

ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12,[m,f,g],w)	regola(13,[a,b,w],q)
regola(14,[r,g],b)	regola(15,[a,b],s)	regola(16,[s,r],b)
regola(17,[q,a],r)	regola(18,[q,a],g)	regola(19,[a,b,s],w)
regola(20,[a,f],w)	regola(21,[a,b,s],f)	regola(22,[a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b**); utilizzando queste regole, conoscendo **[a,b]**, è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) applicando la regola 19 per dedurre **w**. La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo **[a,b]** e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da **[a,b]**. Il numero di elementi della lista (cioè di regole da applicare) si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA

Utilizzando le seguenti regole:

regola(1,[a],h)	regola(2,[q,f],e)	regola(3,[e,f],w)
regola(4,[m,h],x)	regola(5,[d,g],w)	regola(6,[z,f],g)
regola(7,[z],f)	regola(8,[e,z],d)	regola(9,[z,f],q)
regola(10,[h,y],m)	regola(11,[p,z],x)	regola(12,[z,r],p)

1. trovare la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **x** a partire da **r** e **z**;
2. trovare la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **w** a partire da **z** con 4 regole;
3. trovare la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **w** a partire da **z** con 6 regole.

N.B. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. Ad ogni passo del procedimento, se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore. In ogni procedimento, l'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) per poter applicare regole successive: la prima regola è sempre applicabile *solo* a partire dai dati.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[12,11]
L2	[7,9,2,3]
L3	[7,6,9,2,8,5]

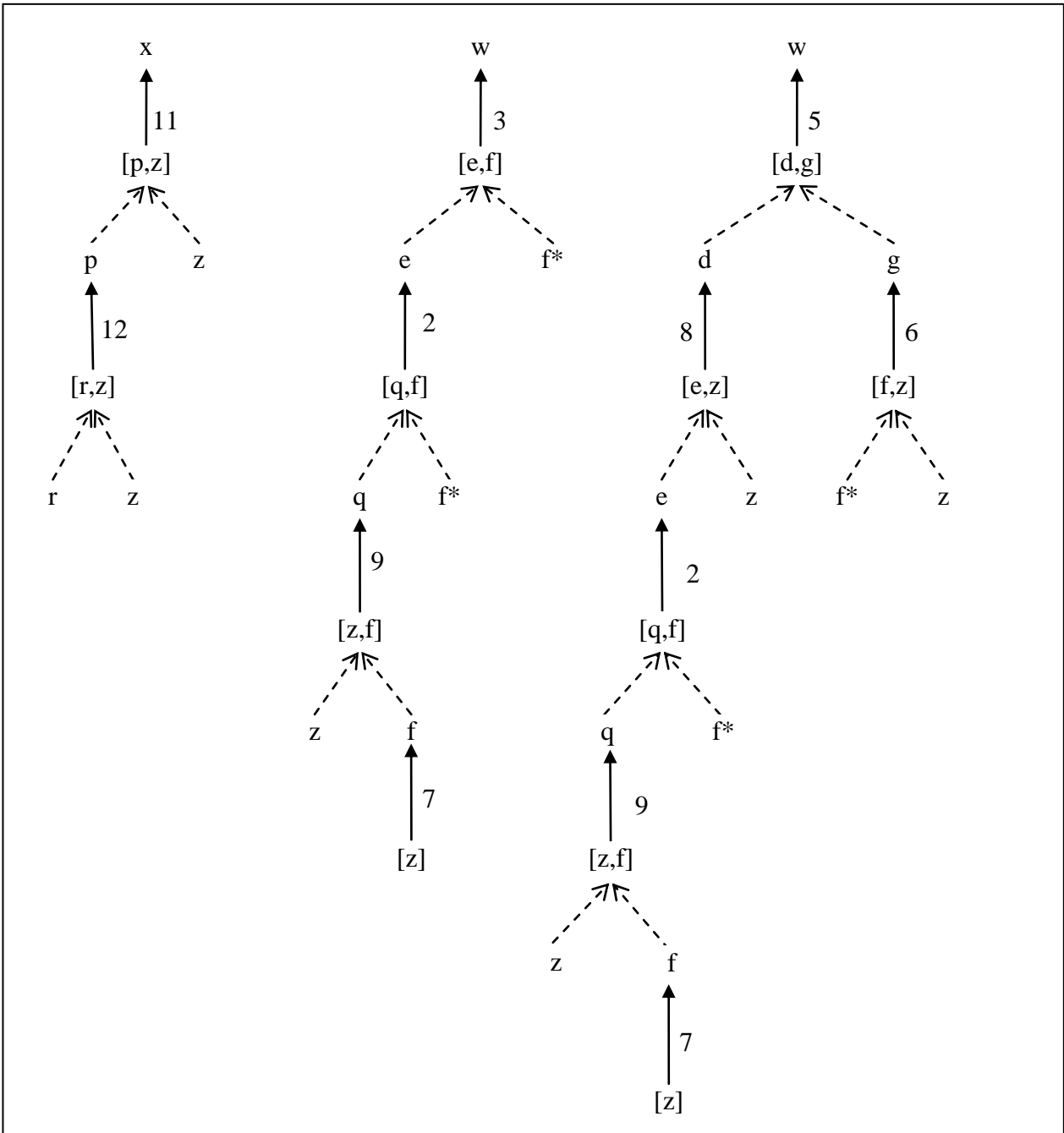
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere questo tipo di problemi si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Per la prima domanda si verifica immediatamente che **x** compare come conseguente nelle regole 4 e 11: la prima ha come antecedenti **m** ed **h**, la seconda **p** e **z**: quest'ultimo è dato, quindi sembra conveniente partire da quest'ultima regola; **p** compare come conseguente solo della regola 12, i cui antecedenti sono dati. Il processo completo è mostrato dall'albero di sinistra della figura che segue; la lista L1 è [12,11].

Per la seconda domanda e terza domanda si verifica immediatamente che **w** compare come conseguente nelle regole 3 e 5: quindi conviene sviluppare i processi deduttivi che partono da entrambe le radici; tali processi sono mostrati nella figura che segue.

Per scrivere la lista L3 occorre seguire attentamente le prescrizioni contenute nel N.B. posto alla fine del problema.



ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q												
		5	■	■		■			S					
			7	P										
■	■	3												
♠		■												

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot ♠ sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♞ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

		♞		♞	
♞					♞
			♠		
♞					♞
		♞		♞	

Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può *raccogliere* lungo un percorso. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi riportati nella prima figura sono descritti dalla seguente lista [[3,2,3],[4,3,7],[3,4,5]].

Un percorso è descritto dalla *lista delle coordinate delle caselle attraversate*. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla lista [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]] e ha un totale di premi raccolti pari a 10.


PROBLEMA




In un campo di gara di dimensioni 7×7, il robot deve eseguire percorsi (senza passare più di una volta su una stessa casella) per raccogliere premi posti in alcune caselle del campo di gara. Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[3,6],[6,6],[3,4],[4,3],[5,1],[6,4]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[5,4,10],[2,3,13],[2,6,14],[5,3,11],[2,5,12],[3,5,15]].

Al robot sono inoltre *vietati* i movimenti corrispondenti alle direzioni della rosa dei venti indicate nella seguente lista [ese,ene,nne,нно,ono], cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate (col simbolo ) nella seguente figura.

	×		×	
×				×
		†		
				×
				

Partendo dalla casella [7,7], il robot deve raggiungere la casella [1,1]. Trovare:

- il percorso L1 in cui si raccoglie il massimo di premi;
- il percorso L2 in cui si raccoglie un premio pari a 11;
- il numero N di percorsi in cui non si raccolgono premi.

L1	
L2	
N	

SOLUZIONE

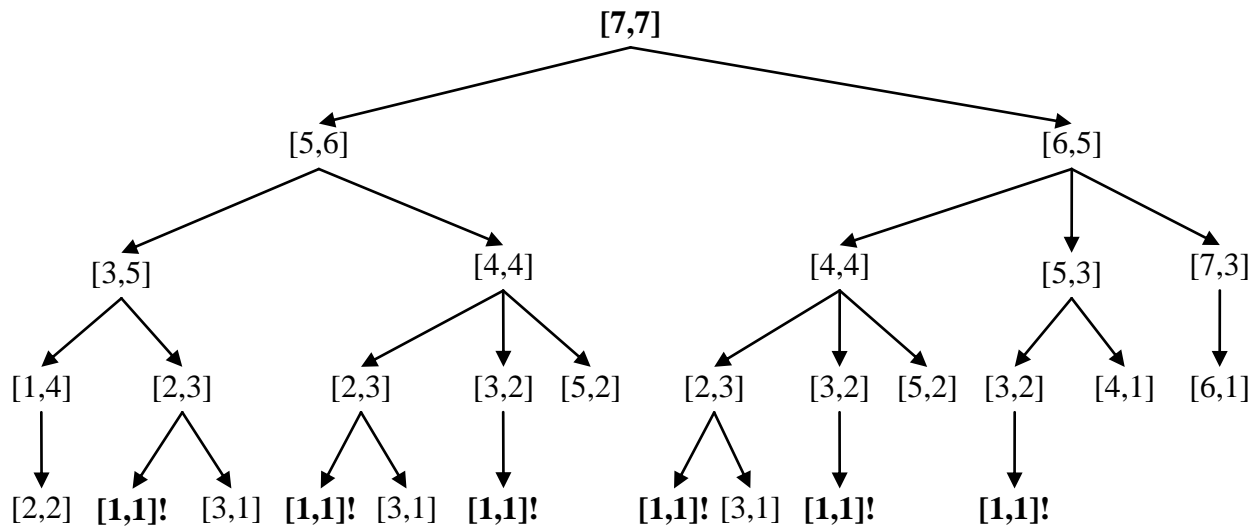
L1	[[7, 7], [5, 6], [3, 5], [2, 3], [1, 1]]
L2	[[7, 7], [6, 5], [5, 3], [3, 2], [1, 1]]
N	2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nella figura.

						†
	14	■			■	
	12	15				
		■		10	■	
	13		■	11		
				■		

Esiste una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo: costruire l'*albero delle possibili mosse*. Come mostrato nella seguente figura, si inizia con la *radice* che è la casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Per esempio da [7,7] si può andare in [5,6] o in [6,5]; da [5,6] si può andare in [3,5], [4,4] e così via. Ci si arresta quando si è arrivati alla *meta* (caratterizzata da un ! in figura) o in una casella da cui non ci si può muovere.



Un percorso è una successione di nodi dalla radice alle foglie meta. I percorsi possibili e i premi raccolti sono quindi:

PERCORSO	PREMI RACCOLTI
[[7,7],[5,6],[3,5],[2,3],[1,1]]	28
[[7,7],[5,6],[4,4],[2,3],[1,1]]	13
[[7,7],[5,6],[4,4],[3,2],[1,1]]	0
[[7,7],[6,5],[4,4],[2,3],[1,1]]	13
[[7,7],[6,5],[4,4],[3,2],[1,1]]	0
[[7,7],[6,5],[5,3],[3,2],[1,1]]	11

N.B. L'albero delle possibili mosse è "facile" da costruire in problemi, come quello in esame, in cui il robot non può percorrere dei cicli (a causa delle mosse vietate); altrimenti occorre aggiungere opportuni vincoli (come, ad esempio, quello che ogni nodo aggiunto sia diverso da tutti gli antenati), per evitare rami di lunghezza infinita.

ESERCIZIO 3

PREMESSA

Leggere il testo seguente con attenzione.

Vigorous nella persona, di aperta intelligenza e profondamente religioso, Carlo Magno era un uomo dalla ferma determinazione, grazie alla quale riuscì ad imprimere un'impronta duratura ai territori da lui conquistati. Egli diede vita ad una organizzazione e ad una amministrazione destinate a protrarsi per secoli, tanto che il Sacro Romano Impero si sarebbe estinto, per volere di Napoleone, soltanto nel 1801.

L'impero carolingio era, nell'idea di Carlo Magno, uno Stato universale e cristiano, al quale non si potevano porre confini.

Non bisogna poi dimenticare l'opera altamente civile che ebbe impulso da questo imperatore. La cultura e le arti romane, pressoché scomparse durante le invasioni barbariche, risorgono per suo volere. Egli promuove gli studi filosofico-teologici e letterari, e pone in grande stima la poesia, favorisce l'apertura di scuole non solo per nobili e ricchi studiosi, ma anche per i figli dei poveri.

La caratteristica della cultura carolingia va cercata nel suo passaggio dal mondo del clero a quello laico. Alla cultura tradizionale, quasi esclusivamente religiosa, si aggiungono ora molti classici latini che vengono diffusi ed imitati anche grazie all'intervento di alcune personalità di notevole valore all'interno della fastosa corte palatina: oltre allo storico Eginardo, vanno ricordati Alcuino, vero promotore della riforma degli studi e illustre trattatista nonché poeta, e Paolo Diacono, dotto nella lingua greca e storico.

Tratto da S. Nicola, *I tempi e le idee (Laboratorio)*, Petrini Editore, Torino, 2004

PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Si descrive Carlo Magno come “profondamente religioso”; egli professava la fede:
 - A. Protestante;
 - B. Tollerante;
 - C. Cristiana;
 - D. Laica.
2. L'espressione “imprimere un'impronta” è:
 - A. Una iperbole;
 - B. Un ossimoro;
 - C. Una similitudine;
 - D. Una metafora.
3. Si indica la fine del Sacro Romano Impero, per volere di Napoleone, nel 1801: quindi, l'impero che fu fondato da Carlo Magno durò circa
 - A. Mille anni;
 - B. Settecento anni;
 - C. Milleduecento anni;
 - D. Cinquecento anni.
4. L'idea di stato o impero che Carlo Magno aveva era del tipo:
 - A. Una repubblica laica nella quale l'Imperatore concedeva pochi diritti ai suoi sudditi;
 - B. Una monarchia totalmente accentrata nelle mani dell'imperatore, estremamente vasta territorialmente e ispirata dai principi di Dio stesso;
 - C. Una monarchia totalmente accentrata nelle mani dell'imperatore, estremamente vasta territorialmente e ispirata ai principi laici;

- D. Una repubblica imperiale dominata dall'esercito che ha l'obiettivo di conquistare più territori possibili.
5. Quando si parla di *opera altamente civile* alla quale Carlo Magno diede impulso, si intende:
- A. La grande attenzione che l'Imperatore ebbe per gli studi per se stesso, perché un imperatore doveva dare l'esempio ai suoi sudditi;
 - B. La grande attenzione che l'Imperatore ebbe per la costruzione di una fastosa corte, chiamata "palatina";
 - C. La continua conquista di popolazioni e l'allargamento di confini dell'impero;
 - D. La grande attenzione che Carlo Magno ebbe per la cultura e gli studi anche allargati a strati della popolazione mai prima di allora considerati.
6. Secondo l'organizzazione culturale e legata agli studi dell'Impero di Carlo Magno, era molto importante:
- A. L'educazione cortigiana legata alla raffinatezza;
 - B. L'educazione militare;
 - C. L'istruzione;
 - D. L'insegnamento della storia dell'arte.
7. Il testo cita "*La caratteristica della cultura carolingia va cercata nel suo passaggio dal mondo del clero a quello laico*"; ciò significa:
- A. Che oltre ai testi sacri e alla cultura cristiana, vennero diffusi anche testi e idee che facevano parte del mondo pagano o pre-cristiano;
 - B. Che gli insegnanti nelle scuole di Carlo Magno non potevano più essere di formazione cristiana, ma dovevano essere laici;
 - C. Che i testi sacri vennero censurati a favore dei testi classici, greci e romani;
 - D. Che la cultura carolingia era prettamente storica.
8. La corte palatina viene descritta come:
- A. Festosa e sempre ricca di eventi mondani;
 - B. Sfarzosa e sontuosa;
 - C. Seria e ricca di cultura;
 - D. Elitaria e aperta a poche persone.
9. Alcuino:
- A. Fu il promotore di una riforma laica;
 - B. Fu un vero promotore della riforma degli studi e illustre trattatista ma non un poeta;
 - C. Fu un importante traduttore dal latino;
 - D. Scrisse soprattutto trattati o saggi.
10. Il testo, in generale:
- A. Propone un ritratto ambiguo di Carlo Magno: da una parte conquistatore implacabile, dall'altra promotore di cultura;
 - B. Espone in modo freddo alcune caratteristiche legate alla figura di Carlo Magno;
 - C. Propone un ritratto estremamente positivo di Carlo Magno;
 - D. Propone l'immagine di Carlo Magno come uomo di grande cultura.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	C
2	D
3	A
4	B
5	D
6	C
7	A
8	B
9	D
10	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Nel testo si dice che Carlo Magno era “*profondamente religioso*” e qualche riga dopo si afferma che “*L'impero carolingio era, nell'idea di Carlo Magno, uno Stato universale e cristiano*”: la fede a cui si rifà l'imperatore era il cristianesimo.
2. L'idea di un potere duraturo è traslata nell'immagine dell'impronta che rimane impressa in modo quasi indelebile sul terreno. Questa figura di traslato è proprio una metafora. L'iperbole esagera un concetto, l'ossimoro associa due termini antitetici e la similitudine propone un paragone con l'utilizzo dell'avverbio “come”.
3. Carlo Magno venne incoronato imperatore da Papa Leone III, il 25 dicembre dell'800 d.C. (notizia facilmente rintracciabile su Internet), quindi il Sacro Romano Impero durò per circa mille anni.
4. Sono da escludere le risposte che citano l'idea di “repubblica”, mentre nella risposta C è errata la parte finale dove si dice che i principi ispiratori dell'impero erano laici. I principi ispiratori dell'Impero erano legati a Dio e al cristianesimo, mentre c'era una certa idea di laicismo nella cultura che era divulgata all'interno dell'Impero, non nelle scelte politiche.
5. Il paragrafo centrale del testo cita “*Non bisogna poi dimenticare l'opera altamente civile che ebbe impulso da questo imperatore.*” e prosegue spiegando l'opera civile in questo modo: “*La cultura e le arti romane, pressoché scomparse durante le invasioni barbariche, risorgono per suo volere. Egli promuove gli studi filosofico-teologici e letterari, e pone in grande stima la poesia, favorisce l'apertura di scuole non solo per nobili e ricchi studiosi, ma anche per i figli dei poveri.*” È ovvio che non si parla di Carlo Magno e della sua cultura, non è qualcosa che riguarda né la corte, né le operazioni militari. La risposta corretta è quindi la D.
6. Sempre prendendo in considerazione il paragrafo citato nella risposta 5, si evince che la scuola e l'istruzione hanno un ruolo fondamentale per preparare i funzionari e gli amministratori dell'Impero. Anche in questo caso non è citata la corte, non si parla di educazione militare e si dice che l'arte risorse, ma ciò non riguarda l'insegnamento della storia dell'arte.
7. Il terzo paragrafo del testo cita “*La caratteristica della cultura carolingia va cercata nel suo passaggio dal mondo del clero a quello laico.*” e prosegue spiegandone le caratteristiche: “*Alla cultura tradizionale, quasi esclusivamente religiosa, si aggiungono ora molti classici latini che vengono diffusi ed imitati anche grazie all'intervento di alcune personalità di notevole valore all'interno della fastosa corte palatina*”. Quindi non si parla di insegnanti e della loro formazio-

ne, non si parla di censura né di cultura storica. Citando i classici latini possiamo capire che viene rivalutata la cultura classica “romana” e o pre-cristiana.

8. Il testo cita “*all'interno della fastosa corte palatina*”: “sfarzosa e sontuosa” sono due sinonimi di “fastosa”.
9. Nel testo si dice “*Alcuino, vero promotore della riforma degli studi e illustre trattatista nonché poeta*”: trattatista significa scrittore di saggi o di trattati. Le altre risposte contengono informazioni errate. La risposta B è errata perché “*nonché*” non è una negazione.
10. Nell’incipit del testo, Carlo Magno è presentato in modo estremamente positivo con aggettivi importanti: “*Vigorouso nella persona, di aperta intelligenza e profondamente religioso, Carlo Magno era un uomo dalla ferma determinazione, grazie alla quale riuscì ad imprimere un'impronta duratura ai territori da lui conquistati.*” Segue un elogio alla spinta culturale del suo impero, allo sforzo che egli fece per promuovere gli studi, le scuole, le arti, ecc. Quindi non ci sono parti “ambigue” nel descrivere la figura di Carlo Magno, né il suo ritratto è “freddo”, visti gli aggettivi che si utilizzano nel testo. Quando si parla di cultura, è quella promossa nel suo Impero, non la sua personale.

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,50,90)	tab(m2,54,99)	tab(m3,53,97)
tab(m4,59,115)	tab(m5,52,95)	tab(m6,48,76)

PROBLEMA

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 210 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo mezzo che consente di raggiungere il massimo valore possibile; disponendo di un autocarro con portata massima di 290 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo mezzo che consente di raggiungere il massimo valore possibile. Nella lista, elencare le sigle in ordine lessicale crescente: per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<m3<... .

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[m4,m5]
L2	[m2,m4,m6]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre considerare tutte le combinazioni di 2 oppure 3 minerali tra quelli presenti nel deposito, tra queste scegliere quelle che possono essere trasportate dall'autocarro e tra quest'ultime determinare quella di maggior valore.

Per la prima domanda:

COMBINAZIONI DI 2 MATERIALI	VALORE	PESO	MASSIMO VALORE TRASPORTABILE
[m1,m2]	104	189	
[m1,m3]	103	187	
[m1,m4]	109	205	
[m1,m5]	102	185	
[m1,m6]	98	166	
[m2,m3]	107	196	
[m2,m4]	113	214	
[m2,m5]	106	194	
[m2,m6]	102	175	
[m3,m4]	112	212	
[m3,m5]	105	192	
[m3,m6]	101	173	
[m4,m5]	111	210	111
[m4,m6]	107	191	
[m5,m6]	100	171	

Per la seconda domanda:

COMBINAZIONI DI 3 MATERIALI	VALORE	PESO	MASSIMO VALORE TRASPORTABILE
[m1,m2,m3]	157	286	
[m1,m2,m4]	163	304	
[m1,m2,m5]	156	284	
[m1,m2,m6]	152	265	
[m1,m3,m4]	162	302	
[m1,m3,m5]	155	282	
[m1,m3,m6]	151	263	
[m1,m4,m5]	161	300	
[m1,m4,m6]	157	281	
[m1,m5,m6]	150	261	
[m2,m3,m4]	166	311	
[m2,m3,m5]	159	291	
[m2,m3,m6]	155	272	
[m2,m4,m5]	165	309	
[m2,m4,m6]	161	290	161
[m2,m5,m6]	154	270	
[m3,m4,m5]	164	307	
[m3,m4,m6]	160	288	
[m3,m5,m6]	153	268	
[m4,m5,m6]	159	286	

ESERCIZIO 5

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	5	3
A2	2	2
A3	3	2
A4	3	3
A5	1	1
A6	4	2
A7	4	2
A8	1	1
A9	3	2
A10	2	2
A11	2	2
A12	5	1

Le attività non possono svolgersi alla rinfusa ma devono essere rispettate delle priorità: per esempio una attività utilizza il prodotto di un'altra, quindi deve svolgersi successivamente. Le *precedenze* fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le precedenze sono:

- [A1,A2], [A1,A3], [A1,A4], [A2,A9], [A3,A5], [A4,A5], [A4,A6], [A5,A8], [A6,A7],
 [A8,A12], [A7,A12], [A6,A11], [A2,A10], [A9,A11], [A10,A11], [A11,A12].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre rispondere alle seguenti domande che riguardano l'attuazione del progetto.

- A se lo stesso ragazzo viene incaricato delle attività A5 e A8 e, poiché è di salute cagionevole, impiega a svolgerle un tempo doppio (rispetto a quello previsto), la fine del progetto viene spostata nel tempo?
 B se i tre ragazzi incaricati dell'attività A4 impiegano 4 giorni a svolgerla, la fine del progetto viene spostata nel tempo?

N.B. Rispondere con SI oppure NO (in caratteri maiuscoli) alle due domande.

N	
domanda A	
domanda B	

SOLUZIONE

N	11
domanda A	NO
domanda B	SI

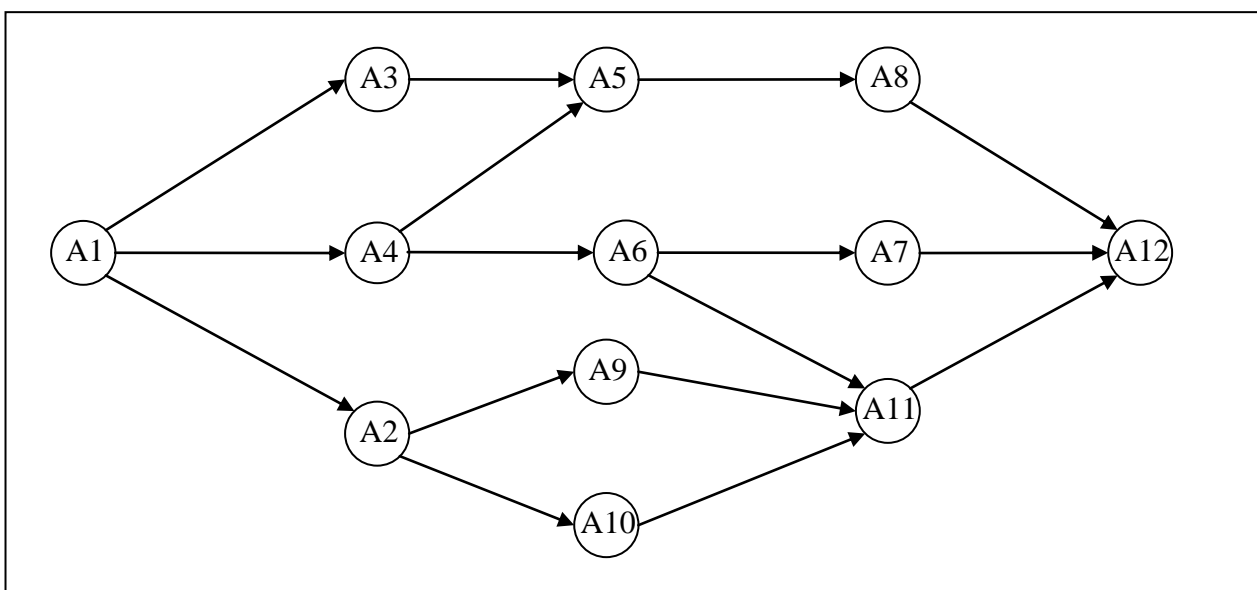
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.

Per costruire tale grafo (mostrato nella figura seguente) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).

Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.

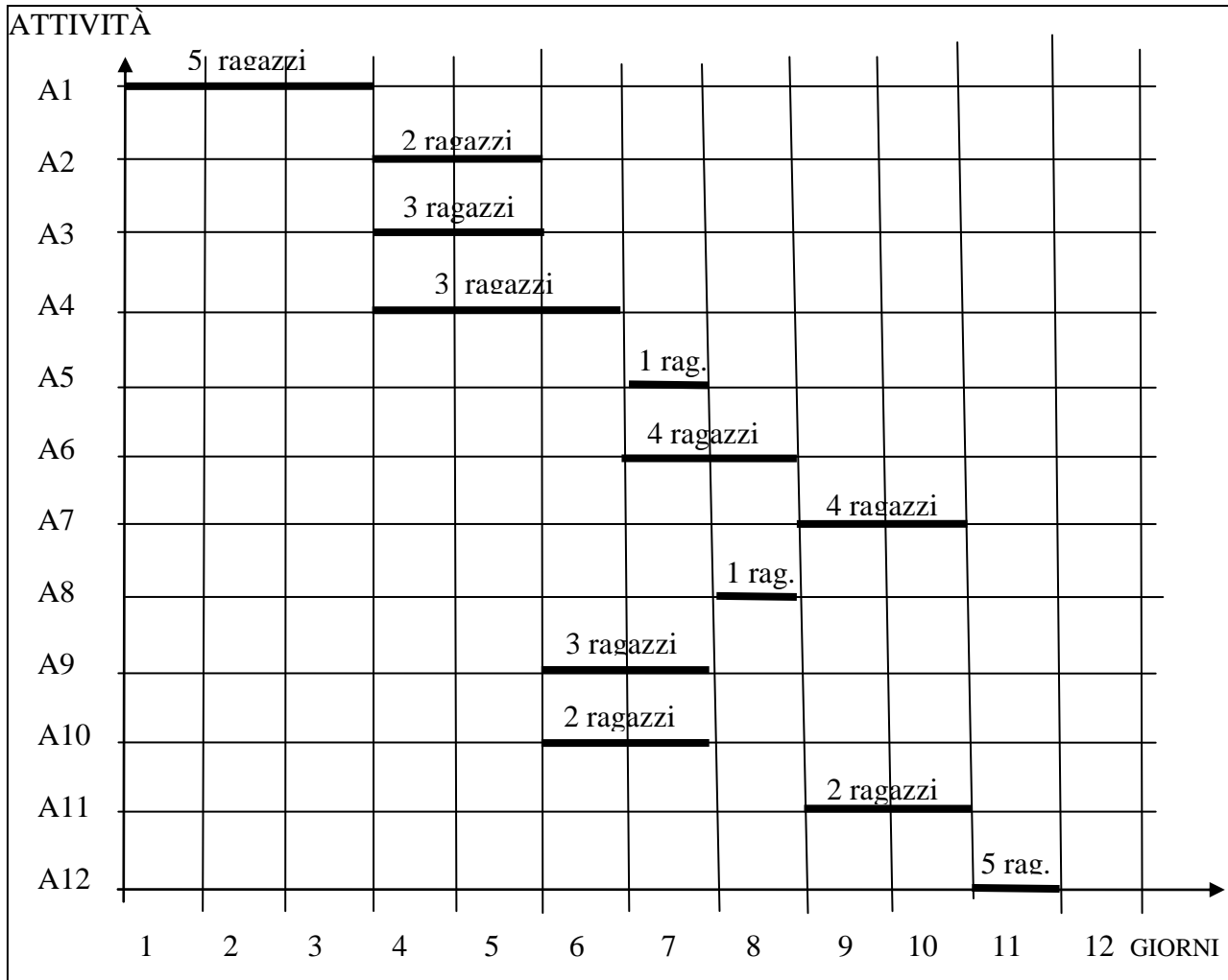
Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *finale* (in questo caso A12); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.



Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette (nell'ordine) i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi in modo da ottenere (se possibile!) un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Successivamente dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).

In questo caso l'attività A1 inizia (*convenzionalmente*) il giorno 1 e dura tre giorni; quando è terminata, il giorno 4 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). Inoltre, per esempio, l'attività A5 può iniziare solamente quando sono terminate sia l'attività A3 sia l'attività A4.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni; è inoltre chiaro che se le attività A5 e A8 impiegano 2 giorni ciascuna, l'inizio della attività A12 *non* si sposta. D'altra parte se l'attività A4 richiede 4 giorni, invece di 3, occorre spostare di un giorno l'inizio dell'attività A6 e quindi in cascata l'inizio della attività A7 e quello della attività A12 (e il progetto richiede 12 giorni per essere realizzato).

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate.

```

procedure PROVA1;
variables A, A1, B, I, K, K1 integer;
A ← 0;
K ← 9;
A1 ← 0;
K1 ← 9;
for I from 1 to 8 step 1 do
    input B;
    if B>A then A ← B; endif;
    if B<K then K ← B; endif;
    if B>K1 then K1 ← B; endif;
    if B<A1 then A1 ← B; endif;
endfor;
output A, K, A1, K1;
endprocedure;
    
```

I valori di input per B sono i seguenti: 9, 0, 8, 1, 7, 2, 6, 4. Calcolare i valori di output per A, A1, K e K1.

A	
A1	
K	
K1	

SOLUZIONE

A	9
A1	0
K	0
K1	9

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La seguente tabella mostra l'evoluzione dei valori delle variabili durante il calcolo.

		Valori di					
		I	B	A	A1	K	K1
prima di "for I ..."		/	/	0	0	9	9
dopo la prima	esecuzione del "corpo" del "for I ..."	1	9	9	0	9	9
dopo la seconda	esecuzione del "corpo" del "for I ..."	2	0	9	0	0	9
dopo la terza	esecuzione del "corpo" del "for I ..."	3	8	9	0	0	9
dopo la quarta	esecuzione del "corpo" del "for I ..."	4	1	9	0	0	9
dopo la quinta	esecuzione del "corpo" del "for I ..."	5	7	9	0	0	9

dopo la sesta	esecuzione del “corpo” del “for I ...”	6	2	9	0	0	9
dopo la settima	esecuzione del “corpo” del “for I ...”	7	6	9	0	0	9
dopo la ottava	esecuzione del “corpo” del “for I ...”	8	4	9	0	0	9

ESERCIZIO 7

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA2, eseguire le operazioni indicate.

```

procedure PROVA2;
variables A, I, K, J integer;
for I from 1 to 4 step 1 do
    input K;
    A ← 0;
    for J from 1 to 4 step 1 do
        A ← K×A +1;
    endfor;
    output A;
endfor;
endprocedure;
    
```

Calcolare i 4 valori di output per A corrispondenti, nell'ordine, ai seguenti 4 valori di input per K: 3, 5, 6, 8 .

Input per K	Output per A
3	
5	
6	
8	

SOLUZIONE

Input per K	Output per A
3	40
5	156
6	259
8	585

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

È immediato osservare il costrutto esterno “for I ...” ripete gli stessi calcoli per i 4 valori in input per K: quindi si può ragionare separatamente per i quattro casi.

Valore 3 per K:

	Valori di		
	K	A	J
prima di “for J ...”	3	0	/
dopo la prima esecuzione del “corpo” del “for J ...”	3	1	1
dopo la seconda esecuzione del “corpo” del “for J ...”	3	4	2
dopo la terza esecuzione del “corpo” del “for J ...”	3	13	3
dopo la quarta esecuzione del “corpo” del “for J ...”	3	40	4

Valore 5 per K:

	Valori di		
	K	A	J
prima di "for J ..."	5	0	/
dopo la prima esecuzione del "corpo" del "for J ..."	5	1	1
dopo la seconda esecuzione del "corpo" del "for J ..."	5	6	2
dopo la terza esecuzione del "corpo" del "for J ..."	5	31	3
dopo la quarta esecuzione del "corpo" del "for J ..."	5	156	4

Valore 6 per K:

	Valori di		
	K	A	J
prima di "for J ..."	6	0	/
dopo la prima esecuzione del "corpo" del "for J ..."	6	1	1
dopo la seconda esecuzione del "corpo" del "for J ..."	6	7	2
dopo la terza esecuzione del "corpo" del "for J ..."	6	43	3
dopo la quarta esecuzione del "corpo" del "for J ..."	6	259	4

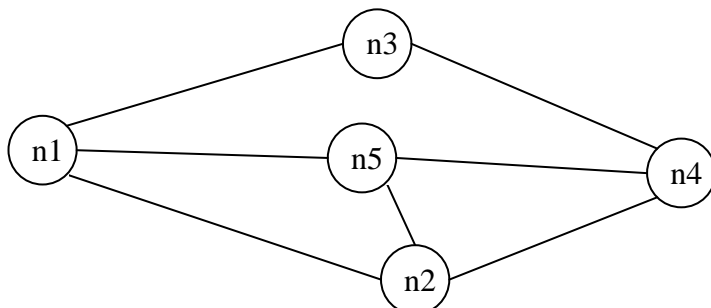
Valore 8 per K:

	Valori di		
	K	A	J
prima di "for J ..."	8	0	/
dopo la prima esecuzione del "corpo" del "for J ..."	8	1	1
dopo la seconda esecuzione del "corpo" del "for J ..."	8	9	2
dopo la terza esecuzione del "corpo" del "for J ..."	8	73	3
dopo la quarta esecuzione del "corpo" del "for J ..."	8	585	4

ESERCIZIO 8

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n_1, n_2, \dots, n_5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

- arco($n_1, n_2, 6$) arco($n_1, n_3, 5$) arco($n_3, n_4, 4$)
- arco($n_1, n_5, 3$) arco($n_2, n_4, 3$) arco($n_2, n_5, 2$)
- arco($n_5, n_4, 6$)

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista $[n_5, n_2, n_4, n_3]$ descrive un percorso dal nodo n_5 al nodo n_3 ; tale percorso ha lunghezza $2 + 3 + 4 = 9$.

Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio $[n_5, n_2, n_1, n_5]$. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio $[n_5, n_2, n_4, n_3]$ è semplice, mentre $[n_5, n_2, n_1, n_5, n_2, n_4, n_3]$ non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

- arco($n_1, n_7, 3$) arco($n_2, n_1, 6$) arco($n_2, n_4, 6$)
- arco($n_6, n_1, 6$) arco($n_7, n_6, 1$) arco($n_3, n_6, 4$)
- arco($n_3, n_5, 3$) arco($n_5, n_4, 7$) arco($n_7, n_2, 10$)

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L1 del percorso semplice più breve tra n_1 e n_3 ;
2. trovare la lista L2 del percorso semplice più lungo tra n_1 e n_3 ;

Si supponga, poi, che l'arco tra n_7 e n_2 sia a *senso unico* da n_2 a n_7 ;

3. trovare la lista L3 del percorso semplice più breve tra n_1 e n_3 ;
4. trovare la lista L4 del percorso semplice più lungo tra n_1 e n_3 .

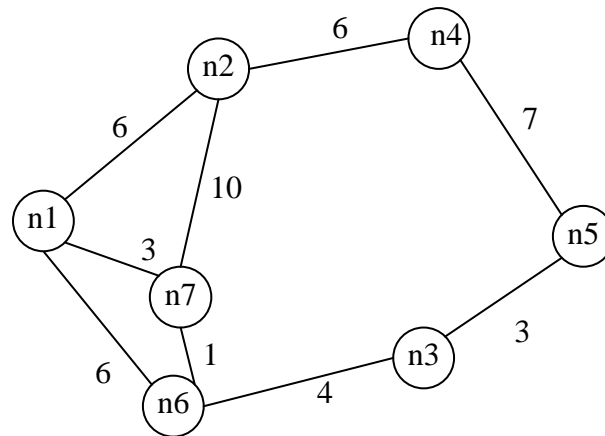
L1	
L2	
L3	
L4	

SOLUZIONE

L1	[n1, n7, n6, n3]
L2	[n1, n6, n7, n2, n4, n5, n3]
L3	[n1, n7, n6, n3]
L4	[n1, n2, n4, n5, n3]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

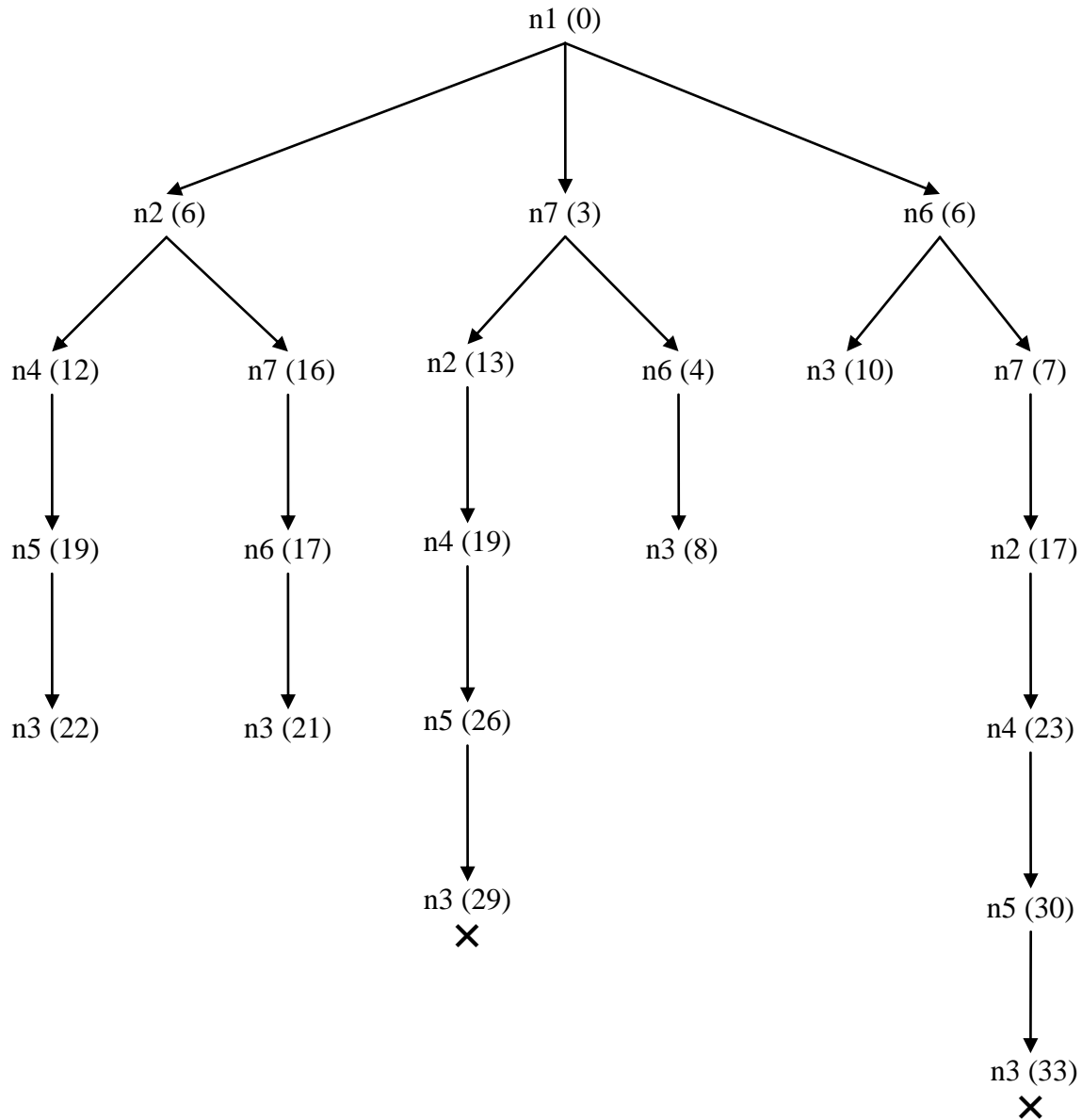
Disegnato il grafo si riportino le distanze sugli archi, come nella figura che segue.



N.B. Una delle maggiori difficoltà sta nel disegnare il grafo in modo che gli archi siano rettilinei e *non si intreccino*; conviene procedere per tentativi successivi, fino a che il disegno sia soddisfacente.

Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono necessariamente proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono segmenti di retta).

Per risolvere il problema occorre elencare i cammini semplici tra n1 e n3 (con la loro lunghezza) in maniera *sistematica*, in modo da essere certi di averli presi in esame *tutti*, come nell'albero della seguente figura in cui la radice è il nodo di partenza (n1), e ogni nodo (dell'albero) ha tanti figli quanti sono i nodi (del grafo) a lui collegati purché non compaiono come antenati. Le foglie dell'albero sono il nodo di arrivo (n3). A ogni nodo (dell'albero) è stata aggiunta tra parentesi la distanza dalla radice.



Ogni foglia individua un percorso. La risposta alle prime due domande segue immediatamente; per rispondere alla terza e quarta domanda basta osservare che se il tratto tra n2 e n7 è a senso unico mancano i percorsi corrispondenti, nell'albero, alle foglie contraddistinte da X.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Un rubinetto, se aperto, riempirebbe un serbatoio vuoto in 2 ore e mezzo; uno scarico svuoterebbe il serbatoio pieno in tre ore. Se il serbatoio è vuoto e sono aperti tre rubinetti (del tipo suddetto) in quanto tempo T1 si riempirebbe il serbatoio? Se il serbatoio è vuoto e sono aperti il rubinetto e lo scarico, in quanto tempo T2 si riempirebbe il serbatoio?

Scrivere T1 e T2 *in ore e minuti* nella tabella seguente.

N.B. Le ore o i minuti, se nulli, si indicano con un solo zero.

	ore	minuti
T1		
T2		

SOLUZIONE

	ore	minuti
T1	0	50
T2	15	0

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il punto fondamentale per risolvere problemi di questo tipo (una volta chiamati “del tre composto”) è capire che la quantità in gioco importante è la *portata*: positiva per i rubinetti e negativa per gli scarichi. La proprietà che rende le portate importanti è che si *sommano*. La portata del rubinetto, nel caso in esame, è

$$\text{portata del rubinetto} = + \frac{\text{volume del serbatoio}}{\text{tempo di riemp.}} = \frac{V}{150} \text{ litri/min.}$$

se si misura il volume del serbatoio in litri e il tempo in minuti. Analogamente la portata dello scarico è

$$\text{portata dello scarico} = - \frac{\text{volume del serbatoio}}{\text{tempodi svuot.}} = - \frac{V}{180} \text{ litri/min.}$$

Se sono aperti tre rubinetti, allora la portata totale è $3 \times \frac{V}{150} \text{ litri/min.} = \frac{V}{50} \text{ litri/min.}$ e il tempo di riempimento è:

$$\text{tempo di riempimento} = \frac{\text{volume del serbatoio}}{\text{portata totale}} = \frac{V}{\frac{V}{50}} \text{ min.} = 50 \text{ min.}$$

Se sono aperti un rubinetto e lo scarico, la portata totale è

$$\text{portata totale} = \frac{V}{150} \text{ litri/min.} - \frac{V}{180} \text{ litri/min.} = \frac{6V - 5V}{900} = \frac{V}{900}$$

In questo caso il tempo di riempimento è

$$\text{tempo di riempimento} = \frac{\text{volume del serbatoio}}{\text{portata totale}} = \frac{V}{\frac{V}{900}} \text{ min.} = 900 \text{ min.}$$

cioè, appunto, 15 ore.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

Four days before the day after tomorrow is Monday. What the day of the week was it 19 days before yesterday?

Write your answer in the box below and remember that the days of the week are capitalised.

SOLUZIONE

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Instead of “19 days before ...” you can assume “5 days before ...” because there are 7 week days that occur cyclically. So if you are interested in the day of the week after a lapse of n days, what matters is the *remainder* of n divided by 7.

To solve the problem easily, you should draw a picture like the following one: draw a row of boxes that will be days of the week; pick a box and call it “today”; than write down or draw what the problem mentions:

- tomorrow,
- the day after tomorrow,
- four days before,
- Monday,
- yesterday,
- 5 days before (same as 19).

Then fill in the suitable days of the week.

The solution will be apparent.

