ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b)**; utilizzando queste regole, conoscendo [**a**,**b**], è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) applicando la regola 19 per dedurre **w.** La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo [**a,b**] e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da [**a**,**b**]. Il numero di elementi della lista (cioè di regole da applicare) si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA

Utilizzando le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b)	regola(2,[m,p],e)	regola(3,[m],f)
regola(4,[m,f],g)	regola(5,[f,g],c)	regola(6,[g,q],a)
regola(7,[u,n],h)	regola(8,[c,a],n)	regola(9,[b,c],u)

1. trovare la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **c** a partire da **m**;
2. trovare la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **b** a partire da **m, p**,
3. trovare la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **h** a partire da **a, b, m**;

N.B. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. Ad ogni passo del procedimento, se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

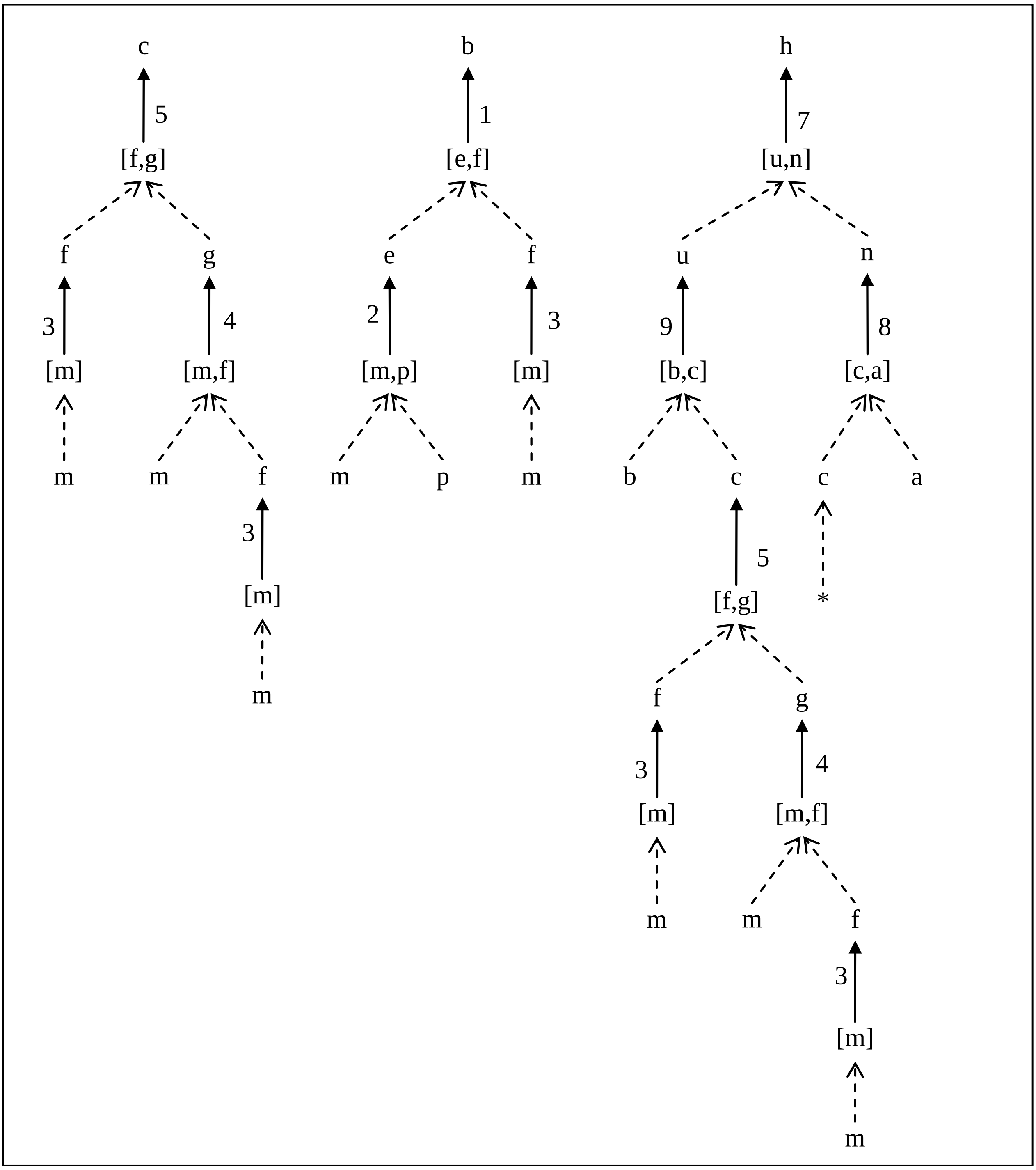
L1	[3,4,5]
L2	[2,3,1]
L3	[3,4,5,8,9,7]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).
Per la prima domanda si verifica immediatamente che **c** compare come conseguente solo nella regola 5: questa ha come antecedenti **f** e **g**, entrambi incogniti; **f** è immediatamente deducibile da **m** con la regola 3; **g**, una volta noto **f,** è deducibile da questo e da **m** con la regola 4. Il processo completo è mostrato dall'albero di sinistra della figura che segue; la lista L1 è [3,4,5].

Per la seconda domanda si verifica immediatamente che **b** compare come conseguente solo nella regola 1: questa ha come antecedenti **e** ed **f**, entrambi incogniti; **f** è immediatamente deducibile da **m** con la regola 3 ed **e** è immediatamente deducibile da **m** e **p** con la regola 2. Il processo completo è mostrato dall'albero centrale della figura che segue; la lista L2 è [2,3,1]: nel costruire tale lista occorre fare attenzione ad elencare le regole con i criteri esplicitati nel N.B. alla fine del problema.

Per la terza domanda si verifica immediatamente che **h** compare come conseguente solo nella regola 7: questa ha come antecedenti **u** e **n**, entrambi incogniti. Questi possono essere dedotti, rispettivamente, con le regole 9 e 8, che complessivamente hanno come antecedenti **a**, **b** e **c**; i primi due sono dati, mentre per dedurre **c** occorre usare la regola 5, quindi, visto che **m** è dato, si procede come nella risposta alla prima domanda. Il processo completo è mostrato dall'albero di destra della figura che segue; la lista L3 è [3,4,5,8,9,7]: nel costruire tale lista occorre fare attenzione ad elencare le regole con i criteri esplicitati nel N.B. alla fine del problema.

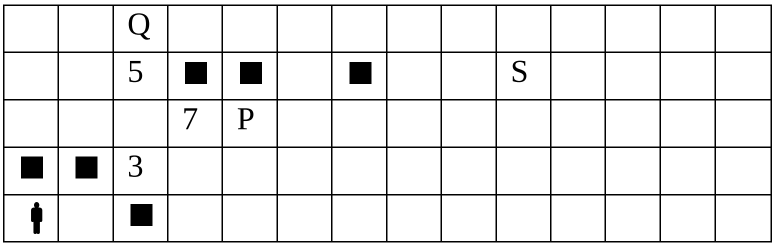
N.B. L'albero di destra in figura è stato costruito da *sinistra verso destra*, così le prima occorrenza (da sinistra) di **c** è stata "dedotta", mentre l'altra è indicata come nota (da un *). Costruendolo da destra si sarebbe ottenuto un albero "diverso", ma la lista L3 sarebbe stata la stessa.


c
5
[f,g]
f
g
3
4
[m]
[m,f]
m
m
f
3
[m]
m
b
1
[e,f]
e
f
2
3
[m,p]
[m]
m
p
m
h
7
[u,n]
u
n
9
8
[b,c]
[c,a]
b
c
c
a
5
[f,g]
*
f
g
3
4
[m]
[m,f]
m
m
f
3
[m]
m

ESERCIZIO 2

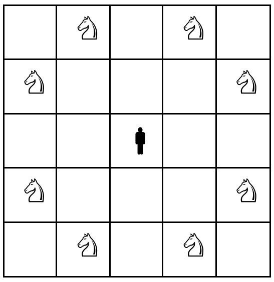
PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).



Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).



Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,3] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi riportati nella prima figura sono descritti dalla seguente lista [[3,2,3],[4,3,7],[3,4,5]].

Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla lista:

[[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]]

e ha un totale di premi accumulati pari a 10.

PROBLEMA

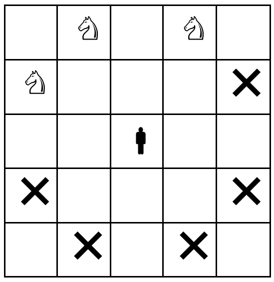
In un campo di gara di dimensioni 6×6, il robot deve eseguire percorsi (senza passare più di una volta su una stessa casella) per raccogliere premi posti in alcune caselle del campo di gara. Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[3,6],[4,3],[5,1],[6,4]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[3,5,10],[5,4,11],[2,5,12],[2,3,13],[2,6,14],[5,3,15].

Al robot sono inoltre *vietati* i movimenti corrispondenti alle direzioni della rosa dei venti indicate nella seguente lista [ese,sse,sso,oso,ene], cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate (col simbolo ♘) nella seguente figura.



Partendo dalla casella [6,1], il robot deve raggiungere la casella [1,6]; trovare:

- il percorso L1 corrispondente al minimo di premi raccoglibili,
- il percorso L2 corrispondente al massimo.

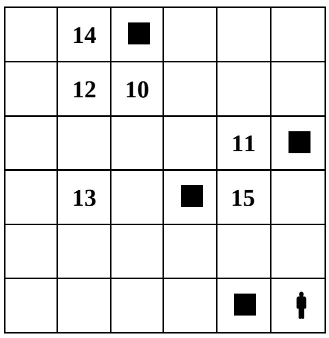
L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[[6,1],[4,2],[5,4],[3,5],[1,6]]
L2	[[6,1],[4,2],[2,3],[3,5],[1,6]]

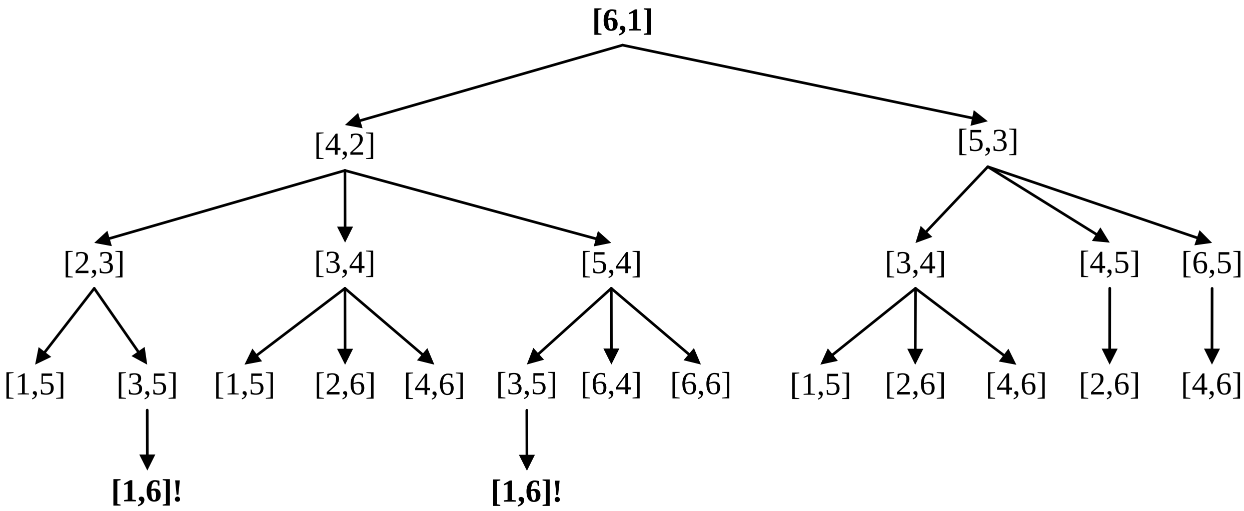
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nella figura.



Il robot parte dalla casella [6,1]; con la prima mossa può andare solamente in [4,2] o in [5,3]; è facile vedere che se va in [5,3] non potrà mai andare in [1,6], visti i limiti al movimento imposti dal problema. Da [4,2] può andare in [2,3], [3,4], [5,4]: solo dalla prima e dall'ultima di queste può raggiungere la meta. Poiché esistono solo due percorsi per il robot (compatibili con i vincoli sul movimento e le caselle interdette) è facile rispondere alle due domande.

Esiste una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo: costruire l'*albero delle possibili mosse*. Come mostrato nella seguente figura, si inizia con la *radice* che è la casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Per esempio da [6,1] si può andare in [4,2] o in [5,3]; da [4,2] si può andare in [2,3], [3,4] [5,4], e così via. Ci si arresta quando si è arrivati alla *meta* (caratterizzata da ! in figura) o in una casella da cui non ci si può muovere.



Un percorso è una successione di nodi dalla radice alle foglie meta. I premi accumulati sono 23 e 21 rispettivamente per il percorso più a sinistra e quello più a destra nell'albero come disegnato in figura.

N.B. L'albero delle possibili mosse è "facile" da costruire in problemi, come quello in esame, in cui il robot non può percorrere dei cicli (a causa delle mosse vietate); altrimenti occorre aggiungere opportuni vincoli (come, ad esempio, quello che ogni nodo aggiunto sia diverso da tutti gli antenati), per evitare rami di lunghezza infinita.

ESERCIZIO 3

PREMESSA
Leggere il testo seguente con attenzione.

Lindiger non era davvero un uomo fortunato. I suoi guai erano cominciati fin dal giorno del battesimo, quando poco mancò che un toro infuriato prendesse a cornate la donna che lo portava in chiesa. Il primo giorno che gli misero i pantaloni lunghi, perché almeno da lontano sembrasse un uomo, rimase attaccato col fondo dei pantaloni a un chiodo di una panchina sul lungofiume. […]
Più tardi, quando ebbe l'età in cui ogni uomo deve innamorarsi, tutte le tenere fanciulle che sceglieva finivano col prenderlo in giro. Amò dodici donne: dieci sposarono un altro, dopo avergli giurato eterno amore. Delle altre due: una fuggì con un giovane, la seconda che era divorziata, senza che lo sapesse, ritornò con il marito.
Tutto quello che cominciava finiva sempre male. Iniziò la carriera d'impiegato statale. Un giorno, uscendo dall'ufficio, si trovò in mezzo a un tafferuglio e, ancor prima di potersene rendere conto, fu arrestato. Al commissariato gli trovarono una pietra in tasca e, con suo grande stupore, fu accusato di aver scagliato delle pietre conto la polizia a cavallo.
Non c'è da stupirsi se, dopo tanti dolori e tante disgrazie, si era impressa sul viso di Lindiger un'espressione di assoluta tristezza. Un giorno venne a sapere che, in seguito alla morte del proprietario, una ditta specializzata nel commercio all'ingrosso di bare vendeva la sua merce a basso prezzo. Lindiger non ci stette a pensar su. Si rendeva conto che la sua sfortuna e tutte le sue disgrazie lo spingevano verso questo lugubre mestiere.

Jaroslav Hasek, "*Un uomo sfortunato*", tratto da "*Umoristi del Novecento*", a cura di G.B. Vicari, Garzanti, Milano, 1962, rid. e adatt.

PROBLEMA
Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Quando il "povero" Lindiger era neonato (nel periodo del suo battesimo):
   A. Venne sbalzato da un toro;
   B. Rischiò di essere calpestato da un toro;
   C. Venne sfiorato da un evento che avrebbe potuto essere molto pericoloso;
   D. Non poté essere battezzato.

2. Il brano elenca, soprattutto:
   A. Una serie di disavventure capitate a Lindiger;
   B. Una serie di opportunità non raccolte da Lindiger;
   C. Situazioni negative causate proprio da Lindiger;
   D. Situazioni in cui Lindiger prende decisioni spesso bizzarre.

3. Il fatto che si dica che Lindiger aveva amato dodici donne serve, soprattutto
   A. A spiegarci quanto sia stato sfortunato;
   B. A raccontarci molti dettagli della sua vita "sentimentale";
   C. A raccontarci quanto lui ci tenesse ad innamorarsi veramente;
   D. A rendere la storia di Lindiger ancora più assurda nella sua negatività.

4. Ad un certo punto della sua vita, Lindiger
   A. Iniziò a lavorare in una banca;
   B. Trovò un impiego pubblico;

C. Si trovò coinvolto in una animata discussione;
D. Provocò un tafferuglio.

5. Il narratore di questo racconto è:
   A. Interno;
   B. Onnisciente;
   C. Esterno ed impersonale;
   D. Lo stesso protagonista.

6. Dopo le tante “sfortunate” vicende che accadono a Lindiger, egli:
   A. Sembra mostrare il suo lato più infelice;
   B. Sembra essere diventato ribelle;
   C. Sembra diventare sempre più cinico;
   D. Sembra diventare via via più scettico.

7. Lindiger pensa che comperare bare all’ingrosso:
   A. Possa essere un ottimo affare;
   B. Sia l’ultima sua possibilità per riscattarsi socialmente;
   C. Sia il naturale sbocco di una vita sempre più consacrata alla negatività e la bara non è che uno degli “oggetti” più macabri e “negativi” a cui si può pensare;
   D. Sia il naturale sbocco di una vita così negativa: comperare bare è, per Lindiger, un po’ prepararsi al suo ultimo evento “sfortunato”: la morte.

8. L’autore dice “Non c’è da stupirsi...” che significa
   A. Era naturale che....;
   B. É davvero incredibile che....;
   C. É sorprendente che.....;
   D. Nessuno si sarebbe aspettato che... .

9. Il racconto è
   A. Realistico;
   B. Drammatico;
   C. Fantastico;
   D. Umoristico.

10. Se, oltre all’aggettivo “sfortunato” dovessimo trovarne un altro per descrivere la personalità di Lindiger, il più appropriato sarebbe
   A. Sprovveduto;
   B. Tenero;
   C. Scaltro;
   D. Sognatore.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	C
2	A
3	D
4	B
5	B
6	A
7	C
8	A
9	D
10	A

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Il giorno del battesimo di Lindiger, la donna che lo accompagnava in chiesa (non lui) rischiò di essere incornata da un toro: se ciò fosse accaduto, in qualche modo, sarebbe stato un evento molto pericoloso che avrebbe coinvolto il bambino.
2. Nel comportamento di Lindiger non c'è consapevolezza perché sembra che tutto gli capiti "per caso"; non è lui che causa le situazioni negative, né ha opportunità che non coglie. L'unica decisione bizzarra che prende è quella finale di comperare bare all'ingrosso, ma è solo una e non giustifica il "soprattutto" dell'item. Ciò che gli capita sono eventi dalle sfumature sempre molto negative e quindi, disavventure.
3. Tutto il racconto tende ad esagerare la negatività a cui è sottoposto Lindiger: in questo modo ne esce uno stile "amaro", ma umoristico. Il fatto di avere amato 12 donne (un discreto numero!) e non essersi sposato con nessuna, va oltre la sfortuna e delinea una negatività assurda e paradossale.
4. Lindiger "iniziò una carriera d'impiegato statale": egli ha dunque trovato un impiego pubblico. Non è lui che provoca il tafferuglio e quest'ultimo è ben diverso da una discussione.
5. Il narratore è in terza persona e in più occasioni commenta o interviene, dimostrando di sapere di più rispetto a noi lettori: " *Lindiger non era davvero un uomo fortunato*", " *Non c'è da stupirsi se...*" sono ovviamente commenti di un narratore onnisciente.
6. Nel testo si dice "*si era impressa sul viso un'espressione di assoluta tristezza*": Lindiger mostra dunque il suo lato più infelice. Tristezza non è sinonimo di ribellione, cinismo o scetticismo.
7. La conclusione del testo cita, "*Si rendeva conto che la sua sfortuna e tutte le sue disgrazie lo spingevano verso questo lugubre mestiere.*": si intuisce che la bara, essendo uno degli "oggetti" più lugubri e negativi, si sposava bene con l'attitudine "sfortunata" del protagonista. Inoltre non ci viene detto se questo sarà un buon affare, né se Lindiger salirà la scala sociale. In ultima analisi non si intuisce che la bara sia, per analogia, la preparazione alla morte, ma si coglie soltanto l'analogia: sfortuna = oggetto di disgrazia (bara).
8. "Non stupirsi" significa "non sorprendersi" e quindi ipotizzare qualcosa che avviene nella naturale consequenzialità dei fatti. Il testo è un lungo elenco di disavventure e quindi è "naturale" che il volto di Lindiger si dipinga di tristezza.

9. Lindiger vive una realtà, ma esageratamente strana e bizzarra nella sua negatività: quindi il racconto non è veramente "realistico". Il tono e lo stile del racconto non giustificano però neanche il fatto che sia fantastico perché le situazioni sono, comunque esagerate, ma effettive e concrete. Il protagonista è sfortunato, ma non da giustificare l'aggettivo "drammatico" che presuppone atti funesti, morti, omicidi ecc. L'umorismo è proprio quello stile (bene definito da Pirandello) che "scompone" la realtà, ti fa sorridere (avvertimento del contrario), ma poi ti fa riflettere (sentimento del contrario) sulle anomalie e sulle stranezze dell'esistenza, spesso in modo amaro e triste. È questo il caso del racconto di Jaroslav Hasek.
10. Il testo ci racconta, circa Lindiger che "*rimase attaccato col fondo dei pantaloni a un chiodo di una panchina sul lungofiume* ", "*tutte le tenere fanciulle che sceglieva finivano col prenderlo in giro.", "la seconda che era divorziata, senza che lo sapesse ", "si trovò in mezzo a un tafferuglio e, ancor prima di potersene rendere conto, fu arrestato. Al commissariato gli trovarono una pietra in tasca e, con suo grande stupore*": sono tutti indizi di una certa sprovvedutezza o ingenuità. Questa ingenuità non è l'equivalente dell'essere "sognatore" (termine che sottintende una certa "leggerezza" di comportamento, mentre qui è forte il senso della negatività) e in Lindiger (così come descritto) non si rintracciano né elementi di tenerezza, né di scaltrezza.

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti 6 minerali:

tab(m1,16,18) tab(m2,14,14) tab(m3,12,11)
tab(m4,19,19) tab(m5,18,11)

PROBLEMA

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 40 Kg, trovare la lista L delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo mezzo che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V. Nella lista, elencare le sigle in ordine lessicale crescente: per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<m3<m4<m5.

L	
V	

SOLUZIONE

L	[m1,m3,m5]
V	46

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre considerare tutte le combinazioni di 3 minerali tra quelli presenti nel deposito, tra queste scegliere quelle che possono essere trasportate dall'autocarro e tra quest'ultime determinare quella di maggior valore.

Combinazioni di 3 materiali	valore	peso	Trasportabili dall'autocarro		
[m1,m2,m3]	42	43			
[m1,m2,m4]	49	51			
[m1,m2,m5]	48	43			
[m1,m3,m4]	47	48			
[m1,m3,m5]	46	40	[m1,m3,m5]	46	40
[m1,m4,m5]	53	48			
[m2,m3,m4]	45	44			
[m2,m3,m5]	44	36	[m2,m3,m5]	44	36
[m2,m4,m5]	51	44			
[m3,m4,m5]	49	41			

In alternativa, si possono fare delle considerazioni valide solo per il particolare problema in esame (dette *euristiche*). Si vede immediatamente che i minerali m3 e m5 hanno il minor peso e che, per non superare la portata del motocarro, possono essere combinati solo con i più leggeri degli altri due: m1 o m2; la soluzione segue immediatamente.

ESERCIZIO 5

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	5	2
A2	4	2
A3	3	2
A4	3	2
A5	1	1
A6	6	2
A7	4	2
A8	1	1
A9	6	2
A10	5	2
A11	2	2
A12	6	1

Le attività non possono svolgersi alla rinfusa ma devono essere rispettate delle priorità: per esempio una attività utilizza il prodotto di un'altra, quindi deve svolgersi successivamente. Le *precedenze* fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le precedenze sono:

[A1,A2], [A2,A3], [A1,A4], [A2,A10], [A3,A9], [A4,A5], [A4,A7], [A5,A6], [A6,A12], [A4,A3], [A7,A8] , [A7,A9] , [A7,A6], [A9,A11], [A10,A11], [A11,A12], [A8,A12].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare quanti sono i giorni GM in cui lavora (contemporaneamente) il numero massimo di ragazzi.

N	
GM	

SOLUZIONE

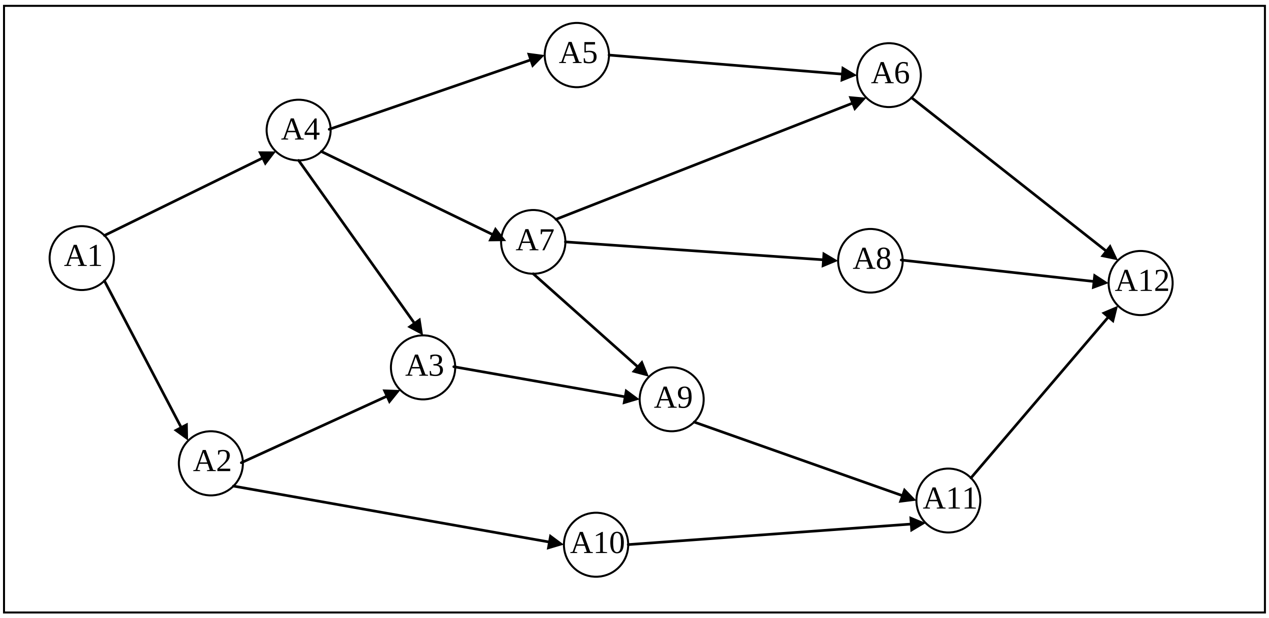
N	11
GM	2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.

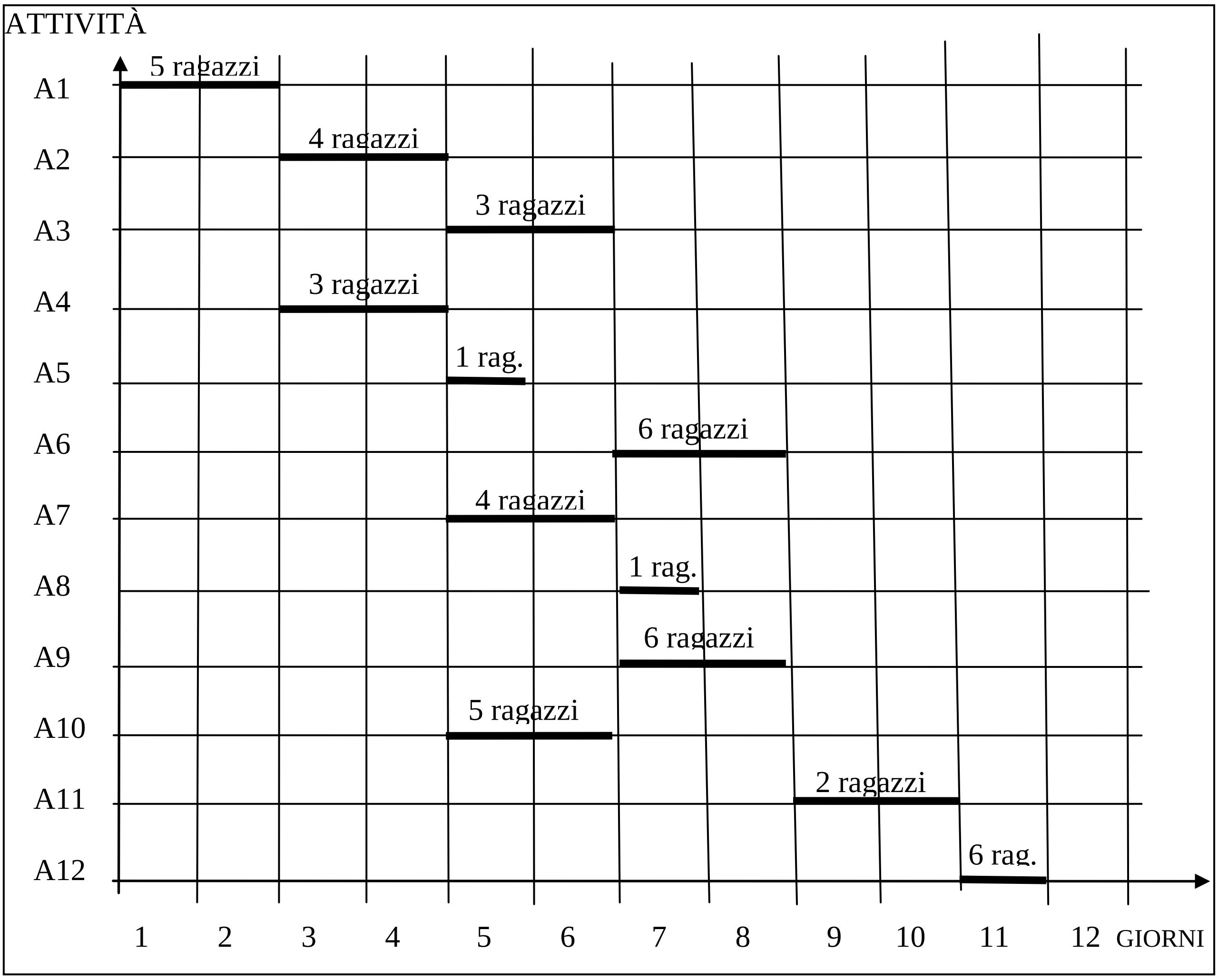
Per costruire tale grafo (mostrato nella figura seguente) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).

Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondete deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.
Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *finale* (in questo caso A12); il nodo corrispondete deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.



Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette (nell'ordine) i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi in modo da ottenere un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Successivamente dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).
In questo caso l'attività A1 inizia (*convenzionalmente*) il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). Inoltre, per esempio, l'attività A6 può iniziare solamente quando sono terminate sia l'attività A5 sia l'attività A7.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni e che il numero massimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 13 e questo succede 2 giorni (non consecutivi: 5 e 7).

ESERCIZIO 6

PROBLEMA
Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output di N, M e K.

```
procedure PROVA1;
variables A, B, C, D, N, M, K integer;
N ← 0;
M ← 0;
K ← 0;
input A, B, C, D;
A ← A+B+C+D;
B ← A+B+C+D;
C ← A+B+C+D;
D ← D+C+B+A;
if A<B  then N ← 1; endif;
if C>D  then M ← 2; endif;
if N>M  then K ← 3; endif;
output N, M, K;
endprocedure;
```

I valori in input sono 9 per A, 5 per B, 7 per C, 8 per D.

N	
M	
K	

SOLUZIONE

N	1
M	0
K	3

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
L'unica difficoltà sta nel capire che dopo il primo statement di assegnazione successivo all'input, il valore di A cambia, in quello seguente cambia il valore di B e così via; quindi prima del primo costrutto "if" i valori di A, B, C, D sono rispettivamente 29, 49, 93, 179. la soluzione segue immediatamente.

ESERCIZIO 7

PROBLEMA
Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA2, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output di M e N.

```
procedure PROVA2;
variables A, M, N, I, K integer;
input K;
M ← 0;
N ←  0;
for I from 1 to K step 1 do
        input A;
        if M<A  then M ← A; endif;
        if N>A  then N ← A; endif;
endfor;
output M, N;
endprocedure;
```

I valori in input per K è 5 e per A sono nell'ordine 14, 71, 30, 10, 30.

M	
N	

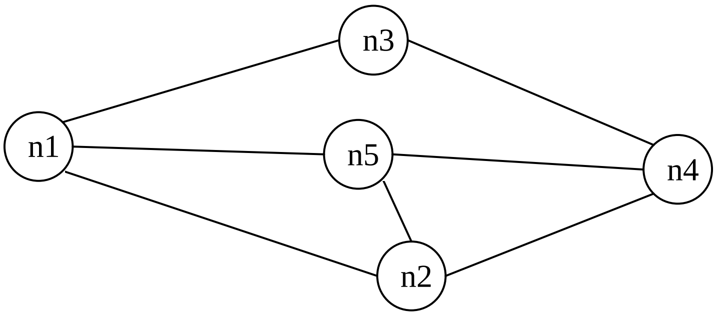
SOLUZIONE

M	71
N	0

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Il valore di input per K è 5: il ciclo "for" viene quindi eseguito 5 volte: la variabile A assume quindi via via i 5 valori in input; in M, alla fine del "for" rimane il più grande dei valori assunti da A (che sono tutti positivi!) e in N rimane 0 (di nuovo perché tutti i valori di A sono positivi).

ESERCIZIO 8

PREMESSA
Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6) arco(n1,n3,5) arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3) arco(n2,n4,3) arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza 2 + 3 + 4 = 9.
Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5]. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA
È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

arco(n1,n5,1) arco(n2,n1,6) arco(n2,n3,7) arco(n6,n4,2) arco(n5,n4,5)
arco(n1,n6,3) arco(n3,n4,6) arco(n7,n4,4) arco(n5,n7,4)

Disegnare il grafo e:
1. trovare la lista L1 del percorso semplice più breve tra n1 e n7 e calcolarne la lunghezza K1;
2. trovare la lista L2 del percorso semplice più lungo tra n1 e n7 e calcolarne la lunghezza K2.

L1	
K1	
L2	
K2	

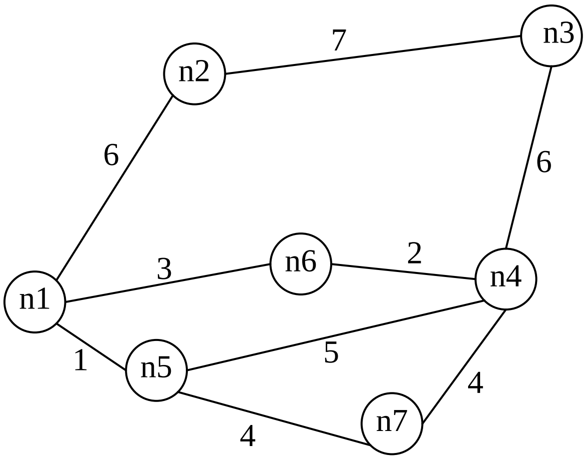
SOLUZIONE

L1	[n1,n5,n7]
K1	5
L2	[n1,n2,n3,n4,n5,n7]
K2	28

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Disegnato il grafo si i riportino le distanze sugli archi, come nella figura che segue.

N.B. Una delle maggiori difficoltà sta nel disegnare il grafo in modo che gli archi siano rettilinei e *non si intrecciano*; conviene procedere per tentativi successivi, fino a che il disegno sia soddisfa-cente.
Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono necessariamente proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono segmenti di retta).



Per risolvere il problema occorre elencare i cammini semplici tra n1 e n7 (con la loro lunghezza) in maniera *sistematica*, in modo da essere certi di averli presi in esame *tutti*; è immediato vedere che i percorsi possibili sono 6, cioè

PERCORSO n1 → n7	LUNGHEZZA
[n1, n2, n3, n4, n7]	23
[n1, n2, n3, n4, n5, n7]	28
[n1, n6, n4, n7]	9
[n1, n6, n4, n5, n7]	14
[n1, n5, n4, n7]	10
[n1, n5, n7]	5

La soluzione segue immediatamente.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA
Una caldaia di 50 litri perde 0,125 litri ogni 14 minuti; in quante ore e minuti sarà completamente vuota?

Ore	
Minuti	

SOLUZIONE

Ore	93
Minuti	20

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Perché la caldaia si svuoti di 0,125 litri devono passare "14 minuti"; affinché si svuoti completamente devono passare (50 / 0,125) volte "14 minuti", cioè

$$(50 / 0{,}125) \times 14 = 400 \times 14 = 5600 \text{ minuti.}$$

Quindi il tempo di svuotamento è 93 ore (il quoziente della divisione di 5600 e 60) e 20 minuti (il resto della divisione di 5600 e 60).

ESERCIZIO 10

PROBLEMA
Suppose today is Monday . What day of the week will it be 235 days from now?
Enter your answer in the box below. (Remember that the months and days of the week are always capitalised.)

SOLUZIONE

Friday

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
It'll be Friday: indeed 1 day from now it'll be Tuesday, 2 days Thursday, 3 days Wednesday, 4 days Friday, 5 days Saturday, 6 days Sunday, 7 days Monday, and then it starts all over again, so it doesn't matter the number of days from now, but the rest of the division of that number by 7; now 235 mod 7 = 4 (that means $235 = 33 \times 7 + 4$).