

ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

Si considerino le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b)	regola(2,[m,p],e)	regola(3,[m],f)
regola(4,[m,f],g)	regola(5,[f,g],c)	regola(6,[g,q],a)

Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f**, cioè gli elementi della lista [e,f]; conoscendo **e**, **f**, **m** cioè gli elementi della lista [e,f,m] è possibile dedurre non solo **b** con la regola 1, ma anche **g** con la regola 4. Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [3,5] descrive la deduzione di **c** a partire da [g,m]: infatti con la regola 3 si deduce **f** e con la regola 5 (conoscendo [f,g,m]) si deduce **c**. La lista [2,X,1], sostituendo X con 3, descrive il procedimento per dedurre **b** a partire da [m,p].

PROBLEMA

Utilizzando le seguenti regole:

regola(1,[a],h)	regola(2,[q,f],e)	regola(3,[e,f],c)
regola(4,[a,h],c)	regola(5,[d,g],c)	regola(6,[b],g)
regola(7,[b],f)	regola(8,[b],d)	regola(9,[b,f],q)

1. trovare la lista L1 che rappresenta il procedimento per dedurre **c** da **a**;
2. trovare la lista L2 che rappresenta il procedimento per dedurre **c** da **b** utilizzando 3 regole;
3. trovare la lista L3 che rappresenta il procedimento per dedurre **c** da **b** utilizzando 4 regole.

N.B. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. Ad ogni passo del procedimento, se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore. In ogni procedimento, l'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) per poter applicare regole successive: la prima regola è sempre applicabile *solo* a partire dai dati.

L1	
L2	
L3	

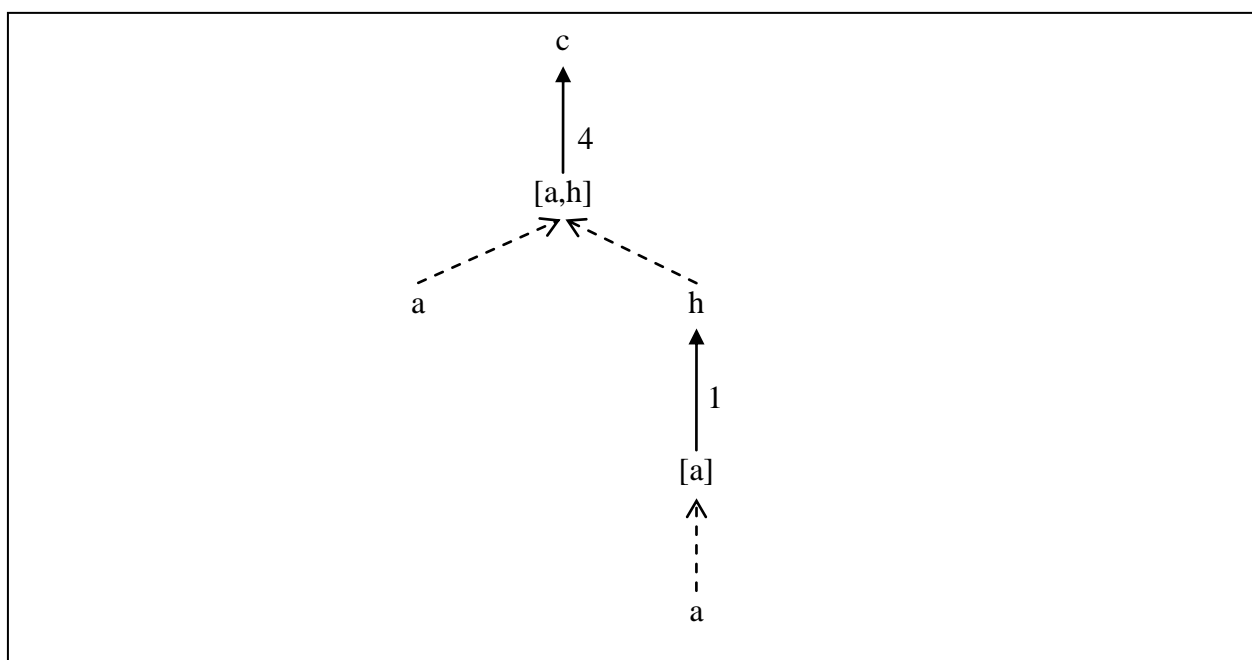
SOLUZIONE

L1	[1,4]
L2	[6,8,5]
L3	[7,9,2,3]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

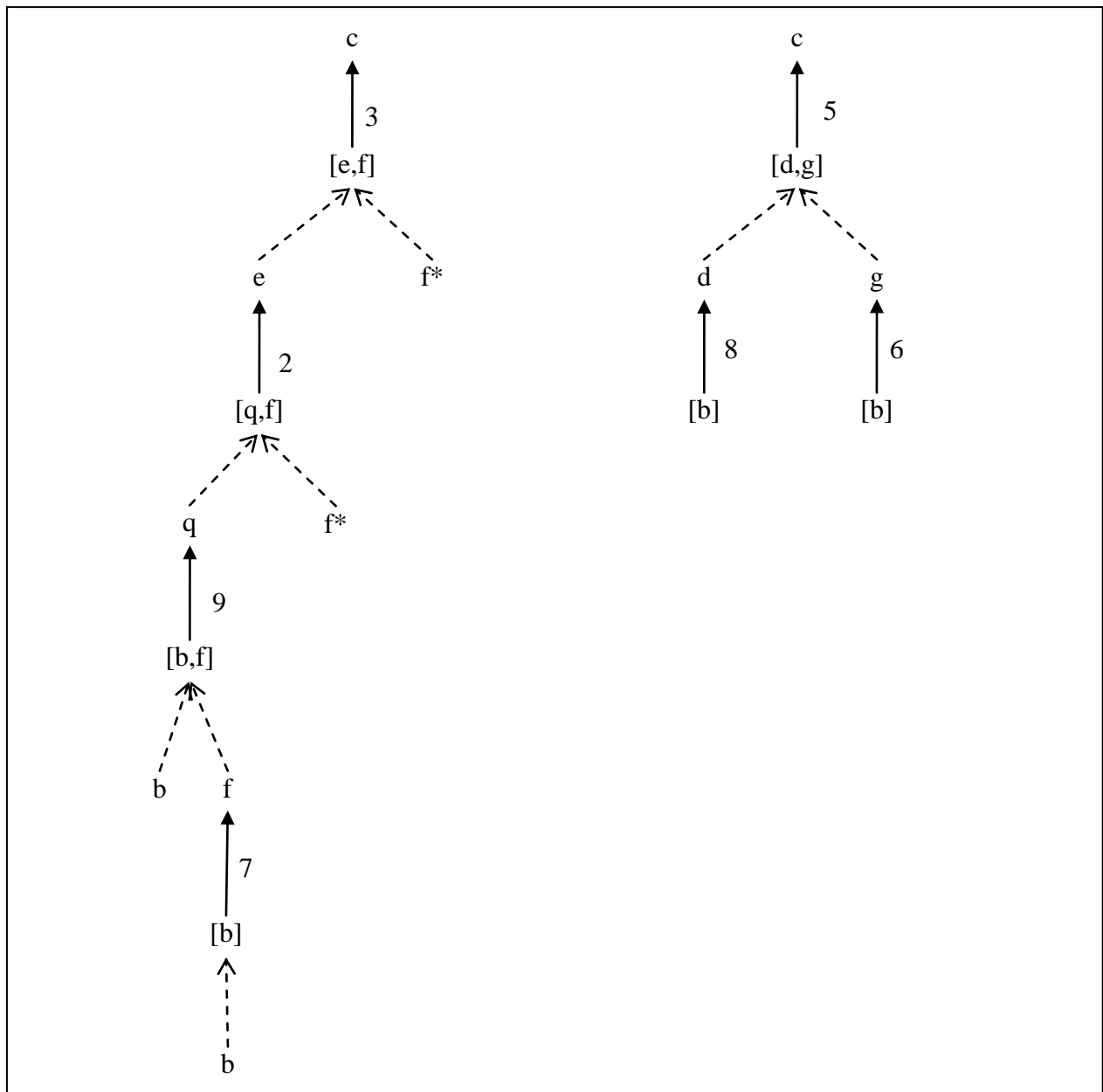
Per trattare questo tipo di problemi si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita (l'elemento da dedurre) e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si individua una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa della regola individuata).

Per la prima domanda si verifica immediatamente che **c** compare come conseguente nelle regole 3, 4 e 5; è facile intuire che è conveniente applicare la regola 4, che ha un antecedente (**a**) noto; occorre quindi cercare una regola per dedurre l'altro antecedente: **h**; si verifica immediatamente che solo la regola 1 ha **h** come conseguente e il suo unico antecedenti (**a**) è noto. Quindi in definitiva il procedimento può essere visualizzato con un albero (rovesciato) che ha come radice **c** e come foglie **a**, come mostrato nella seguente figura.



Nell'esprimere il procedimento con una lista, occorre tener presente che le regole devono comparire in ordine di applicabilità: quindi la soluzione è [1,4].

Per rispondere alla seconda domanda è bene considerarla insieme alla terza: occorre sempre dedurre **c** (come nella prima domanda) ma da **b** e con due procedimenti di lunghezza diversa. Poiché ci sono tre regole per dedurre **c** e una (la regola 4) è stata usata (per dedurre **c** da **a**), si può ipotizzare che le altre due regole siano impiegabili per dedurre **c** con procedimenti di varia lunghezza. Conviene quindi sviluppare le due deduzioni in “parallelo”, come mostrato nella seguente figura.



Nell'esprimere il procedimento con una lista, occorre tener presente che le regole devono comparire in ordine di applicabilità: a parità di applicabilità deve comparire prima quelle con sigla più piccola. Quindi la risposta alla seconda domanda (dall'albero di destra) è [6,8,5]; la risposta alla terza domanda (dall'albero di sinistra) è [7,9,2,3].

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

									S					
					P									
→														

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].

La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra. Il robot ha sempre uno dei quattro orientamenti seguenti descritti con: n (nord, verso l'alto), s (sud, verso il basso), e (est, verso destra), o (ovest, verso sinistra).

N.B. Non confondere "o" come descrizione dell'orientamento e "o" come comando.

PROBLEMA

In un campo di gara, sufficientemente ampio, il robot è nella casella [8,8] con orientamento n; deve eseguire il percorso descritto dalla seguente lista di comandi [f,f,o,f,f,a,f,f,f,o,f,o,f,a,a,f,a,a]

Trovare:

- 1) l'orientamento D1, l'ascissa X1 e l'ordinata Y1 del robot dopo aver eseguito 6 comandi;
- 2) l'orientamento D2, l'ascissa X2 e l'ordinata Y2 del robot dopo aver eseguito 12 comandi;
- 3) l'orientamento D3, l'ascissa X3 e l'ordinata Y3 del robot al termine del percorso.

D1	
X1	
Y1	
D2	
X2	
Y2	
D3	

X3	
Y3	

SOLUZIONE

D1	n
X1	10
Y1	10
D2	s
X2	11
Y2	13
D3	s
X3	11
Y3	13

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione si costruisce eseguendo uno dopo l'altro i comandi della lista.

STATO DEL ROBOT

partenza	[8,8,n]
1 passo: f	[8,9,n]
2 passo: f	[8,10,n]
3 passo: o	[8,10,e]
4 passo: f	[9,10,e]
5 passo: f	[10,10,e]
6 passo: a	[10,10,n]
7 passo: f	[10,11,n]
8 passo: f	[10,12,n]
9 passo: f	[10,13,n]
10 passo: o	[10,13,e]
11 passo: f	[11,13,e]
12 passo: o	[11,13,s]
13 passo: f	[11,12,s]
14 passo: a	[11,12,e]
15 passo: a	[11,12,n]
16 passo: f	[11,13,n]
17 passo: a	[11,13,o]
18 passo: a	[11,13,s]

ESERCIZIO 3

PREMESSA

Leggere il testo seguente con attenzione.

In seguito alle vittoriose campagne militari in Gallia, il potere di Cesare aumentò, ma nel 44 a.C. fu assassinato e la sua uccisione scatenò un nuovo periodo di guerre civili che si conclusero nel 31 a.C. con l'affermazione di Ottaviano Augusto che si fece nominare primo imperatore dei Romani.

Augusto era venerato come una divinità e ogni decisione importante per l'impero romano spettava esclusivamente a lui. Roma dominava tutto il Mediterraneo e sotto il comando di Augusto conquistò nuovi territori nell'Europa orientale. Alla sua morte il potere passò per successione ai discendenti, che erano membri della sua famiglia.

L'imperatore concentrò nelle proprie mani tutti i poteri: la repubblica non esisteva più. Tutti i cittadini, anche quelli che appartenevano alle classi sociali più ricche e potenti, si trasformarono in sudditi.

Ecco come era organizzata la società romana in epoca imperiale:

L'imperatore era il comandante supremo dell'esercito, stabiliva le leggi, controllava le elezioni dei magistrati, amministrava i beni dell'impero e la giustizia. Inoltre era la massima autorità religiosa.

I senatori e i magistrati persero molta della loro importanza; inoltre venivano nominati dall'imperatore che li sceglieva tra i suoi sostenitori.

L'esercito non era più composto dai cittadini, ma da soldati a pagamento.

I cittadini, sia patrizi che plebei, potevano partecipare alle assemblee di governo, ma il loro potere dipendeva da quanto erano fedeli all'imperatore.

Gli schiavi continuavano ad essere esclusi da tutti i diritti; ai figli degli schiavi liberati era però concessa la cittadinanza romana.

(adattato da) Aa.Vv., *Discovery. Avventura nei saperi (storia e geografia)*
Elmedi, 2009

PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Nella prima riga del testo si usa l'espressione "campagne militari"; il termine "campagna" significa:
 - A. Combattimento al di fuori delle città;
 - B. Propaganda;
 - C. Spedizione;
 - D. Sconfitta.
2. "Augusto era venerato come una divinità"; in questa frase rintracci:
 - A. Una similitudine;
 - B. Una metafora;
 - C. Una opposizione;
 - D. Una ripetizione.
3. Sotto il comando di Augusto, i Romani conquistarono territori posti, rispetto a Roma, a:
 - A. Nord;
 - B. Nord Est;
 - C. Nord Ovest;
 - D. Sud.
4. Il potere di Augusto:

- A. Divenne poi ereditario;
 B. Si rinnovava con elezioni tra i membri della sua famiglia;
 C. Quando morì, si rinnovò nuovamente con la creazione di una nuova repubblica;
 D. Concentrava su di sé tutti i poteri, ma non quello militare.
5. Sotto Augusto i cittadini si trasformarono in sudditi: il termine “suddito” significa:
 A. Uomo libero;
 B. Uomo privo di cittadinanza;
 C. Uomo sottomesso;
 D. Uomo obbligato a dare servizi militari.
6. Nella società romana, sotto il potere di Augusto:
 A. Fondamentalmente non ci furono grandi cambiamenti rispetto al periodo della Repubblica;
 B. I diritti dei cittadini divennero molto più grandi;
 C. Nessuno ebbe dei vantaggi o miglioramenti;
 D. Qualcuno ebbe vantaggi o miglioramenti.
7. Senatori, magistrati e cittadini:
 A. Erano molto più liberi di prima, cioè del periodo della Repubblica;
 B. Si unirono nelle assemblee di governo;
 C. Erano sottoposti alle decisioni di Augusto;
 D. Ottennero la cittadinanza, grazie ad Augusto.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	C
2	A
3	B
4	A
5	C
6	D
7	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

- Una “campagna”, associata all’aggettivo “militare” è una “spedizione” di soldati o, da dizionario, “*ciclo di operazioni militari condotte su un dato teatro di guerra in un determinato periodo*”.
- Una similitudine è una figura retorica che consiste nel paragonare una “cosa” ad un’altra più nota o evidente, utilizzando l’avverbio “come”. Una metafora trasla il significato di un’espressione dal senso proprio ad un altro figurato, senza l’uso del “come”: se fosse una metafora dovrebbe essere, “*Augusto era una divinità*”. La ripetizione consiste nel ripetere una o più volte una o più parole, l’opposizione crea un contrasto, un’antitesi.

3. Il testo dice: *“Roma dominava tutto il Mediterraneo e sotto il comando di Augusto conquistò nuovi territori nell'Europa orientale.”* Il termine “orientale” indica uno spostamento verso “est” rispetto all'Europa e quindi nord est rispetto a Roma.
4. Il testo dice *“Alla sua morte il potere passò per successione ai discendenti, che erano membri della sua famiglia.”* Il potere passava quindi ad un discendente (cioè qualcuno che discende da qualcun altro per vincolo di sangue) e questa successione è detta “ereditaria”. La risposta B è falsa perché non avveniva per elezione e le risposte C e D contengono informazioni errate.
5. “Suddito” significa *“soggetto che si trova in una condizione di dipendenza dalla sovranità dello stato”*: le risposte A, B e D sono scorrette. La risposta B potrebbe trarre in inganno, ma un suddito è certamente sottomesso al potere di Augusto, ma, non essendo uno schiavo, mantiene comunque alcuni diritti e la propria cittadinanza.
6. Se si legge con attenzione come era organizzata la società romana in epoca imperiale si percepisce che il potere di Augusto era enorme e che, rispetto al periodo repubblicano, i diritti e molti comportamenti erano a lui subordinati. Ad esempio il testo cita *“I senatori e i magistrati persero molta della loro importanza; inoltre venivano nominati dall'imperatore che li sceglieva tra i suoi sostenitori.”*, oppure, circa i cittadini si dice che *“il loro potere dipendeva da quanto erano fedeli all'imperatore.”*. Solo per quanto riguarda i figli degli schiavi liberati si segnala un cambiamento: *“Gli schiavi continuavano ad essere esclusi da tutti i diritti; ai figli degli schiavi liberati era però concessa la cittadinanza romana.”* Quindi la risposta corretta non può che essere la D.
7. Se si legge con attenzione come era organizzata la società romana in epoca imperiale, il testo cita *“I senatori e i magistrati persero molta della loro importanza; inoltre venivano nominati dall'imperatore che li sceglieva tra i suoi sostenitori.”*, oppure, circa i cittadini si dice che *“il loro potere dipendeva da quanto erano fedeli all'imperatore.”*. Quindi senatori, magistrati e cittadini erano sottoposti alle decisioni di Augusto. Le risposte A, B e D contengono informazioni errate.

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,40,61) tab(m2,38,62) tab(m3,42,65)
 tab(m4,44,66) tab(m5,39,63)

PROBLEMA

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 190 Kg trovare la lista L delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo motocarro che consenta di raggiungere il massimo valore possibile e calcolare questo valore V. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3<

L	
V	

SOLUZIONE

L	[m1,m4,m5]
V	123

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

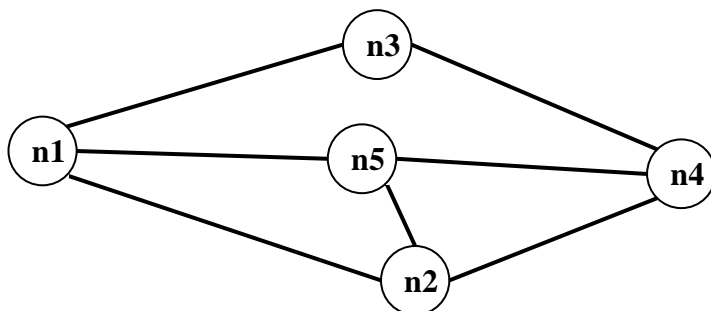
Per risolvere il problema occorre considerare *tutte* le possibili combinazioni di tre minerali diversi, il loro valore e il loro peso; quindi individuare le combinazioni trasportabili (cioè con peso complessivo minore o eguale a 190) e tra queste ultime scegliere quella di maggior valore.

COMBINAZIONI DI TRE MINERALI	VALORE	PESO
[m1,m2,m3]	120	188
[m1,m2,m4]	122	189
[m1,m2,m5]	117	186
[m1,m3,m4]	126	192
[m1,m3,m5]	121	189
[m1,m4,m5]	123	190
[m2,m3,m4]	124	193
[m2,m3,m5]	119	190
[m2,m4,m5]	121	191
[m3,m4,m5]	125	194

ESERCIZIO 5

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n_1, n_2, \dots, n_5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

- arco($n_1, n_2, 6$) arco($n_1, n_3, 5$) arco($n_3, n_4, 4$)
- arco($n_1, n_5, 3$) arco($n_2, n_4, 3$) arco($n_2, n_5, 2$)
- arco($n_5, n_4, 6$)

Un *percorso* tra due nodi del grafo può essere descritto con la lista di archi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo. Per esempio, la lista $[n_5, n_2, n_4, n_3]$ descrive un percorso dal nodo n_5 al nodo n_3 ; tale percorso ha lunghezza $K = 2 + 3 + 4 = 9$.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

- arco($n_3, n_4, 8$) arco($n_4, n_6, 3$) arco($n_6, n_1, 2$) arco($n_1, n_2, 7$)
- arco($n_3, n_2, 1$) arco($n_3, n_5, 2$) arco($n_2, n_5, 3$) arco($n_5, n_4, 1$)

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L_1 del percorso più breve tra n_1 e n_4 e calcolarne la lunghezza K_1 ;
2. trovare la lista L_2 del percorso più lungo (senza passare più volte per uno stesso nodo) tra n_1 e n_4 e calcolarne la lunghezza K_2 .
3. Trovare il numero N di percorsi, tra n_1 e n_4 , che hanno lunghezza 11.

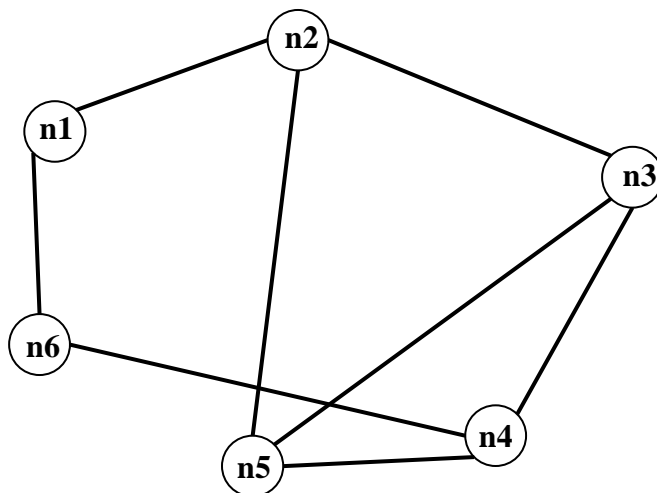
L1	
K1	
L2	
K2	
N	

SOLUZIONE

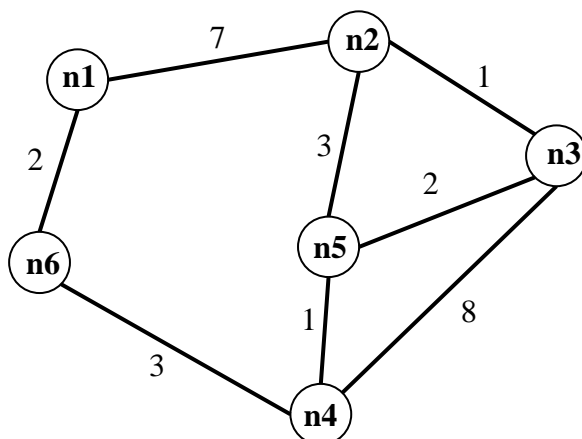
L1	$[n_1, n_6, n_4]$
K1	5
L2	$[n_1, n_2, n_5, n_3, n_4]$
K2	20
N	2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che vengono menzionati 6 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6); si procede per tentativi: si disegnano i 6 punti nel piano e li si collega con archi rettilinei: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano, come per esempio nella seguente figura.



Si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono (necessariamente) proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono segmenti di retta).

Per rispondere alle domande occorre elencare sistematicamente *tutti* i percorsi, che non passino più volte per uno stesso punto, tra n1 e n4:

PERCORSO da n1 a n4	LUNGHEZZA
[n1,n6,n4]	5
[n1,n2,n5,n4]	11
[n1,n2,n5,n3,n4]	20
[n1,n2,n3,n4]	16
[n1,n2,n3,n5,n4]	11

Le risposte seguono immediatamente.

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti significativi della loro regione per la prossima stagione turistica. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.

(Esempi di attività sono: la raccolta delle manifestazioni dai vari enti che le organizzano, il disegno della struttura dell'ipertesto, la decisione su quali sono le interazioni possibili, il test finale per controllare che tutto funzioni, ecc.)

La tabella che segue elenca le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	2	2
A3	3	3
A4	3	2
A5	1	2
A6	3	2
A7	2	3
A8	4	2
A9	3	1
A10	5	2
A11	6	2

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività non possono essere svolte in un ordine qualsiasi: esistono delle *priorità* fra le attività che sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le priorità sono descritte dalle seguenti coppie:

[A1,A2], [A1,A4], [A1,A3], [A2,A6], [A3,A5], [A4,A6], [A2,A7],
 [A5,A9], [A6,A9], [A7,A9], [A8,A11], [A5,A8], [A9,A10], [A10,A11].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero Gm di ragazzi (minimo) necessario per attuare il progetto.

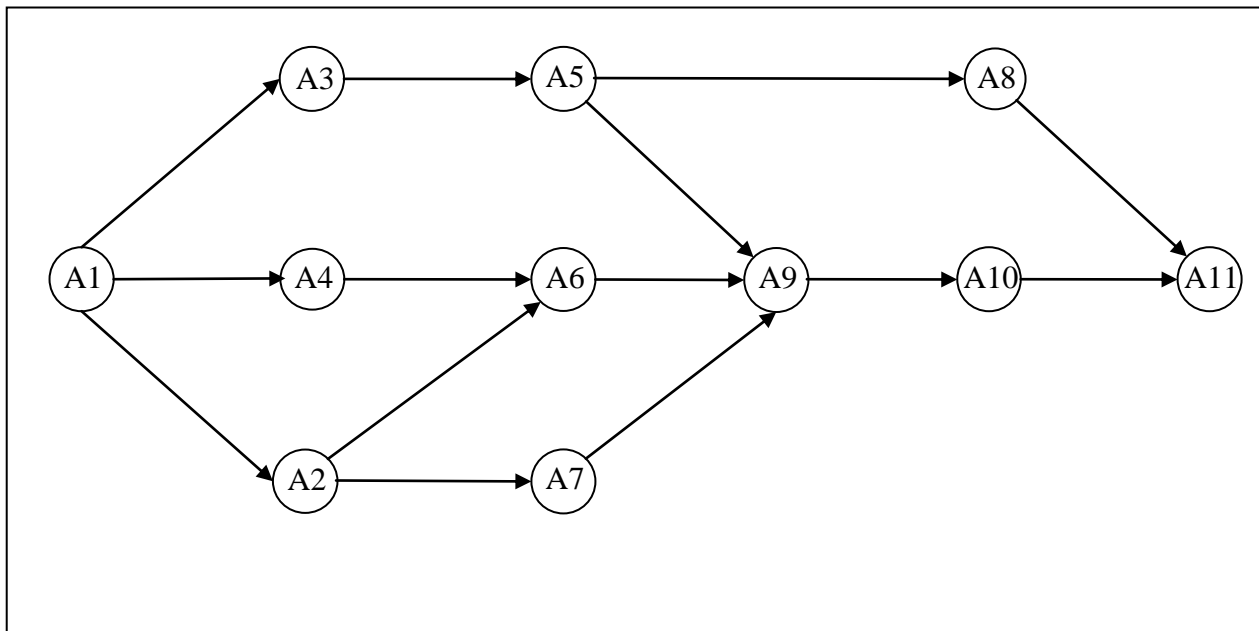
N	
Gm	

SOLUZIONE

N	12
Gm	9

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente la dipendenza “logica” tra le attività, cioè come si devono susseguire nel tempo.



Per costruire tale grafo (mostrato in figura) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).

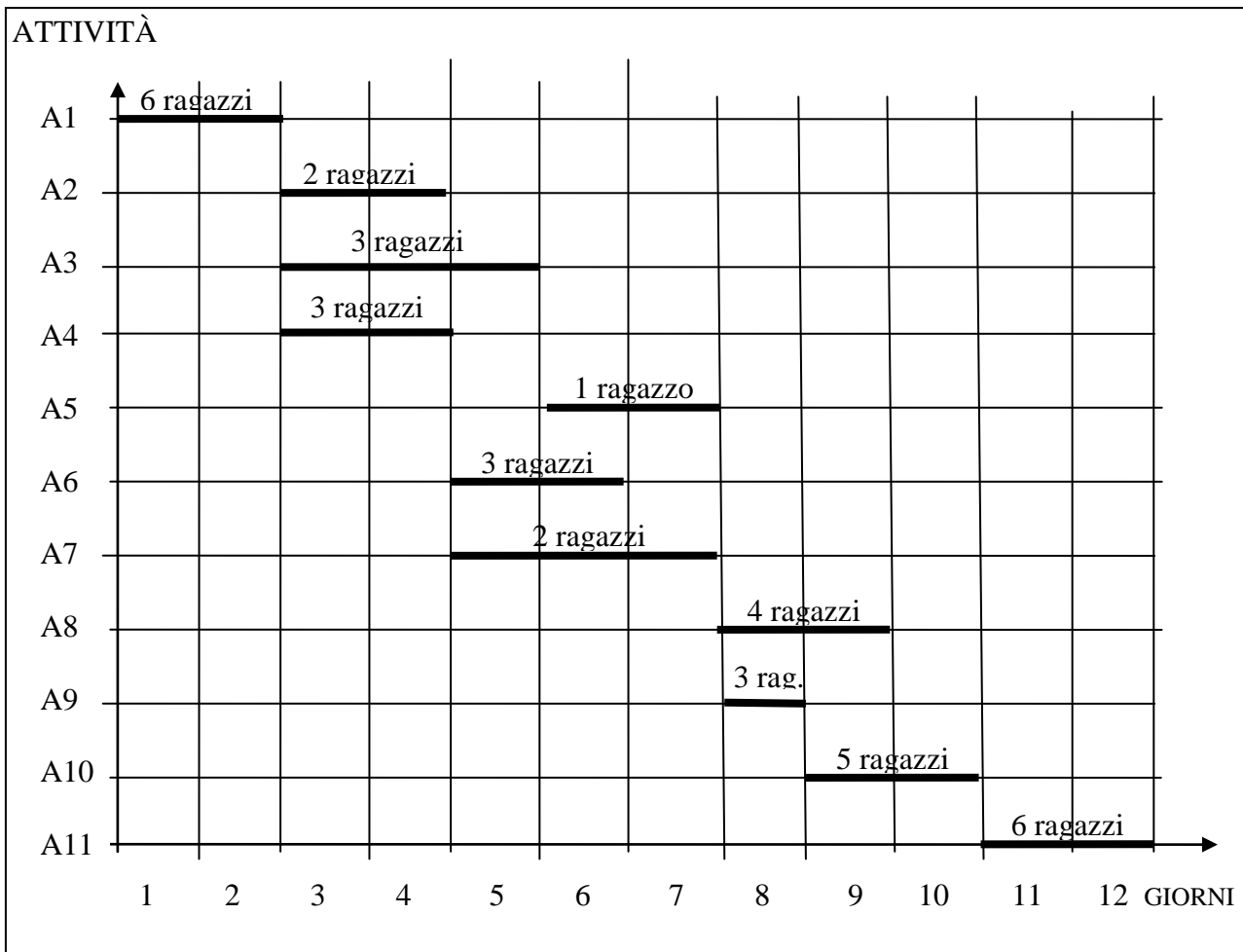
Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l’attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.

Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l’attività *finale* (in questo caso A11); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.

Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi in modo da ottenere un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Successivamente dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull’asse verticale le attività (dall’alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l’inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).

In questo caso l’attività A1 inizia (*convenzionalmente*) il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). Inoltre, per esempio, l’attività A9 può iniziare solamente quando sono terminate sia l’attività A5 sia l’attività A6 sia l’attività A7.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 12 giorni e che il giorno 9 lavorano *contemporaneamente* il massimo di ragazzi: 9; quindi questo è il numero (minimo) necessario per attuare il progetto.

ESERCIZIO 7

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA1.

```

procedura PROVA1;
variables X, A, B, C integer;
input X;
A ← X;
B ← A;
C ← A+B;
A ← C+B+A;
B ← A+B+C;
C ← A+B+C;
output A, B, C;
endprocedura;
    
```

Trovare i valori di output per A, B e C corrispondenti ai tre valori in input per X: 1, 2, 4 e riportarli nella seguente tabella.

X	A	B	C
1			
2			
4			

SOLUZIONE

X	A	B	C
1	4	7	13
2	8	14	26
4	16	28	52

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per rispondere alle domande occorre, per i vari valori in input di X, eseguire i calcoli indicati nella procedura. Nelle tre seguenti tabelle, rispettivamente per i valori 1, 2, 4 di X, sono riportati i valori delle variabili *dopo* ogni istruzione.

Dopo le istruzioni	Valori di			
	X	A	B	C
Input X;	1	/	/	/
A ← X;	1	1	/	/
B ← A;	1	1	1	/
C ← A+B;	1	1	1	2
A ← C+B+A;	1	4	1	2
B ← A+B+C;	1	4	7	2
C ← A+B+C;	1	4	7	13

Dopo le istruzioni	Valori di			
	X	A	B	C
Input X;	2	/	/	/
A ← X;	2	2	/	/
B ← A;	2	2	2	/
C ← A+B;	2	2	2	4
A ← C+B+A;	2	8	2	4
B ← A+B+C;	2	8	14	4
C ← A+B+C;	2	8	14	26

Dopo le istruzioni	Valori di			
	X	A	B	C
Input X;	4	/	/	/
A ← X;	4	4	/	/
B ← A;	4	4	4	/
C ← A+B;	4	4	4	8
A ← C+B+A;	4	16	4	8
B ← A+B+C;	4	16	28	8
C ← A+B+C;	4	16	28	52

ESERCIZIO 8

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```

procedure PROVA2;
variables A, B, K integer;
input A, B;
A ← A + B;
B ← A × B;
if A > B/2
    then K ← A - B;
    else K ← B + A;
endif;
output A, B, K;
endprocedure;
    
```

I valori in input sono: 4 per A, 2 per B: determinare i valori di output di A, B e K.

A	
B	
K	

SOLUZIONE

A	6
B	12
K	18

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per rispondere alle domande occorre eseguire i calcoli indicati nella procedura. Nella seguente tabella sono riportati i valori delle variabili *dopo* ogni istruzione.

Dopo le istruzioni	Valori di		
	A	B	K
input A, B;	4	2	/
A ← A + B;	6	2	/
B ← A × B;	6	12	/
if A > B/2 then K ← A - B; else K ← B + A;	6	12	18

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Una *successione aritmetica di numeri interi* è una successione di numeri in cui è costante la differenza (detta *ragione*) tra due successivi; per esempio sono aritmetiche le due seguenti successioni:

$$1, 8, 15, 22, 29, 36, 43, 50, 57, 64, 71, 78, 85, \dots \quad (\text{ragione } 7)$$

$$4, 12, 20, 28, 36, 44, 52, 60, 68, 76, 84, \dots \quad (\text{ragione } 8)$$

N.B. Le successioni continuano senza limite verso destra.

Quale dei numeri contenuti nella lista

$$L1 = [500, 505, 701, 802, 1002, 2248]$$

compare nella prima successione? Determinarne la lista L11 (con gli elementi disposti in ordine crescente).

Quale dei numeri contenuti nella lista

$$L2 = [500, 505, 700, 800, 1002, 2244]$$

compare nella seconda successione? Determinarne la lista L22 (con gli elementi disposti in ordine crescente).

L11	
L22	

SOLUZIONE

L11	[505,701,1002,2248]
L22	[500,700,2244]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si vede immediatamente che tutti i numeri della prima successione hanno la seguente proprietà: se divisi per 7 (che è la ragione) hanno come resto 1 (che è l'elemento iniziale della successione).

Quindi per controllare se un numero appartiene alla successione basta dividerlo per 7 e considerare il resto della divisione. Poiché:

$$500 = 7 \times 71 + 3$$

$$505 = 7 \times 72 + 1$$

$$701 = 7 \times 100 + 1$$

$$802 = 7 \times 114 + 4$$

$$1002 = 7 \times 143 + 1$$

$$2248 = 7 \times 321 + 1$$

allora 505, 701, 1002 e 2248 appartengono alla prima successione.

Analogamente, un numero per appartenere alla seconda successione deve avere resto 4 se diviso per 8. Poiché:

$$500 = 8 \times 62 + 4$$

$$505 = 8 \times 63 + 1$$

$$700 = 8 \times 87 + 4$$

$$800 = 8 \times 100 + 0$$

$$1002 = 8 \times 125 + 2$$

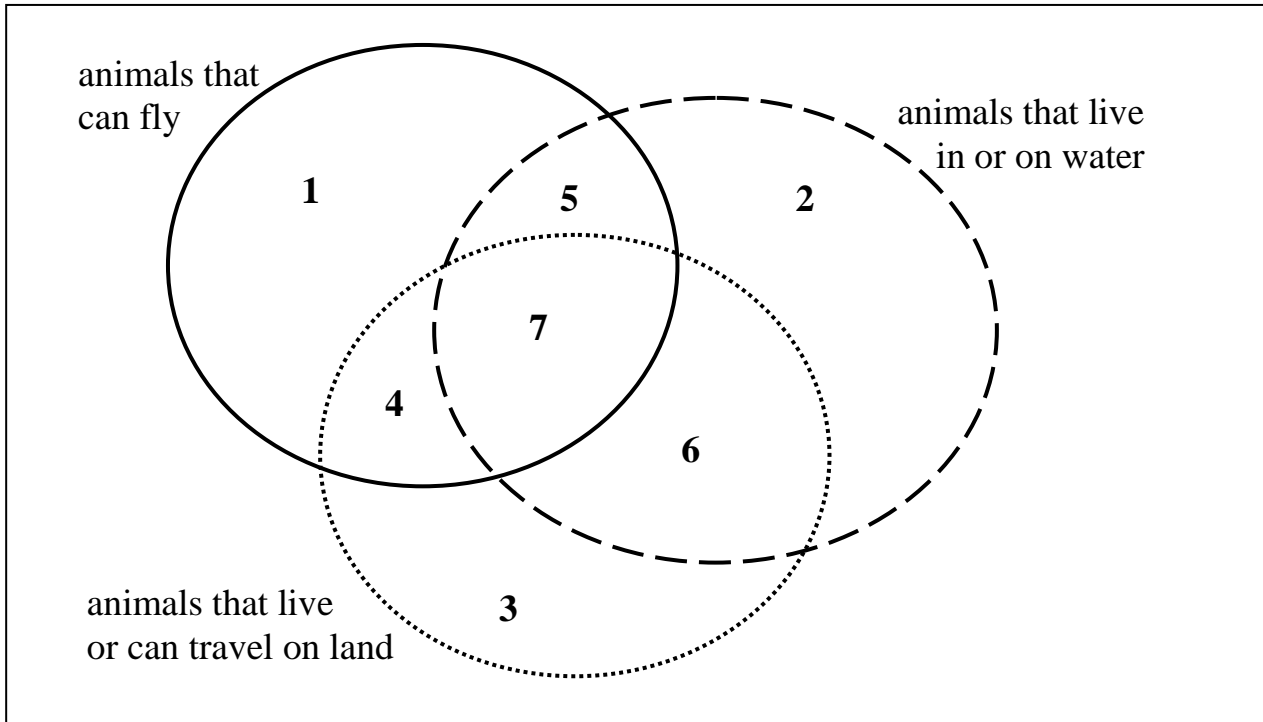
$$2244 = 8 \times 280 + 4$$

allora 500, 700 e 2244 appartengono alla seconda successione.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

Consider the following Venn diagram.



Place the following animals in the proper space in the Venn diagram above:

- | | | | |
|------------|--------|----------|----------|
| caimans | robins | soles | seals |
| dolphins | ducks | cats | dogs |
| crocodiles | whales | foxes | frogs |
| penguins | geese | walruses | vultures |

You should write seven lists (L1, L2, L3, L4, L5, L6, L7) in the corresponding rows of the following table: each list contains, in alphabetic order, the names of the animals to be placed in the space of Venn diagram with the same number.

Note that each animal has to be placed *only in one* list. For example, you place in list 3 animals that:

- live or can travel on land,
- don't live in or on water,
- can't fly.

Similarly, you place in list 4 animals that:

- can fly,
- live or can travel on land,
- don't live in or on water.

Note also that a list can be empty.

L1	
L2	
L3	
L4	
L5	
L6	
L7	

SOLUZIONE

L1	[]
L2	[dolphins,soles,whales]
L3	[cats,dogs,foxes]
L4	[robins,vultures]
L5	[]
L6	[caimans,crocodiles,frogs,penguins,seals,walruses]
L7	[ducks,geese]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Le liste 1 e 5 sono vuote perché, rispettivamente:

- nessuno degli animali elencati può volare senza poter vivere o camminare sulla terra o poter vivere nell'acqua o sull'acqua;
- nessuno degli animali elencati può volare e vivere nell'acqua o sull'acqua senza poter anche vivere o camminare sulla terra.

La lista 2 contiene i nomi di pesci o mammiferi marini, che non volano né salgono sulla terra.

La lista 3 contiene i nomi di animali terrestri che non volano, né vivono nell'acqua o sull'acqua.

La lista 4 contiene i nomi di uccelli che possono volare e si possono spostare o vivere sulla terra, ma non sull'acqua

La lista 6 contiene i nomi di animali che vivono sulla terra e nell'acqua, ma non volano.

La lista 7 contiene i nomi di uccelli che volano, ma possono anche vivere e spostarsi sulla terra e vivere sull'acqua.