

**ESERCIZIO 1**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente MOVIMENTO DI UN ROBOT O DI UN PEZZO DEGLI SCACCHI.

**PROBLEMA**

In un campo di gara il robot è nella casella [47,49] con orientamento verso l'alto: trovare la lista L dei comandi da assegnare al robot per fargli compiere il percorso descritto dalla seguente lista di caselle:

[[47,49],[47,48],[47,47],[47,46],[47,47],[47,48],[47,49],[48,49],[49,49],[48,49],[47,49],[46,49],  
[46,50]]

Inoltre, al termine del percorso, il robot deve essere orientato verso il basso.

N.B. I comandi da usare sono i seguenti:

- f fa spostare il robot di una casella nella direzione in cui è orientato;
- o fa ruotare il robot in senso orario di 90 gradi;
- a fa ruotare il robot in senso antiorario di 90 gradi.

Per una rotazione di 180 gradi, si devono usare due rotazioni antiorarie.

L [ ]

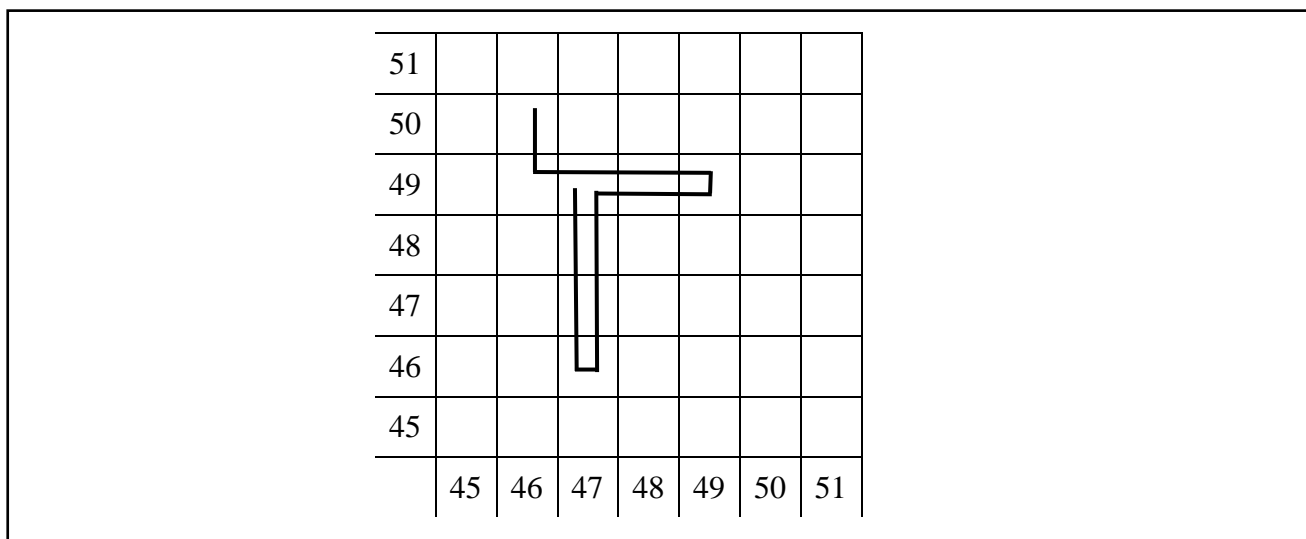
**SOLUZIONE**

L [a,a,f,f,a,a,f,f,o,f,f,a,a,f,f,o,f,a,a]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Si indichino con n, e, s, w gli orientamenti del robot rispettivamente verso l'alto (nord), verso destra (est), verso il basso (sud), verso sinistra (west), rispettivamente. In questo modo lo stato del robot può essere individuato da una lista di tre elementi: i primi due sono le coordinate della casella in cui è il robot, e il terzo è l'orientamento. Lo stato iniziale è, quindi [47,49,n]. Il problema si risolve facilmente disegnando prima il percorso che il robot deve seguire:

[[47,49],[47,48],[47,47],[47,46],[47,47],[47,48],[47,49],[48,49],[49,49],[48,49],[47,49],[46,49],  
[46,50]]



Dal disegno (che mostra solo parzialmente il campo di gara, con i valori delle coordinate) è semplice determinare i comandi che fanno compiere tale percorso.

da stato	a stato	comando	caselle del percorso successive alla prima
[47,49,n]	[47,49,w]	a	
[47,49,w]	[47,49,s]	a	
[47,49,s]	[47,48,s]	f	[47,48]
[47,48,s]	[47,47,s]	f	[47,47]
[47,47,s]	[47,46,s]	f	[47,46]
[47,46,s]	[47,46,e]	a	
[47,46,e]	[47,46,n]	a	
[47,46,n]	[47,47,n]	f	[47,47]
[47,47,n]	[47,48,n]	f	[47,48]
[47,48,n]	[47,49,n]	f	[47,49]
[47,49,n]	[47,49,e]	o	
[47,49,e]	[48,49,e]	f	[48,49]
[48,49,e]	[49,49,e]	f	[49,49]
[49,49,e]	[49,49,n]	a	
[49,49,n]	[49,49,w]	a	
[49,49,w]	[48,49,w]	f	[48,49]
[48,49,w]	[47,49,w]	f	[47,49]
[47,49,w]	[46,49,w]	f	[46,49]
[46,49,w]	[46,49,n]	o	
[46,49,n]	[46,50,n]	f	[46,50]
[46,50,n]	[46,50,w]	a	
[46,50,w]	[46,50,s]	a	

**ESERCIZIO 2**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente CRITTOGRAFIA.

**PROBLEMA**

Sono date 4 liste corrispondenti a nomi di personaggi italiani dell'arte crittografati col semplice metodo di Giulio Cesare:

- [i,l,y,u,p,u,p]: scoprirne il nome N1 e trovare la chiave K1 usata per crittografarlo;
- [q,d,g,g,d,b,x,c,x]: scoprirne il nome N2 e trovare la chiave K2 usata per crittografarlo;
- [l,h,b,g,d,k,z,m,f,d,k,n]: scoprirne il nome N3 e trovare la chiave K3 usata per crittografarlo;
- [n,w,b,b,w,a,h,h,k]: scoprirne il nome N4 e trovare la chiave K4 usata per crittografarlo;

Il nome del personaggio va scritto come parola: esempio Caravaggio.

Utilizzare l'alfabeto seguente di 26 lettere:

[a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z].

K1	
N1	
K2	
N2	
K3	
N3	
K4	
N4	

**SOLUZIONE**

K1	7
N1	Bernini
K2	15
N2	Borromini
K3	25
N3	Michelangelo
K4	22
N4	Raffaello

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

I nomi sono: Bernini, Borromini, Michelangelo, Raffaello. La soluzione diventa evidente costruendo prima la tabella degli alfabeti, come la seguente.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
1	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a
2	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b
3	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c
4	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d
5	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e
6	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f
7	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g
8	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h
9	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i
...	...																									
14	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n



15	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
...	...																									
21	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u
22	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v
23	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w
24	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x
25	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y

Successivamente si costruiscono tabelle come le seguenti, in cui ogni parola cifrata è decifrata con una chiave successiva diversa finché *diventa leggibile* ed ha le proprietà richieste: si può interrompere la decifratura con una chiave (e passare alla successiva) quando quello che si è decifrato fino a quel momento non è leggibile in italiano.

chiave di decifratura	testo dato [i,l,y,u,p,u,p]
	testo decifrato
...	...
6	[c,f,...]
7	[b,e,r,n,i,n,i]

chiave di decifratura	testo dato [q,d,g,g,d,b,x,c,x]
	testo decifrato
...	...
14	[c,p,...]
15	[b,o,r,r,o,m,i,c,n,i]

chiave di decifratura	testo dato [l,h,b,g,d,k,z,m,f,d,k,n]
	testo decifrato
...	...
24	[n,j,...]
25	[m,i,c,h,e,l,a,n,g,e,l,o]

chiave di decifratura	testo dato [n,w,b,b,w,a,h,h,k]
	testo decifrato
...	
21	[s,b,g,...]
22	[r,a,f,f,a,e,l,l,o]

**ESERCIZIO 3**

Si faccia riferimento Guida OPS 2017, problema ricorrente GRAFI (esempio Problema 1).

**PROBLEMA**

Un grafo, che si può immaginare come rete di strade (archi) che collegano delle città (nodi), può essere descritto da termini che hanno la struttura:

$$\text{arco}(\langle \text{nome di nodo} \rangle, \langle \text{nome di nodo} \rangle, \langle \text{distanza} \rangle).$$

È dato il seguente grafo:

arco(n1,n2,4)	arco(n3,n2,6)	arco(n4,n3,3)	arco(n3,n5,2)
arco(n5,n4,3)	arco(n6,n2,3)	arco(n6,n5,5)	arco(n6,n4,1)
arco(n2,n4,5)	arco(n1,n3,10)	arco(n6,n3,8)	

Disegnato il grafo, trovare:

1. la lista L1 del percorso semplice *più breve* tra n1 e n5 e calcolarne la lunghezza K1;
2. la lista L2 del percorso semplice *più lungo* tra n1 e n5 e calcolarne la lunghezza K2;
3. la lista L3 del percorso semplice *più breve* tra n1 e n5 *che attraversi tutti i nodi* e calcolarne la lunghezza K3.

Scrivere la soluzione nella seguente tabella.

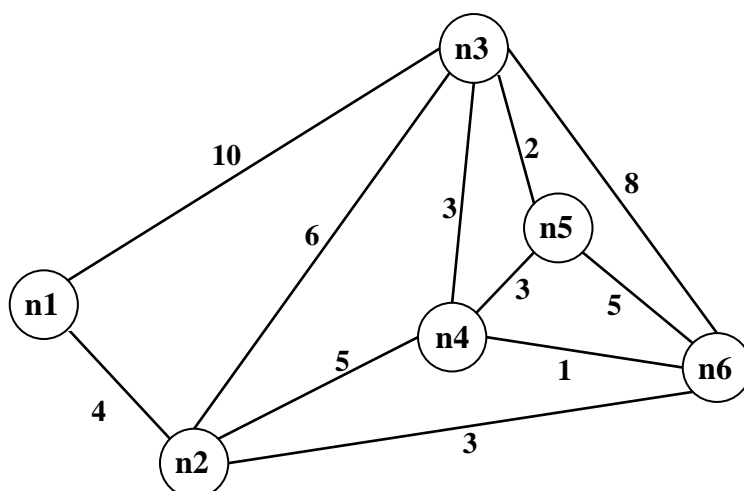
L1	[ ]
K1	
L2	[ ]
K2	
L3	[ ]
K3	

**SOLUZIONE**

L1	[n1,n2,n6,n4,n5]
K1	11
L2	[n1,n3,n6,n2,n4,n5]
K2	29
L3	[n1,n2,n6,n4,n3,n5]
K3	13

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che sono menzionati 6 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6); si procede per tentativi; si disegnano i 6 punti nel piano e li si collega con archi costituiti da segmenti: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono (necessariamente) proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono, segmenti di retta). Per rispondere alle domande occorre elencare sistematicamente *tutti* i percorsi, che non passino più volte per uno stesso punto, tra n1 e n5:

PERCORSO da n1 a n5	LUNGHEZZA
[n1,n2,n3,n4,n5]	4+6+3+3=16
[n1,n2,n3,n4,n6,n5]	4+6+3+1+5=19
[n1,n2,n3,n5]	4+6+2=12
[n1,n2,n3,n6,n5]	4+6+8+5=23
[n1,n2,n3,n6,n4,n5]	4+6+8+1+3=22
[n1,n2,n4,n3,n6,n5]	4+5+3+8+5=25
[n1,n2,n4,n6,n3,n5]	4+5+1+8+2=20
[n1,n2,n4,n3,n5]	4+5+3+2=14
[n1,n2,n4,n5]	4+5+3=12
[n1,n2,n4,n6,n5]	4+5+1+5=15
[n1,n2,n6,n3,n4,n5]	4+3+8+3+3=21
[n1,n2,n6,n3,n5]	4+3+8+2=17
[n1,n2,n6,n4,n3,n5]	4+3+1+3+2=13
[n1,n2,n6,n4,n5]	4+3+1+3=11
[n1,n2,n6,n5]	4+3+5=12
[n1,n3,n2,n4,n5]	10+6+5+3=24
[n1,n3,n2,n4,n6,n5]	10+6+5+1+5=27
[n1,n3,n2,n6,n4,n5]	10+6+3+1+3=23
[n1,n3,n2,n6,n5]	10+6+3+5=24
[n1,n3,n4,n2,n6,n5]	10+3+5+3+5=26
[n1,n3,n4,n5]	10+3+3=16
[n1,n3,n4,n6,n5]	10+3+1+5=19
[n1,n3,n5]	10+2=12
[n1,n3,n6,n2,n4,n5]	10+8+3+5+3=29
[n1,n3,n6,n4,n5]	10+8+1+3=22
[n1,n3,n6,n5]	10+8+5=23

L1, K1, L2, K2, L3, K3 seguono immediatamente.

**ESERCIZIO 4**

Si faccia riferimento Guida OPS 2017, problema ricorrente SOTTOSEQUENZE.

**PROBLEMA**

Considerare la sequenza descritta dalla seguente lista:

[41,72,100,67,125,57,83,78,108,101,74,42]

Trovare:

1. il numero K1 di sottosequenze strettamente decrescenti che hanno lunghezza massima;
2. la lista L1 dei numeri che formano la sottosequenza strettamente decrescente di lunghezza massima, tale che la somma dei suoi elementi è la maggiore tra quelle di tutte le sottosequenze strettamente decrescenti di lunghezza massima;
3. il numero K2 di sottosequenze strettamente decrescenti che hanno lunghezza massima e elemento iniziale più piccolo di 100;
4. la lista L2 che elenca i numeri che formano la sottosequenza strettamente decrescente di lunghezza massima con elemento iniziale più piccolo di 100, tale che la somma dei suoi elementi è la minore tra quelle di tutte le sottosequenze strettamente decrescenti di lunghezza massima con elemento iniziale più piccolo di 100.

Scrivere la soluzione nella seguente tabella.

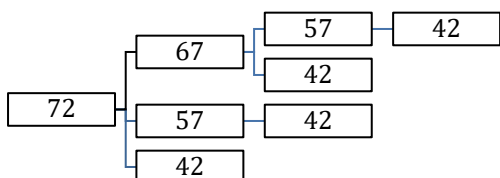
K1	
L1	[ ]
K2	
L2	[ ]

**SOLUZIONE**

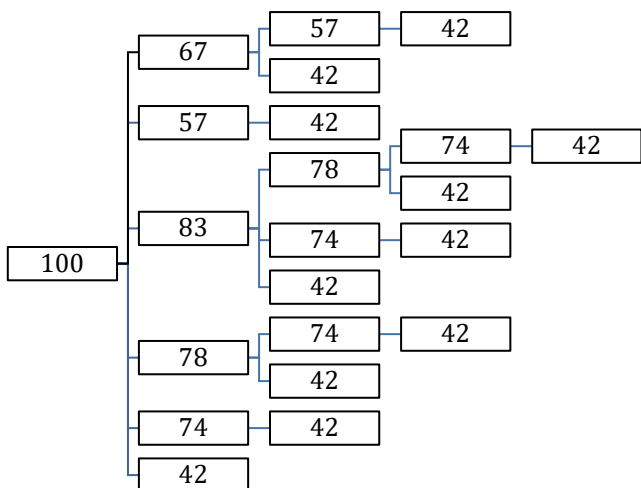
K1	3
L1	[125,108,101,74,42]
K2	2
L2	[72,67,57,42]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

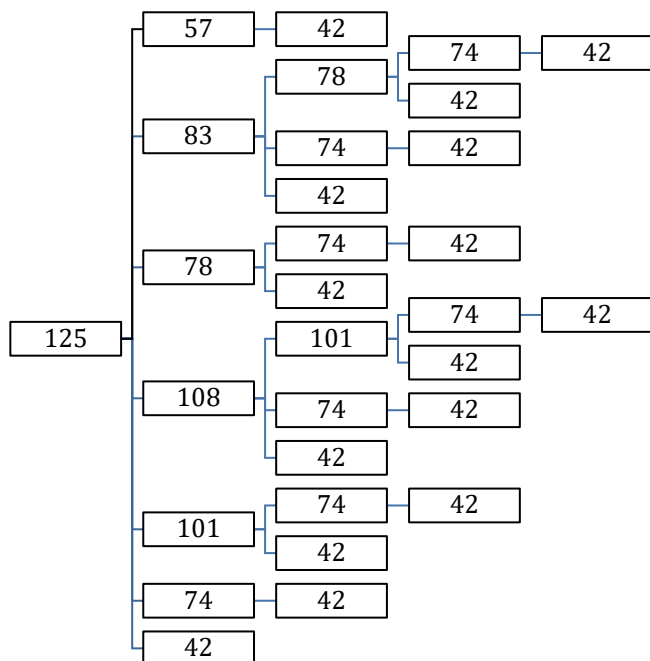
Occorre effettuare una ricerca esaustiva delle sottosequenze più lunghe. Il primo elemento, 41, è anche il minimo della sequenza e quindi non dà luogo a sottosequenze di lunghezza maggiore di 1. Le sottosequenze che iniziano con 72 sono illustrate dallo schema seguente.



Le sottosequenze che iniziano da 100 formano lo schema seguente.



Poiché 67 compare in sottosequenze che partono da 100, nessuna sottosequenza che parte da esso può essere più lunga della più lunga sequenza che parte da 100. Le sottosequenze che iniziano da 125 formano lo schema seguente.



Poiché 125 è il numero più grande della sequenza tutti i numeri che lo seguono (cioè 57, 83, 78, 108, 101, 74, 42) compaiono in sottosequenze che partono da 125 (e quindi nessuna sottosequenza che parte da uno di essi può essere più lunga della più lunga sequenza che parte da 125).

Quindi ci sono tre sottosequenze di lunghezza massima:

$$[100,83,78,74,42] \quad [125,83,78,74,42] \quad [125,108,101,74,42],$$

dunque  $K_1 = 3$ . Tra le 3 sottosequenze individuate, quella che ha la somma degli elementi più grande è  $[125,108,101,74,42]$ .

Tra le sottosequenze che hanno come primo elemento un numero minore di 100, ve ne sono 2 di lunghezza pari a 4, ovvero  $[72,67,57,42]$  (presente nel primo schema) e  $[83,78,74,42]$  (presente nel secondo e nel terzo schema). La prima è quella che ha la somma degli elementi minore.



**ESERCIZIO 5**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

**PROBLEMA**

 Si consideri la seguente procedura PROVA1 che è formalmente scorretta perché i simboli **X** e **Y** non sono definiti.

```

procedure PROVA1;
variables A, B, C, M, N integer;
input A, B, C;
M ← 2×X + 3×Z + 4×Y;
N ← 2×Z + 3×Y + 4×X;
output M, N;
endprocedure;
  
```

 I valori di input per A, B e C sono rispettivamente 5, 7 e 11. Trovare, tra le variabili A, B, C dichiarate nella procedura, i nomi da sostituire, *senza ripetizione*, a **X**, **Y** e **Z** per ottenere in output il valore 67 per la variabile M e 65 per la variabile N.

 N.B. Sono da escludere i casi in cui una variabile (A, B o C) è sostituita a più di un simbolo (**X**, **Y** o **Z**)

<b>X</b>	
<b>Y</b>	
<b>Z</b>	

**SOLUZIONE**

<b>X</b>	B
<b>Y</b>	A
<b>Z</b>	C

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

È sufficiente costruire una tabella, come la seguente, che esamina le 6 possibilità.

<b>X</b> diventa A vale 5 <b>Y</b> diventa B vale 7 <b>Z</b> diventa C vale 11	<b>X</b> diventa A vale 5 <b>Y</b> diventa C vale 11 <b>Z</b> diventa B vale 7	<b>X</b> diventa B vale 7 <b>Y</b> diventa A vale 5 <b>Z</b> diventa C vale 11
M ← 2×5 + 3×11 + 4×7; 71 N ← 2×11 + 3×7 + 4×5; 63	M ← 2×5 + 3×7 + 4×11; 75 N ← 2×7 + 3×11 + 4×5; 67	M ← 2×7 + 3×11 + 4×5; 67 N ← 2×11 + 3×5 + 4×7; 65

<b>X</b> diventa B vale 7 <b>Y</b> diventa C vale 11 <b>Z</b> diventa A vale 5	<b>X</b> diventa C vale 11 <b>Y</b> diventa A vale 5 <b>Z</b> diventa B vale 7	<b>X</b> diventa C vale 11 <b>Y</b> diventa B vale 7 <b>Z</b> diventa A vale 5
M ← 2×7 + 3×5 + 4×11; 73 N ← 2×5 + 3×11 + 4×7; 71	M ← 2×11 + 3×7 + 4×5; 63 N ← 2×7 + 3×5 + 4×11; 73	M ← 2×11 + 3×5 + 4×7; 65 N ← 2×5 + 3×7 + 4×11; 75

**ESERCIZIO 6**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

**PROBLEMA**

 Si consideri la seguente procedura PROVA2 che è formalmente scorretta perché i simboli **X** e **Y** non sono definiti.

```

procedura PROVA2;
variables A, B, C, J integer;
A ← 0;
B ← 3;
C ← 5;
for J from 1 to 3 step 1 do;
    A ← A + X × (Y + J);
endfor;
output A;
endprocedura;
  
```

 Trovare, tra tutte le variabili dichiarate nella procedura, i nomi da sostituire a **X** e **Y** per ottenere in output il valore 75 per la variabile A.

<b>X</b>	
<b>Y</b>	

**SOLUZIONE**

<b>X</b>	C
<b>Y</b>	B

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

 Il ciclo “for” viene ripetuto 3 volte; esso equivale ai tre seguenti *statement*:

 $A \leftarrow A + X \times (Y + 1)$ ; valore di J eguale a 1

 $A \leftarrow A + X \times (Y + 2)$ ; valore di J eguale a 2

 $A \leftarrow A + X \times (Y + 3)$ ; valore di J eguale a 3

 Si può escludere subito la sostituzione “A” per **X**, perché il valore finale di A sarebbe 0, come quello iniziale.

 Occorre provare ciascuna delle 12 combinazioni (in cui **X** diventa B, C, J e **Y** diventa A, B, C, J); a fianco di ogni *statement* c’è il valore assunto dalla variabile a destra del segno  $\leftarrow$ ). Il valore iniziale di A è 0.

<b>X</b> diventa B vale 3 <b>Y</b> diventa A vale 0 all’inizio	<b>X</b> diventa B vale 3 <b>Y</b> diventa B vale 3	<b>X</b> diventa B vale 3 <b>Y</b> diventa C vale 5
$A \leftarrow 0 + 3 \times (0 + 1)$ ; 3	$A \leftarrow 0 + 3 \times (3 + 1)$ ; 12	$A \leftarrow 0 + 3 \times (5 + 1)$ ; 18
$A \leftarrow A + 3 \times (A + 2)$ ; 18	$A \leftarrow A + 3 \times (3 + 2)$ ; 27	$A \leftarrow A + 3 \times (5 + 2)$ ; 39
$A \leftarrow A + 3 \times (A + 3)$ ; 81	$A \leftarrow A + 3 \times (3 + 3)$ ; 45	$A \leftarrow A + 3 \times (5 + 3)$ ; 63

<b>X</b> diventa B vale 3 <b>Y</b> diventa J vale 1, 2, 3	<b>X</b> diventa C vale 5 <b>Y</b> diventa A vale 0 all’inizio	<b>X</b> diventa C vale 5 <b>Y</b> diventa B vale 3
$A \leftarrow 0 + 3 \times (1 + 1)$ ; 6	$A \leftarrow 0 + 5 \times (0 + 1)$ ; 5	$A \leftarrow 0 + 5 \times (3 + 1)$ ; 20
$A \leftarrow A + 3 \times (2 + 2)$ ; 18	$A \leftarrow A + 5 \times (A + 2)$ ; 40	$A \leftarrow A + 5 \times (3 + 2)$ ; 45

$A \leftarrow A + 3 \times (3 + 3);$	36	$A \leftarrow A + 5 \times (A + 3);$	255	$A \leftarrow A + 5 \times (3 + 3);$	75
--------------------------------------	----	--------------------------------------	-----	--------------------------------------	----

<b>X</b> diventa C vale 5 <b>Y</b> diventa C vale 5	<b>X</b> diventa C vale 5 <b>Y</b> diventa J vale 1, 2, 3	<b>X</b> diventa J vale 1, 2, 3 <b>Y</b> diventa A vale 0 all'inizio			
$A \leftarrow 0 + 5 \times (5 + 1);$	30	$A \leftarrow 0 + 5 \times (1 + 1);$	10	$A \leftarrow 0 + 1 \times (0 + 1);$	1
$A \leftarrow A + 5 \times (5 + 2);$	65	$A \leftarrow A + 5 \times (2 + 2);$	30	$A \leftarrow A + 2 \times (A + 2);$	7
$A \leftarrow A + 5 \times (5 + 3);$	105	$A \leftarrow A + 5 \times (3 + 3);$	60	$A \leftarrow A + 3 \times (A + 3);$	37

<b>X</b> diventa J vale 1, 2, 3 <b>Y</b> diventa B vale 3	<b>X</b> diventa J vale 1, 2, 3 <b>Y</b> diventa C vale 5	<b>X</b> diventa J vale 1, 2, 3 <b>Y</b> diventa J vale 1, 2, 3			
$A \leftarrow 0 + 1 \times (3 + 1);$	4	$A \leftarrow 0 + 1 \times (5 + 1);$	6	$A \leftarrow 0 + 1 \times (1 + 1);$	2
$A \leftarrow A + 2 \times (3 + 2);$	14	$A \leftarrow A + 2 \times (5 + 2);$	20	$A \leftarrow A + 2 \times (2 + 2);$	10
$A \leftarrow A + 3 \times (3 + 3);$	32	$A \leftarrow A + 3 \times (5 + 3);$	44	$A \leftarrow A + 3 \times (3 + 3);$	28

## ESERCIZIO 7

### PROBLEM

In a class, the last lesson before Christmas, the teacher assigned 20 problems as homework. The first lesson after the holidays, he found out that each student solved exactly 2 problems, and that each problem was solved exactly by 2 students. How many students are in the class?  
Put your answer in the box below.

### SOLUTION

20

### TIPS FOR THE SOLUTION

We can use (or imagine) a drawing to answer the question. Twenty red dots in a row represent the twenty problems; underneath them several blue dots represent the students. A line segment connects a red dot to a blue dot if the student represented by the blue dot solved the problem represented by the red dot. Two line segments leave each red dot, because each problem was solved by two students. This means that there are 40 segments. Let's say that there are  $x$  students (blue dots): two segments also leave each blue dot, because each student solved 2 problems. Therefore there are  $2x$  segments; since  $2x = 40$ , we have  $x = 20$ .

## ESERCIZIO 8

### PROBLEM

A chunk of consecutively numbered pages has fallen out of a folder. The first page of the chunk has number 241, and the last page has the same digits but in different order. How many *sheets of paper* were dropped? Assume that each sheet is two pages with consecutive numbers.  
Put your answer in the box below.

### SOLUTION

86

### TIPS FOR THE SOLUTION

The last page of the section has an even page number, so it must end in either 2 or 4. In addition, the number of the last pages is greater than 241, so it starts with 4. The only possible option for the last page is 412. This means that there are  $412 - 240 = 172$  pages in the section and  $172/2 = 86$  sheets of paper were dropped.