ESERCIZIO 1

PREMESSA
Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.
Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.
Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b)**; utilizzando queste regole, conoscendo [**a**,**b**], è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) applicando la regola 19 per dedurre **w.** La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo [**a,b**] e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da [**a**,**b**]. Il numero di elementi della lista si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA
Siano date le seguenti regole:

regola(1,[f,g],h)	regola(2,[q,f],b)	regola(3,[p,q,c],a)	regola(4,[m,p],q)
regola(5,[a,b,c],d)	regola(6,[m,p],f)	regola(7,[p,h],c)	regola(8,[m],p)
regola(9,[e,f],c)	regola(10,[f,b],i)	regola(11,[c,e],r)	regola(12,[f,s],e)
regola(13,[e,t],b)	regola(14,[a,u],f)	regola(15,[e,b],v)	regola(16,[u,d],t)

Trovare:
1. la lista L1 che descrive il procedimento più breve per dedurre **a** conoscendo **c, m**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento più breve per dedurre **c** conoscendo **m, g**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento più breve per dedurre **d** conoscendo **m, g**;

N.B. Elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. Ad ogni passo del procedimento, se se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[8,4,3]
L2	[8,6,1,7]
L3	[8,4,6,1,2,7,3,5]

8 ?- pitm(a,[m,c],D,L). D = [a, q, p, m, c], L = [3, 4, 8] .
9 ?- pitm(c,[m,g],D,L). D = [c, h, f, p, m, g], L = [7, 1, 6, 8] ;

10 ?- pitm(d,[m,g],D,L). D = [d, b, a, c, h, f, q, p, m|...], L = [5, 2, 3, 7, 1, 6, 4, 8] ;
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

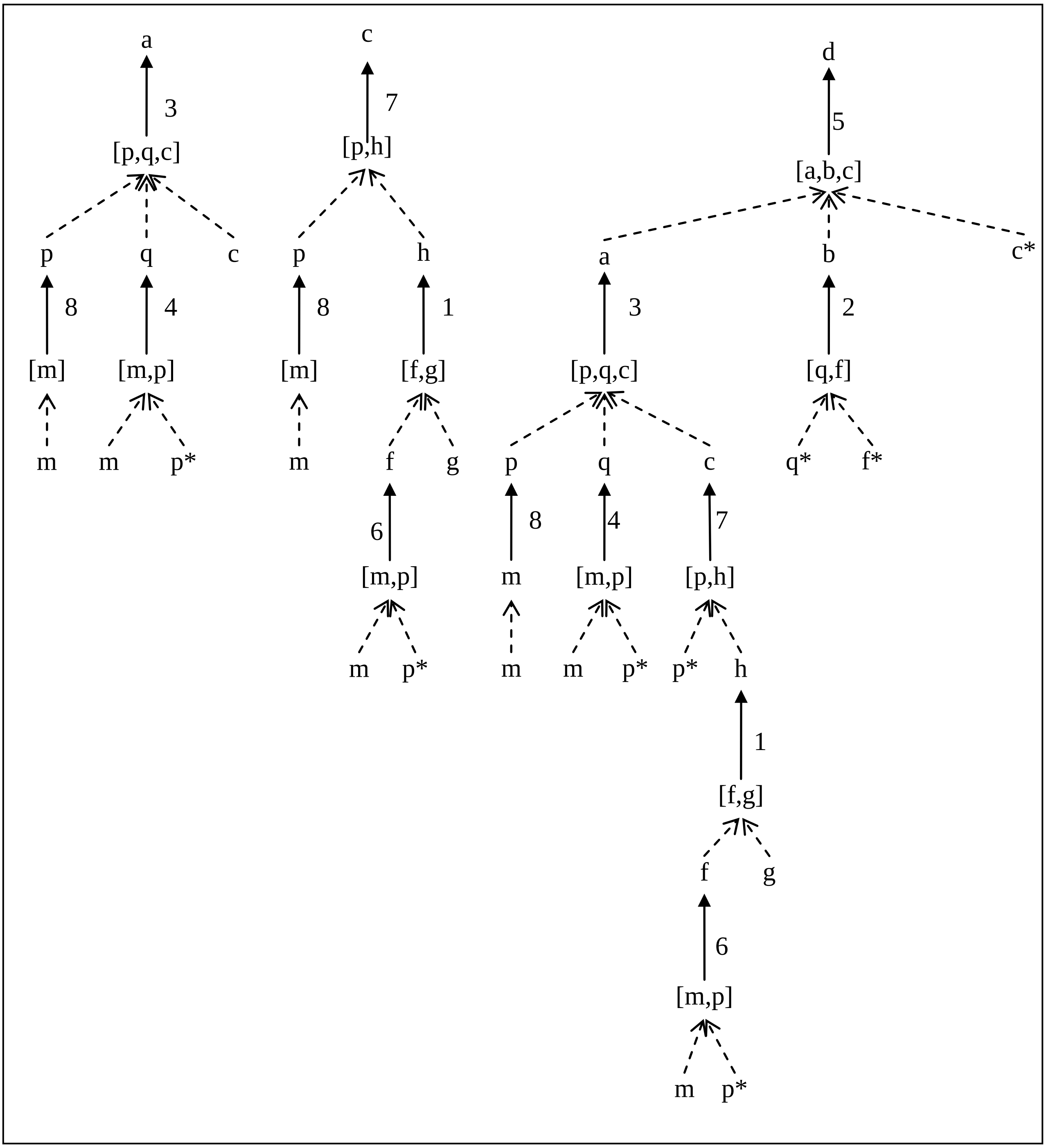
Nel caso della prima domanda, si verifica immediatamente che **a** compare come conseguente solo nella regola 3 che ha come antecedenti **p**, **q** e **c**: i primi incogniti, l'ultimo dato; **p** è deducibile solo con la regola 8 direttamente da **m** (dato); **q** è deducibile solo con la regola 4 da **m** (dato) e **p**, appena dedotto. Il procedimento è illustrato dall'albero a sinistra della figura seguente. La lista L1 è [8,4,3].

Nel caso della seconda domanda, si verifica immediatamente che **c** compare come conseguente nelle regole 7 e 9. La regola 9 ha come antecedenti **e** ed **f**, entrambi incogniti; **e** è deducibile con la regola 12 che ha come antecedenti **f** ed **s**: quest'ultimo non è deducibile con alcuna delle regole date. Pertanto è utilizzabile solo la regola 7 che ha come antecedenti **p** e **h** entrambi incogniti; **p** è deducibile solo con la regola 8 direttamente da **m** (dato); **h** è deducibile solo con la regola 1 da **f** (incognito) e **g** (dato); da ultimo **f** è deducibile con la regola 6 da **m** (dato) e **p** (già dedotto) oppure con la regola 14 da **a** ed **u** (entrambi incogniti): è chiaro che occorre scegliere la prima alternativa. Il procedimento è illustrato dall'albero centrale della figura seguente. La lista L2 è [8,6,1,7].

Per rispondere alla terza domanda, si verifica immediatamente che **d** compare come conseguente solo nella regola 5 che ha come antecedenti **a**, **b** e **c** tutti i incogniti:

- per dedurre **a** si può usare, parzialmente, quanto detto per la prima domanda: la regola 3 ha come antecedenti **p**, **q** e **c**: **p** è deducibile solo con la regola 8 direttamente da **m** (dato); **q** è deducibile solo con la regola 4 da **m** (dato) e **p**, appena dedotto; **c** è deducibile con le regole 7 e 9: conviene applicare la prima perché, dei due antecedenti, **p** e **h**, uno è già stato dedotto; per dedurre **h** si può usare solo la regola 1 che ha come antecedenti **f**, incognito, e **g**, dato; **f** è deducibile solo con la regola 6 che ha come antecedenti **m**, dato, e **p**, già dedotto;
- per dedurre **b** si può usare solo la regola 2 che ha come antecedenti **q** ed **f**: entrambi già dedotti;
- **c** è già stato dedotto.

Il procedimento complessivo è illustrato dall'albero di destra della figura seguente. La lista L3 è [8,4,6,1,2,7,3,5]: nel costruirla è essenziale tenere presente il criterio con cui elencare le regole.

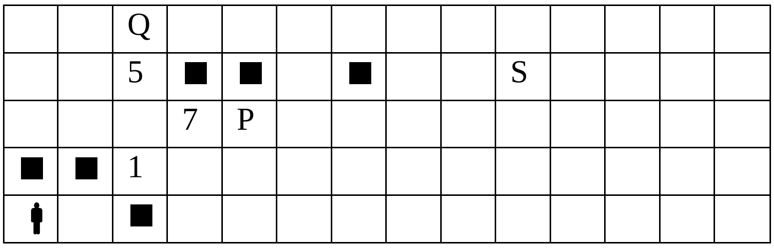


N.B. Le foglie degli alberi sono dati, oppure sono stati dedotti "a sinistra", cioè sono radici di sottoalberi che compaiono "a sinistra" della foglia.

ESERCIZIO 2

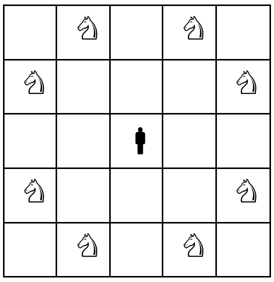
PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).



Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).



Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. I premi sono descritti fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]].

Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista:

[[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]]

e ha un totale di premi accumulati pari a 8.

PROBLEMA

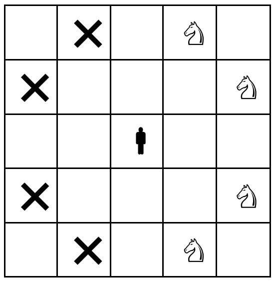
In un campo di gara di dimensioni 6×6, il robot, che si può muovere come il cavallo nel gioco degli scacchi, si trova nella casella [1,3] e deve eseguire percorsi semplici (senza passare più di una volta su una stessa casella) per raccogliere premi posti in alcune caselle del campo di gara. Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[3,2],[4,2],[4,4],[3,3],[4,6]]

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[2,5,5],[6,5,21],[6,1,28],[5,6,6],[4,5,22],[5,3,10],[6,2,19]]

Al robot sono inoltre interdette le mosse che, con riferimento alla rosa dei venti, sono specificate dagli elementi della lista [sso,oso,ono,nno], quindi le mosse permesse sono mostrate dalla seguente figura.



Trovare:

- la lista L1 che descrive il percorso semplice che consente di accumulare esattamente 10 punti,
- la lista L2 che descrive il percorso semplice che consente di accumulare esattamente 38 punti,

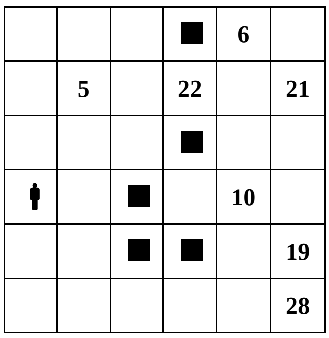
L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[[1,3],[3,4],[5,3]]
L2	[[1,3],[3,4],[5,3],[6,1]]

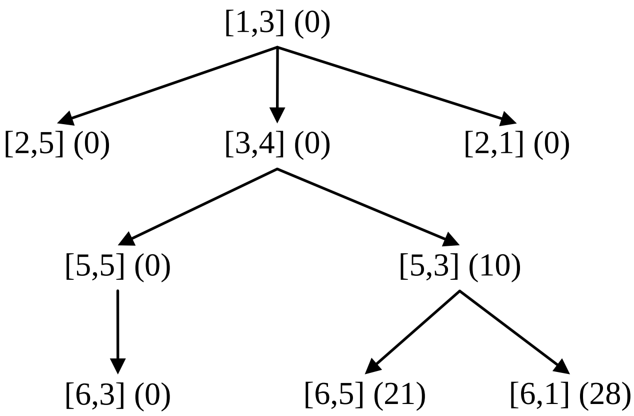
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nella seguente figura.



Occorre tener presente che il robot può muoversi solo verso destra, cioè aumentando l'ordinata a ogni mossa: quindi, raggiunta l'ordinata di un premio (senza passare per la casella che lo contiene), non può più guadagnarlo. La prima mossa è obbligatoriamente in [3,4], perché le altre, in [2,5] e [2,1], non hanno più mosse successive e quindi accumulano 0 punti. Perciò l'unica maniera di accumulare 10 punti è passare nella casella che contiene 10 ([5,3]) e fermarsi; è facile vedere che per guadagnare 38 punti occorre continuare nella casella che contiene 28. L1 e L2 seguono immediatamente.

Una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo consiste nel costruire l'*albero delle possibili mosse*: si inizia con la *radice* che corrisponde alla casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Ci si arresta quando si è arrivati in una casella da cui non ci si può muovere (o, in particolari casi, quando si è raggiunto un prefissato obbiettivo: una casella di questo tipo si dice *meta*). In questo problema, inoltre, è conveniente aggiungere a ogni casella il valore del premio contenuto (o 0 se non contiene un premio). In questo caso, l'albero delle mosse possibili è il seguente.



Si vede immediatamente che il percorso che soddisfa la prima domanda è [[1,3],[3,4],[5,3]]; il percorso che soddisfa la seconda domanda è [[1,3],[3,4],[5,3],[6,1]].

N.B. L'albero delle possibili mosse è “facile” da costruire in problemi, come quello in esame, in cui il robot non può percorrere dei cicli (a causa delle mosse vietate); altrimenti occorre aggiungere opportuni vincoli (come, ad esempio, quello che ogni nodo aggiunto sia diverso da tutti gli antenati), per evitare rami di lunghezza infinita.

ESERCIZIO 3

PREMESSA

Leggere il testo seguente con attenzione.

Nella combustione del tabacco di una sigaretta si liberano moltissime sostanze dannose all'organismo, genericamente indicate come "catrame". La pericolosità di tali sostanze è dovuta al fatto che si presentano sotto forma di polveri sottili PM2,5 (ossia con diametro inferiore a 2,5 μm)[1]: queste particelle vengono inalate con il fumo e raggiungono gli alveoli polmonari, dove in parte si depositano in modo permanente.
La direttiva 2001/37 del Parlamento Europeo stabilisce che una sigaretta può contenere al massimo 10 mg di catrame. In sé è una quantità molto piccola, ma nei polmoni di una persona che fuma ogni giorno un pacchetto di sigarette entra in un anno una massa di sostanze dannose pari a 70g all'anno.
Supponiamo che il 30% di queste sostanze rimanga nei polmoni: ogni anno il fumatore accumula ben [(70g) (30/100)] = 20g di sostanze nocive alla sua salute.
Secondo l'Organizzazione Mondiale della Sanità il fumo da tabacco è la seconda causa di morte nel mondo: scegli di non fumare!

Nota

1. Le "polveri sottili" sono particelle microscopiche che si formano nella combustione (di carburanti come il petrolio o il carbone), sono classificate con la sigla PM, che sta per Particulate Matter (materia sotto forma di particelle), seguita da un numero che indica il loro diametro massimo in micron (μm): così le PM10 sono polveri con diametri inferiori a 0,00001 m. Le PM10 hanno dimensioni comparabili con quelle delle goccioline d'acqua che formano le nuvole.

Tratto da "Realtà e fisica.blu", Claudio Romeni, Zanichelli, 2013

PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Il testo appena letto è:
   A. Descrittivo;
   B. Espositivo;
   C. Narrativo;
   D. Argomentativo.

2. Alla fine del brano compare una "Nota" che è segnalata nel testo con:
   A. Una lettera, di dimensioni più piccole del testo, posizionata ad apice;
   B. Un numero in grassetto;
   C. Un numero posizionato a pedice;
   D. Un numero, di dimensioni più piccole del testo, posizionato ad apice.

3. Le polveri sottili sono classificate con:
   A. Un acronimo seguito da un numero che indica il diametro massimo delle particelle in milionesimi di metro;
   B. Un acronimo seguito da un numero che indica il diametro massimo delle particelle in centesimi di millimetro;
   C. Un acronimo seguito da un numero che indica il diametro medio della particelle in millimetri;

D. Un acronimo seguito da un numero che indica il diametro massimo delle particelle in miliardesimi di metro.

4. La classificazione delle polveri sottili avviene per:
   A. Forma;
   B. Tipo di materiale;
   C. Nocività;
   D. Dimensioni.

5. Il calcolo che porta alla cifra di 20 g. di sostanze nocive all'anno deriva da:
   A. Una proporzione inversa;
   B. Una funzione quadratica;
   C. Una proporzione diretta;
   D. Una differenza.

6. Le polveri sottili, di cui si parla nel testo, si formano per:
   A. Reazione chimica;
   B. Reazione fisica;
   C. Evaporazione;
   D. Polverizzazione.

7. Per spiegare le dimensioni di una particella di polveri sottili, nel testo si utilizza:
   A. Un'antitesi;
   B. Una similitudine;
   C. Una metafora;
   D. Un'iperbole.

8. Una direttiva, in questo caso, "europea" è:
   A. Un ordine perentorio impartito da un'autorità o da una persona che si trova in posizione di forza;
   B. La riunione di tutti i ministri con a capo il Presidente del Consiglio d'Europa;
   C. Una disposizione generale relativa a una certa materia, impartita da un'autorità;
   D. Una norma particolareggiata relativa al modo di regolarsi e alla linea di condotta da tenersi, impartita specialmente da un'autorità ai suoi subordinati.

9. Il testo muta brevemente lo stile di comunicazione nel momento in cui:
   A. L'autore descrive la direttiva del Parlamento Europeo;
   B. L'autore si rivolge al lettore;
   C. Si utilizza la nota;
   D. Si elabora il calcolo che conduce alla quantità di 20g. di sostanze nocive all'anno.

10. Il brano propone anche questo spunto di riflessione:
   A. Il fumo fa molto male;
   B. Le polveri sottili sono la principale causa dell'inquinamento ambientale;
   C. Le regole non sempre vengono rispettate, soprattutto per quanto riguarda i limiti delle sostanze concesse;
   D. Fumare in quantità moderata non nuoce alla salute.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	

3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	D
3	A
4	D
5	C
6	A
7	B
8	C
9	B
10	A

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Il testo *descrittivo* ha lo scopo di presentare, in modo più o meno particolareggiato, cose, persone, azioni, ambienti reali o immaginari; al suo interno prevalgono i tempi verbali presente e imperfetto, il lessico ricco e preciso e l'aggettivazione. Il testo in esame, quindi, non è descrittivo.
   II testo *espositivo* ha lo scopo di mettere a conoscenza di qualcosa. Al suo interno prevalgono: il presente indicativo, la divisione in paragrafi numerati progressivamente, il lessico specialistico. Può esaminare i vari aspetti di un fenomeno (testo analitico) o fornire un'esposizione schematica e riassuntiva (testo sintetico). È la qualifica che meglio descrive il testo in esame.
   Un testo *narrativo* presenta una storia, dei personaggi, una trama. Il testo in esame non è narrativo.
   Un testo *argomentativo* ha lo scopo di spiegare, valutare, esporre un ragionamento o una critica, discutere, convincere della validità delle proprie argomentazioni. Si dice "argomentativo" perché l'autore espone una tesi mediante una serie di "argomenti" che la supportano o che confutano opinioni ad essa contrarie. Il testo in esame, quindi, non è argomentativo.
2. Le note (a piè di pagina o a fine di capitolo) sono segnalate con un numero progressivo posto a mo' di apice (quindi di dimensioni più piccole del testo normale) accanto al termine (o frammento di testo) che deve essere spiegato con più dettagli o precisione.
3. La classificazione avviene attraverso un acronimo (un nome costituito da una o più lettere iniziali di altre parole; in questo caso, Particulate Matter = PM) e una numero in micron (μm) che è la milionesima parte di un metro (come si evince anche dall'esempio in nota: "*le PM10 sono polveri con diametri inferiori a 0,00001 m.*").
4. Le polveri sottili sono classificate in base al loro diametro (massimo), quindi in base alla dimensione. Non è una questione di forma, di nocività o di tipologia di materiale.
5. Il testo dice "*Supponiamo che il 30% di queste sostanze rimanga nei polmoni: ogni anno il fumatore accumula ben [(70g.) (30/100)] = 20g di sostanze nocive alla sua salute.*"
   Cioè ogni 100g di sostanza (polveri sottili) inalata ne rimangono nei polmoni 30g e, in proporzione diretta, ogni 70g ne rimangono 20g.
6. La combustione è una reazione *chimica* tra un combustibile e un comburente, di solito con sviluppo di luce e calore; non è una reazione *fisica*. L'evaporazione è il passaggio di stato da quello liquido a

quello aeriforme (gas o vapore), mentre la polverizzazione è la riduzione in polvere di una sostanza solida mediante macinazione o triturazione.

7. Nella nota al testo si dice “*Le PM10 hanno dimensioni comparabili con quelle delle goccioline d’acqua che formano le nuvole.”,* viene quindi utilizzata una similitudine che è un paragone. Un’antitesi è una contrapposizione tra due entità, un’iperbole è un’esagerazione di un concetto, una metafora consiste nel traslare il significato di una parola dal senso proprio ad un altro figurato che abbia con il primo un rapporto di somiglianza (per esempio: leone = forza, allora “sei un leone” = sei forte).
8. Una direttiva non è un ordine perentorio (che indica quasi un “comando”), non è una riunione, ma è un “documento” che contiene una disposizione generale e non dettagliata. Per questo la risposta corretta è la C.
9. Il testo, sia nel suo corpo che nella nota, è completamente espositivo, tranne la seguente proposizione: “*Secondo l’Organizzazione Mondiale della Sanità il fumo da tabacco è la seconda causa di morte nel mondo: scegli di non fumare!”*. Infatti nella parte finale (dopo i due punti) l’autore si rivolge direttamente al lettore (usando l’imperativo “scegli”) utilizzando, brevemente, la tipologia testuale regolativa che serve anche ad indicare un possibile comportamento.
10. Nel testo si parla di polveri sottili, ma non riguardo all’inquinamento ambientale; inoltre si dice “*La direttiva 2001/37 del Parlamento Europeo stabilisce che una sigaretta può contenere al massimo 10 mg di catrame.*”: questo riguarda la determinazione dei limiti della sostanza, ma non il rispetto o meno di essi. La maggior parte delle informazioni contenute nel testo (*moltissime sostanze dannose all’organismo, una massa di sostanze dannose, Secondo l’Organizzazione Mondiale della Sanità il fumo da tabacco è la seconda causa di morte nel mondo*) sottolinea quanto il fumo sia dannoso.

ESERCIZIO 4

PREMESSA
In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,40,50)	tab(m2,47,40)	tab(m3,48,35)
tab(m4,45,40)	tab(m5,45,62)	tab(m6,49,42)
tab(m7,46,61)	tab(m8,42,46)	tab(m9,50,50)

PROBLEMA
Disponendo di un autocarro con portata massima di 130 Kg, trovare la lista L delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V.
N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<… .

L	
V	

SOLUZIONE

L	[m3,m6,m9]
V	147

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Un metodo per risolvere il problema (detto della *forza bruta*) è quello di generare tutte le combinazioni di tre minerali scelti tra i nove del deposito, calcolarne peso e valore e scegliere, tra quelle il cui peso è minore o eguale a 135 Kg, quella che ha valore maggiore; poiché tali combinazioni sono (9×8×7)/(3×2) = 84 tale metodo è "pesante" (cioè richiede molti calcoli).
Un metodo *euristico*, per questo caso, è escludere i minerali più pesanti (m5 e m7) e quelli di valore minore (m1 e m8) cercare la soluzione tra m2, m3, m4, m6, m9. Le terne tra cinque minerali sono (5×4×3)/(3×2) = 10:

terne di minerali	valore	peso
[m2,m3,m4]	47+48+45=140	40+35+40=115
[m2,m3,m6]	47+48+49=144	40+35+42=117
[m2,m3,m9]	47+48+50=145	40+35+50=125
[m2,m4,m6]	47+45+49=141	40+40+42=122
[m2,m4,m9]	47+45+50=142	40+40+50=130
[m2,m6,m9]	47+49+50=146	40+42+50=132
[m3,m4,m6]	48+45+49=142	35+40+42=117
[m3,m4,m9]	48+45+50=143	35+40+50=125
[m3,m6,m9]	48+49+50=147	35+42+50=127
[m4,m6,m9]	45+49+50=144	40+42+50=132

Come si vede tra le terne trasportabili [m3,m6,m9] ha il valore maggiore (147).

N.B. Per un metodo euristico, occorre comunque sempre controllare in qualche modo (per esempio per tentativi o a campione) che i casi esclusi (cioè le terne che contengono *anche* gli altri minerali) non costituiscano una soluzione.

Naturalmente per esaminare le 84 combinazioni di *tutti* i minerali si può scrivere (ed eseguire) un opportuno programma.

ESERCIZIO 5

PROBLEMA
Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	3	1
A3	3	2
A4	6	1
A5	2	2
A6	2	4
A7	2	1
A8	3	1
A9	6	3
A10	3	1
A11	4	1
A12	6	1

Le attività non possono svolgersi alla rinfusa ma devono essere rispettate delle priorità: per esempio una attività utilizza il prodotto di un’altra, quindi deve svolgersi successivamente. Le *precedenze* fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l’attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l’attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.
In questo caso le precedenze sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A1,A4], [A3,A5], [A5,A8], [A8,A12], [A4,A7], [A2,A6],
[A7,A8], [A7,A10], [A6,A10], [A10,A12], [A2,A9], [A9,A11], [A11,A12].

Trovare il numero N di giorni (minimo) necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità).
Inoltre determinare di quanti giorni D4 può protrarsi la attività A4 (oltre il tempo previsto di un giorno) senza che cambi la durata del progetto. Analogamente determinare di quanti giorni D6 può protrarsi la attività A6 (oltre i quattro giorni previsti) senza che cambi la durata del progetto.

N	
D4	
D4	

SOLUZIONE

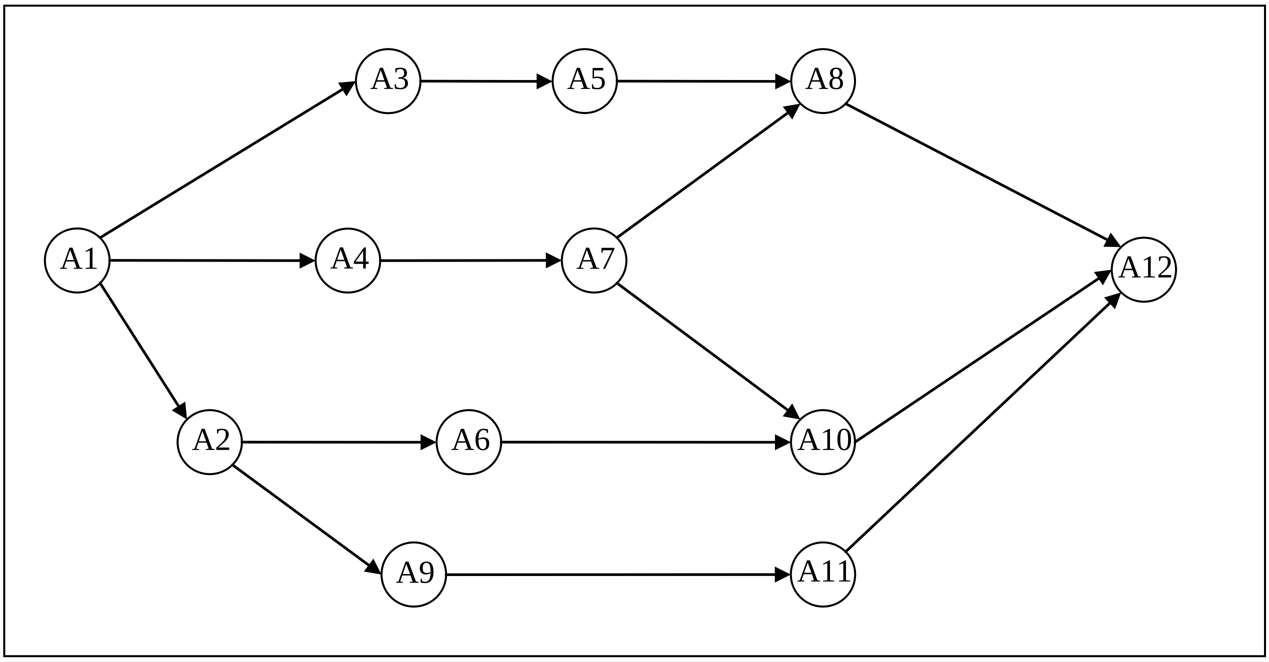
N	9
D4	3
D6	0

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

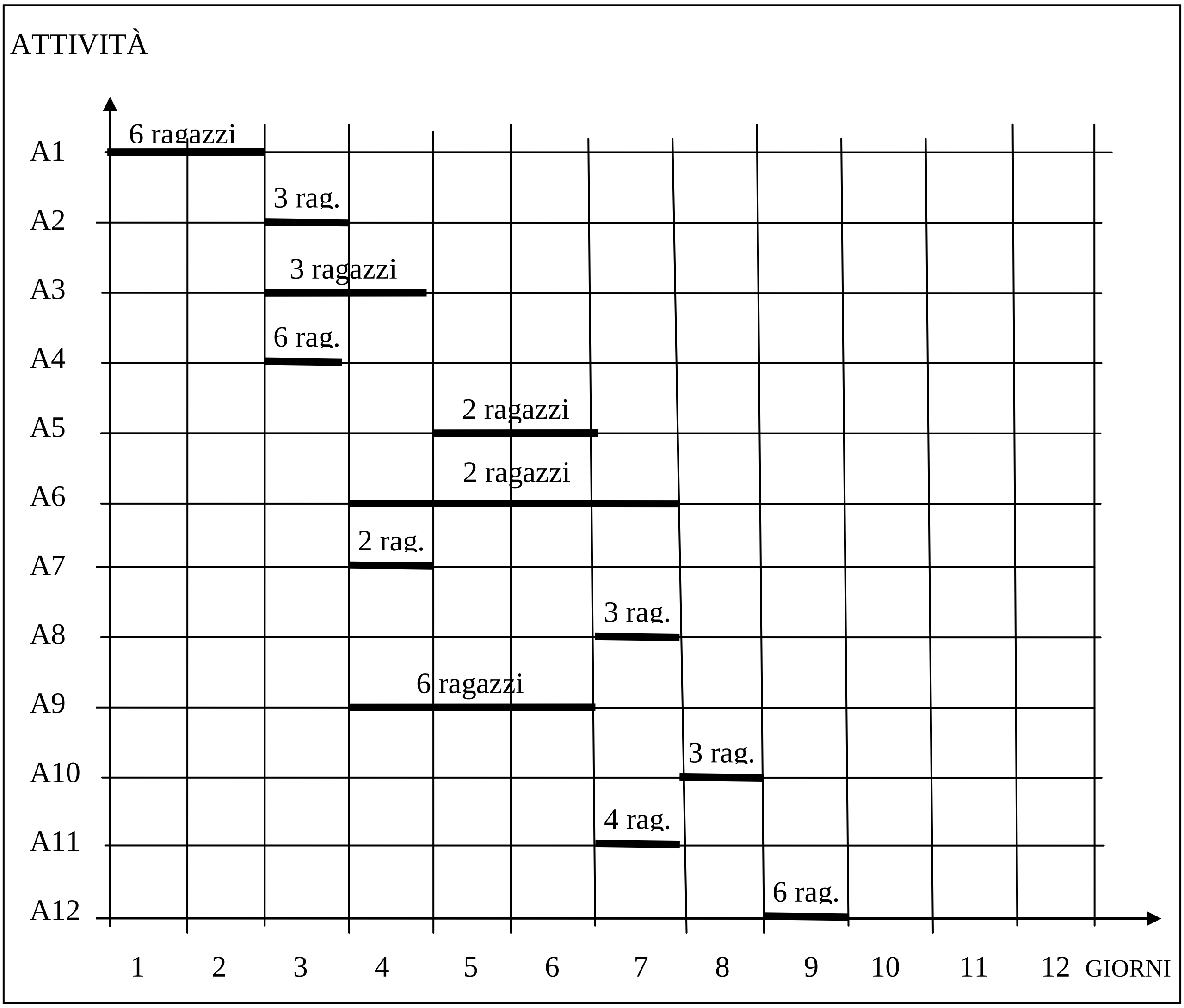
Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.

Si noti come esiste un nodo (A1 nel disegno) in cui non entrano frecce (rappresenta la prima attività del progetto) e un nodo (A9 nel disegno) da cui non escono frecce (rappresenta l'ultima attività del progetto).

N.B. Di solito tali grafi sono *planari* cioè è possibile disegnarli in modo che le frecce non si incrociano; per ottenere un tale disegno si procede per tentativi.



Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sugli *assi coordinati* in verticale le *attività* (dall'alto verso il basso) e in orizzontale il *tempo*, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla). Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). L'attività A10 può iniziare solamente quando sono terminate sia A7 sia A6 e così via.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 9 giorni; è anche immediato vedere che se l'attività A4 terminare dopo il tempo previsto si sposta di conseguenza anche la attività A7; quest'ultima si può spostare liberamente fino a tre giorni prima di allineare la sua fine con A6; uno spostamento maggiore ritarderebbe la attività A10, e quindi tutto il progetto.
Invece la attività A6 è *critica*: se ritarda allora ritarda tutto il progetto.

.

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Calcolare il massimo comune divisore M tra 2986875 e 1329152

M	

SOLUZIONE

M	59

COMMENTO ALLA SOLUZIONE
Conviene scomporre i due numeri in fattori primi:

$$2986875 = 3^4 \times 5^4 \times 59 \qquad 1329152 = 2^{11} \times 11 \times 59$$

Il risultato segue immediatamente.

ESERCIZIO 7

PROBLEMA
Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA2, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati.

```
procedure PROVA2;
variables N, I integer;
variables A, M real;
for I from 1 to 3 step 1 do
    input M;
    A ← 0.0;
    N ← 0;
    while A<M do
            N ← N + 1;
            A ← A+1/N;
    endwhile;
    output N;
endfor;
endprocedure;
```

I dati in input di M sono nell'ordine

2.0, 3.0, 4.0

Calcolare i 3 valori in output per N.

N.B. Le costanti "real" sono espresse come numeri decimali con il punto (.) invece che con la virgola come separatore.

VALORI (REAL) IN INPUT PER M	VALORI (INTEGER) IN OUTPUT PER N
2.0	
3.0	
4.0	

SOLUZIONE

VALORI (REAL) IN INPUT PER M	VALORI (INTEGER) IN OUTPUT PER N
2.0	4
3.0	11
4.0	31

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Il costrutto "while" calcola la somma degli inversi dei numeri naturali:

$$1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \ldots + 1/n + \ldots$$

arrestandosi quando la somma, accumulata come valore della variabile A, diventa più grande del valore in input per M; il valore di N indica il numero di addendi che sono stati sommati.
La seguente tabella mostra i valori di A (con cinque decimali) in funzione dei valori di N.

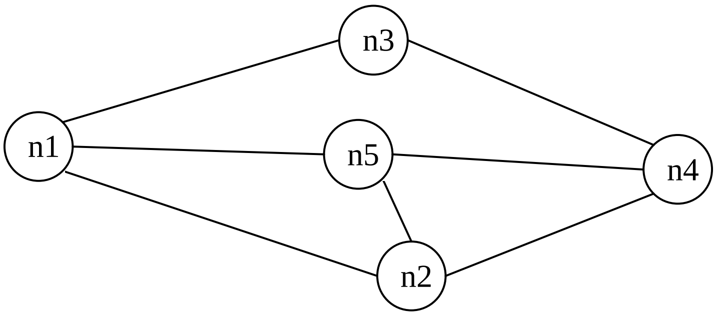
VALORI DI N	VALORI DI A
1	1.0
2	1.5

3	1.83333
4	2.08333
5	2.28333
6	2.45
7	2.59286
8	2.71786
9	2.82897
10	2.92897
11	3.01988
12	3.10321
...	...
30	3.99499
31	4.02725

Si vede immediatamente che (il valore di) A supera (il valore) 2.0 quando N vale 4 (cioè con 4 addendi); similmente A supera 3.0 quando N vale 11 e supera 4.0 quando N vale 31.

ESERCIZIO 8

PREMESSA
Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6)	arco(n1,n3,5)	arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3)	arco(n2,n4,3)	arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)		

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza K = 2 + 3 + 4 = 9.
Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5]. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA
È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

arco(n1,n4,6)	arco(n2,n6,7)	arco(n3,n5,4)	arco(n2,n7,4)
arco(n7,n3,2)	arco(n6,n4,9)	arco(n5,n1,5)	arco(n1,n3,3)
arco(n5,n4,1)	arco(n7,n5,9)	arco(n5,n6,1)	arco(n2,n5,9)

NB. arco(n2,n5,9) è a senso unico, percorribile solo da n2 verso n5.

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L1 del percorso più breve tra n3 e n6;
2. trovare la lista L2 del percorso semplice più lungo tra n3 e n6;
3. trovare la lista L3 del percorso semplice tra n3 e n6 che ha una lunghezza K = 28.

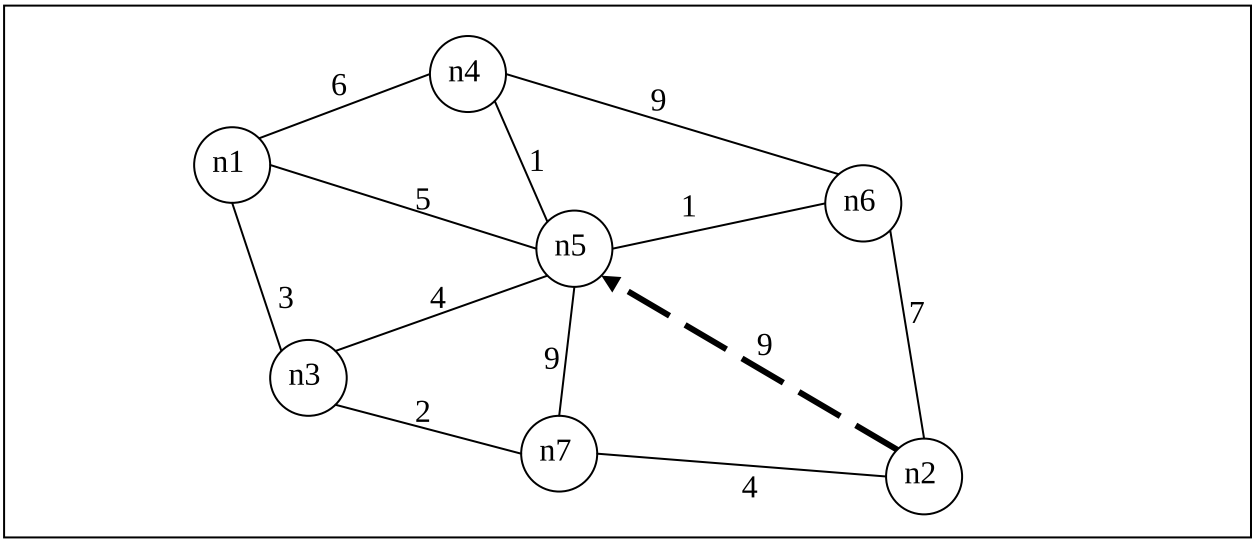
L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[n3,n5,n6]
L2	[n3,n7,n2,n5,n1,n4,n6]
L3	[n3,n1,n5,n7,n2,n6]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

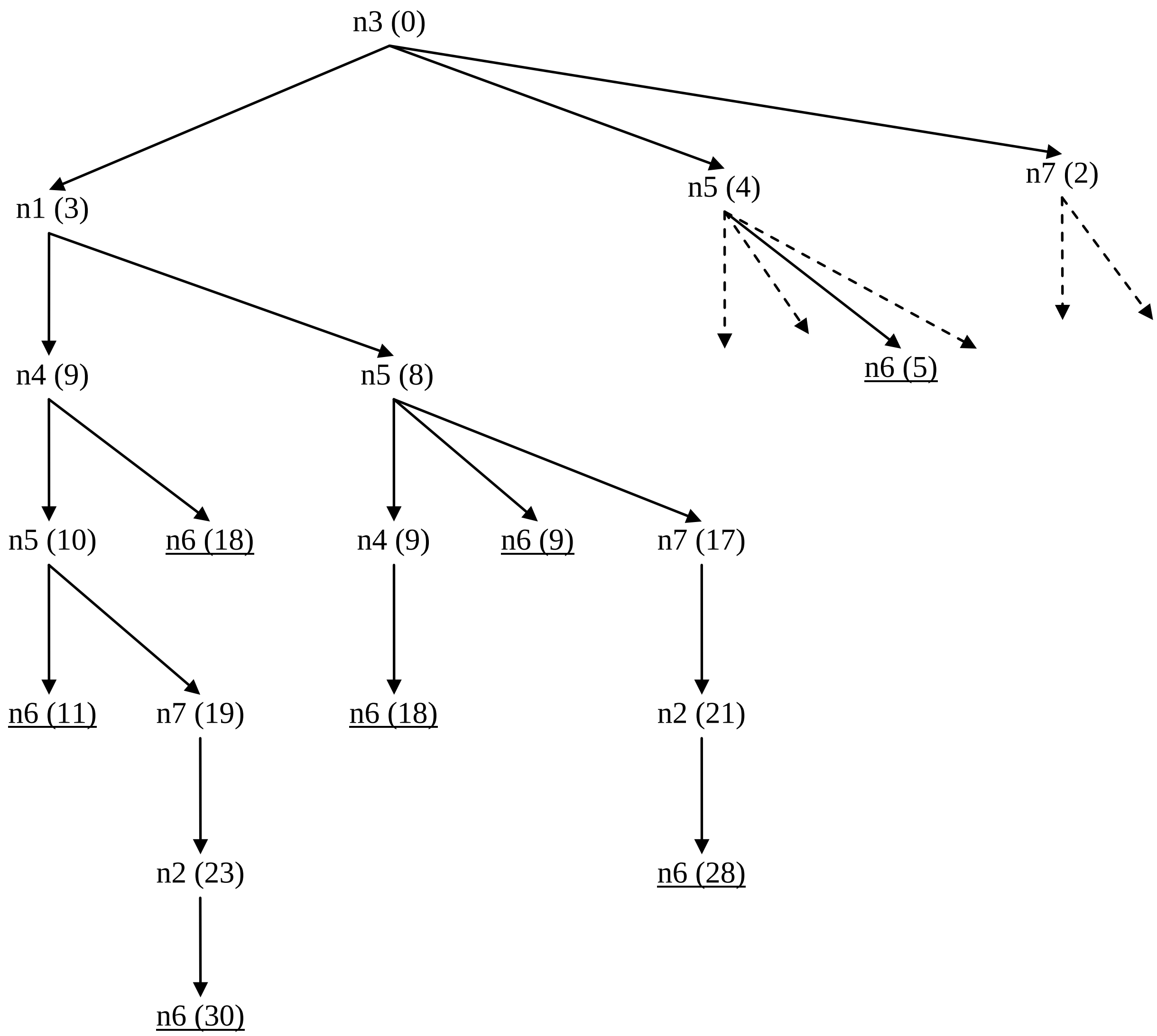
Il grafo descritto dal problema è un grafo planare: si può disegnare su un piano in modo che gli archi non si incrocino, come mostrato nella seguente figura.



Si noti innanzitutto che il cammino *più breve* tra due nodi è necessariamente semplice (cioè non ha cicli); per risolvere il problema occorre elencare *tutti* i cammini (semplici) tra n3 e n6 (con la loro lunghezza) in maniera *sistematica*, in modo da essere certi di averli presi in esame tutti. Sono i seguenti:

CAMMINO	LUNGHEZZA	
[n3,n1,n4,n6]	18	
[n3,n1,n4,n5,n6]	11	
[n3,n1,n4,n5,n7,n2,n6]	30	
[n3,n1,n5,n4,n6]	18	
[n3,n1,n5,n7,n2,n6]	28	l'unico lungo 28
[n3,n1,n5,n6]	9	
[n3,n5,n1,n4,n6]	24	
[n3,n5,n4,n6]	14	
[n3,n5,n6]	5	il più corto
[n3,n5,n7,n2,n6]	24	
[n3,n7,n2,n5,n1,n4,n6]	35	il semplice più lungo
[n3,n7,n2,n5,n4,n6]	25	
[n3,n7,n2,n5,n6]	16	
[n3,n7,n2,n6]	13	
[n3,n7,n5,n1,n4,n6]	31	
[n3,n7,n5,n4,n6]	21	
[n3,n7,n5,n6]	12	

N.B. Nel caso in esame è agevole costruire "a mano" l'elenco; in casi di grafi più complessi è opportuno usare un programma. Comunque si procede costruendo un albero che ha come radice il nodo di partenza; ogni nodo ha come successori i nodi da esso raggiungibili *purché* non compaiono come predecessori (per evitare i circuiti e costruire solo percorsi *semplici*). Un nodo non ha successori se è il nodo di arrivo (o se è un "cammino morto"). I cammini sono i percorsi dalla radice alle foglie; nella seguente figura è mostrato un frammento dell'albero relativo al problema in esame: per facilitare la lettura ad ogni nodo è stato aggiunta (tra parentesi) la distanza dalla radice e le foglie sono state sottolineate.



ESERCIZIO 9

PREMESSA
Un orologio che non funziona segna, comunque, l'ora esatta due volte al giorno: si può dire che l'intervallo che separa gli eventi "segna l'ora esatta", per un orologio fermo, è di 0,50 giorni.

PROBLEMA
Un certo orologio viene regolato all'ora esatta. Si supponga che:
- ritardi regolarmente un minuto al giorno;
- sia elettrico, con la durata della batteria sufficientemente lunga;
- abbia un normale quadrante ("analogico") con 12 ore e due lancette.

Dopo quanti giorni segnerà di nuovo l'ora esatta? Indicare la risposta con un numero con due cifre decimali dopo la virgola, come nella premessa.

SOLUZIONE

720,00

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Si pensi di avere, per confronto, un orologio "preciso" accanto a quello descritto dal problema. Quest'ultimo segnerà l'ora esatta quando avrà ritardato "abbastanza" minuti perché le lancette siano di nuovo nella posizione "corretta" (quindi indistinguibile da quella dell'orologio "preciso"): questo può succedere solo con un ritardo di tanti minuti quanti sono contenuti in un quadrante, cioè in dodici ore, quindi dopo un ritardo di 12×60 = 720 minuti. Questo succede dopo 720 giorni; ovviamente, come richiesto esplicitamente, occorre scrivere 720,00.

ESERCIZIO 10

A can is filled with equal parts yellow, cyan and red dye: you can say that the *ratio of yellow to cyan to red* is

$$\frac{1}{3}:\frac{1}{3}:\frac{1}{3} = 1:1:1$$

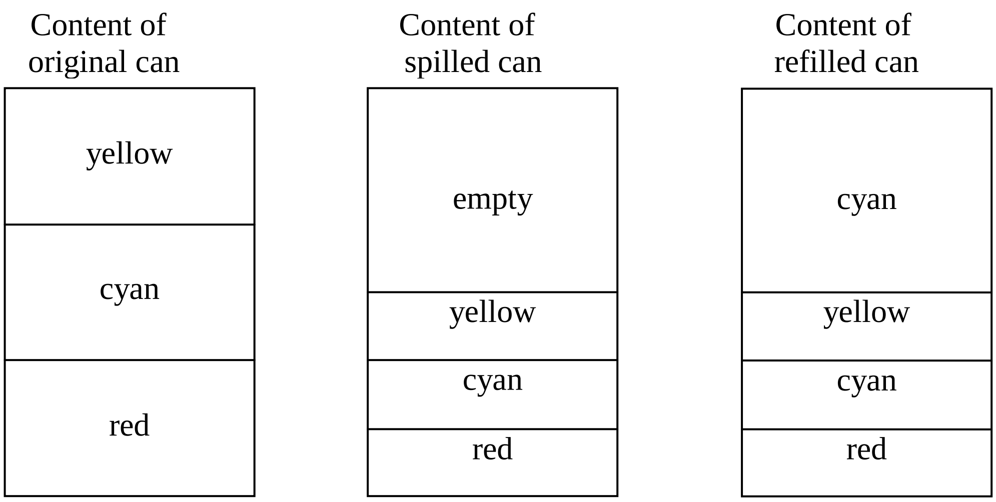
The can spills *half* of its content and enough cyan dye is poured in to fill it again. What is the ratio of yellow to cyan to red now?
Enter your answer in the box below as *three integer* separated by colons.

SOLUZIONE

1:4:1

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

If you draw a picture of the three states of the can, the solution will be apparent.



Ratios of yellow to cyan to red for:

original can $\frac{1}{3}:\frac{1}{3}:\frac{1}{3} = 1:1:1$

spilled can $\frac{1}{6}:\frac{1}{6}:\frac{1}{6} = 1:1:1$

refilled can $\frac{1}{6}:(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}):\frac{1}{6} = \frac{1}{6}:\frac{4}{6}:\frac{1}{6} = 1:4:1$