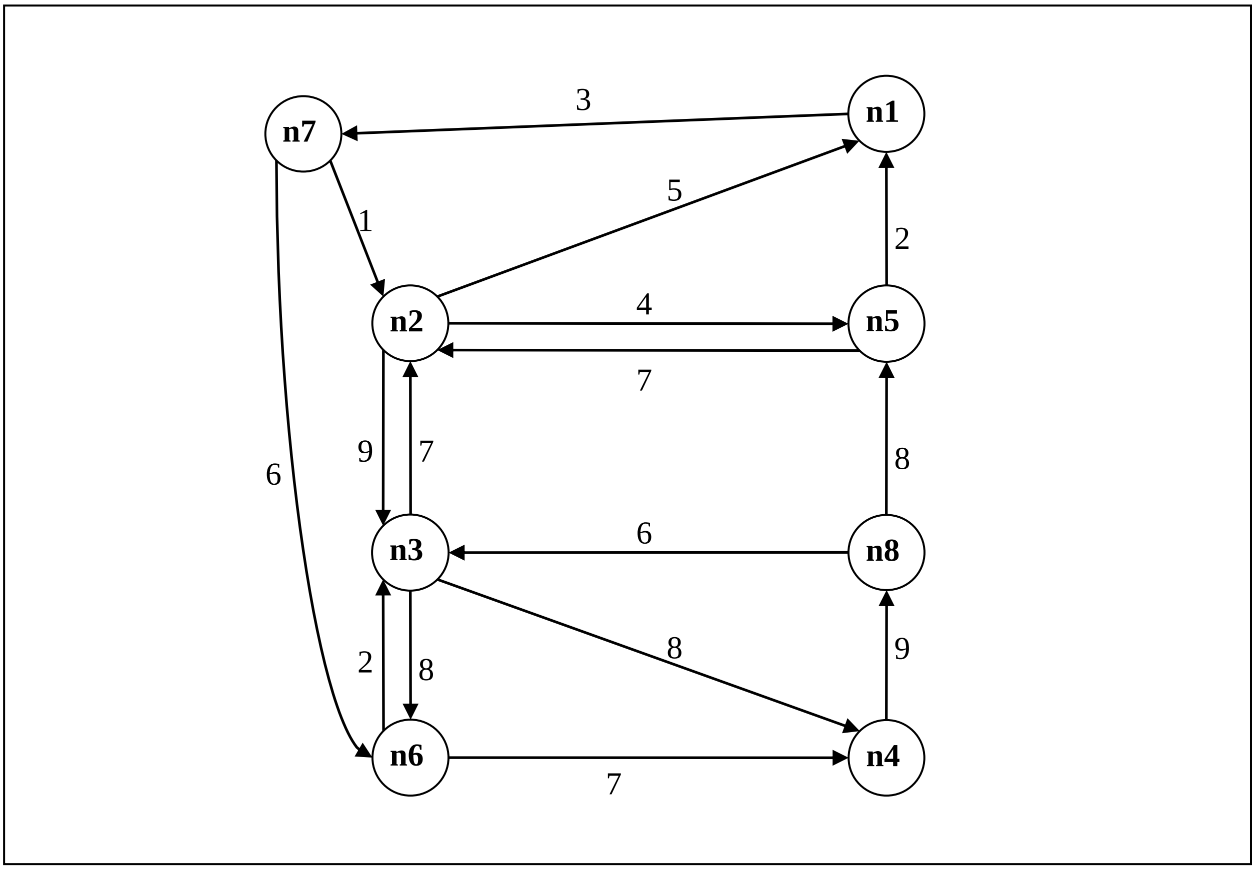
L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[n1,n7,n2,n3,n6,n4]
L2	[n5, n2,n3,n6]
L3	[n5,n1,n7,n2,n3,n6,n4,n8]

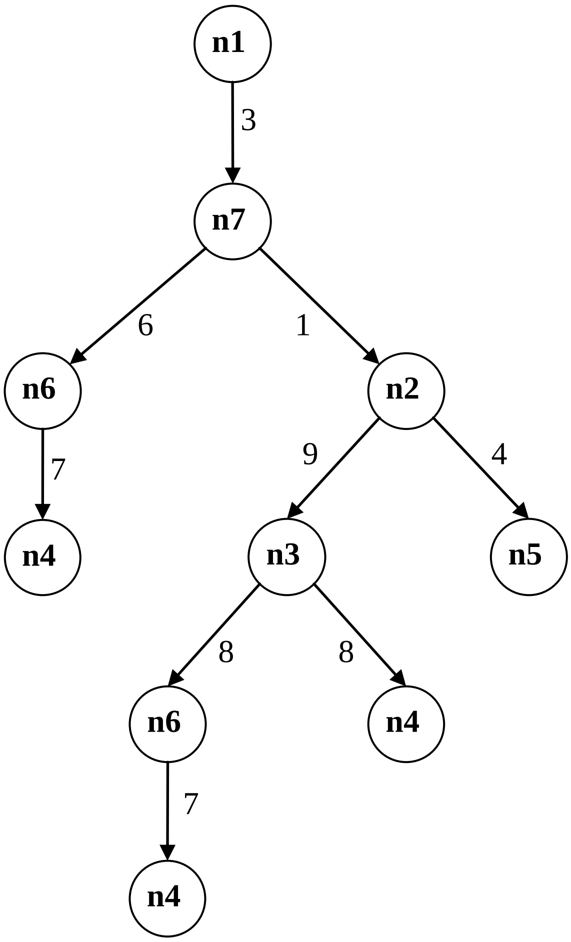
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

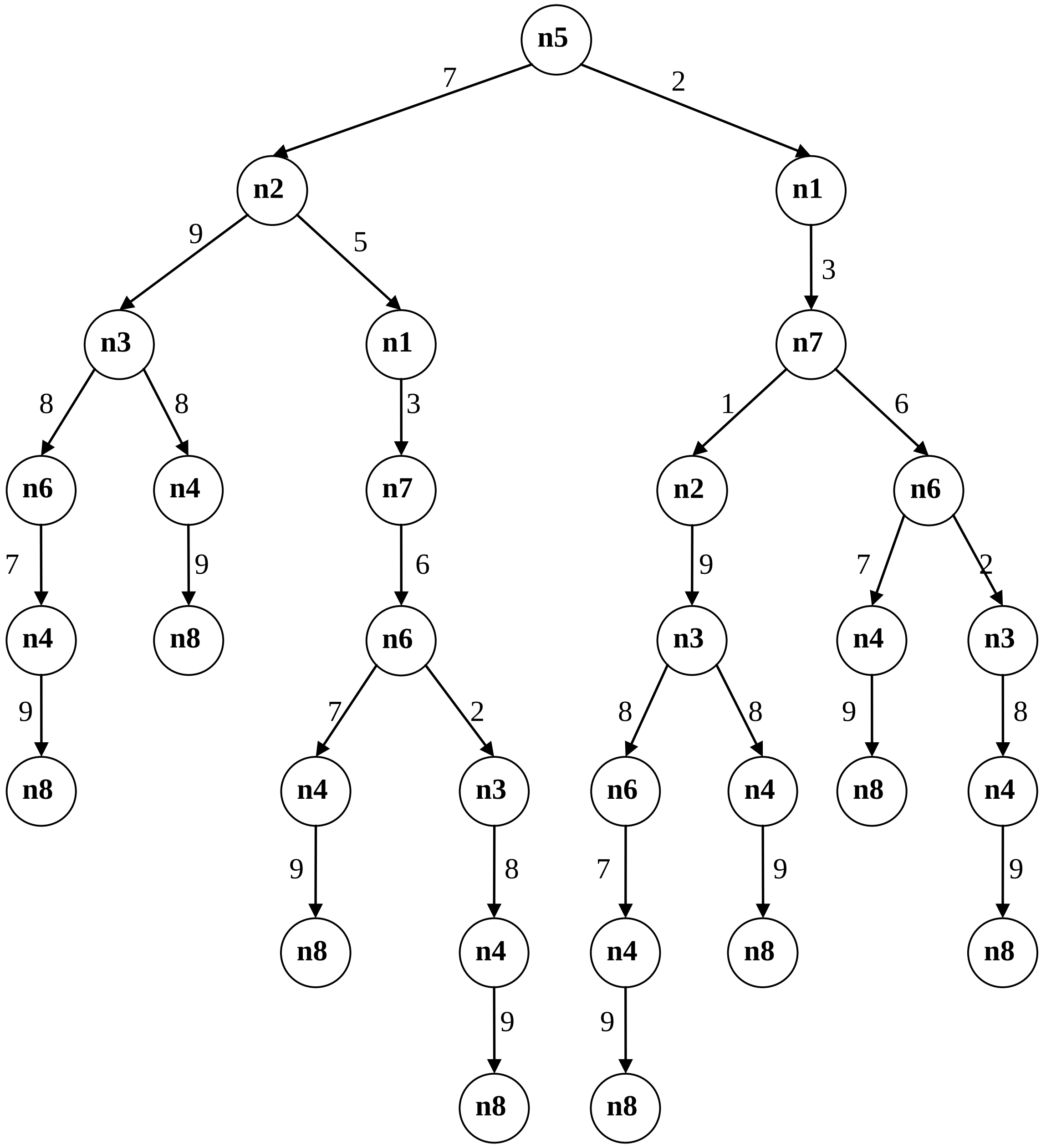
Il grafo descritto dal problema è un grafo planare: si può disegnare su un piano in modo che gli archi non si incrocino come, per esempio, mostrato nella seguente figura.



Per rispondere alle domande si possono costruire gli alberi mostrati nelle seguenti figure; il primo è l'albero dei percorsi semplici da n1 verso n4 (ha un ramo "morto" in n5); il secondo è l'albero di tutti i possibili percorsi semplici da n5.

Esaminando i due alberi è facile costruire le liste richieste.


n1
3
n7
6
1
n6
n2
7
9
4
n4
n3
n5
8
8
n6
n4
7
n4


n5
7
2
n2
n1
9
5
3
n3
n1
n7
8
8
3
1
6
n6
n4
n7
n2
n6
7
9
6
9
7
2
n4
n8
n6
n3
n4
n3
9
7
2
8
8
9
8
n8
n4
n3
n6
n4
n8
n4
9
8
7
9
9
n8
n4
n4
n8
n8
9
9
n8
n8

ESERCIZIO 9

PROBLEMA
Five suspects, one of whom is the guilty party, are being interrogated by the police. Who is the culprit if *just three only* of the following statements are true?

John:	'Steve did it.'
Carl:	'It wasn't me.'
Eddy:	'Bob is innocent.'
Steve:	'John is lying when he accuses me.'
Bob:	'Carl is telling the truth.'

Write your solution in the box below and remember that the given names are capitalised.

culprit	

SOLUZIONE

culprit	Bob

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
A good (systematic) method to solve this problem is:
- suppose, in turn, that each suspect is the culprit;
- determine how many statements are true in each hypothesis.

The results are shown in the following table (where an empty case means "false").

	true statements would be the following ⇓				
if culprit were ⇓	statement by John	statement by Carl	statement by Eddy	statement by Steve	statement by Bob
John		***true***	***true***	***true***	***true***
Carl			***true***	***true***	
Eddy		***true***	***true***	***true***	***true***
Steve	***true***	***true***	***true***		***true***
Bob		***true***		***true***	***true***

As the problem states, there is only one row in the table with three statements true; the culprit is the suspect corresponding to that row.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

Steven rode his bike to school at a speed of 15 mph (miles per hour). He then walked home at a speed of 3 mph. What was Steven's average speed for his trip to school and back?
Enter your answer in the box below as a number with two decimal places. (Use a dot as decimal mark.)

Average speed in mph	

SOLUZIONE

Average speed in mph	5.00

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Let's call n the distance (in miles) between home and school (you can use also a numerical value: 15 miles for instance).
You should keep in mind that:

1. average speed = $\frac{\text{(total) distance}}{\text{(total) time}}$;
2. distances and times can be summed, not so average speeds.

The total distance is $2 \times n$ miles; partial times are $\frac{n}{15}$ hours and $\frac{n}{3}$ hours which sum up to $\frac{2n}{5}$ hours; the average speed can be easily derived.
The following table summarizes the problem.

Trip	Distance in miles	Average speed in mph	time in hours
to school	n	15 (given)	$\frac{n}{15}$
back	n	3 (given)	$\frac{n}{3}$
entire	$2n$	$\frac{\text{distance}}{\text{time}} = \frac{2n}{\frac{2n}{5}} = \frac{2n \times 5}{2n} = 5$ (derived)	$\frac{n}{15} + \frac{n}{3} = \frac{n+5n}{15} = \frac{6n}{15} = \frac{2n}{5}$