

ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b**); utilizzando queste regole, conoscendo **[a,b]**, è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) applicando la regola 19 per dedurre **w**. La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo **[a,b]** e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da **[a,b]**. Il numero di elementi della lista si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA

Utilizzando le seguenti regole:

regola(1,[g,f],d)	regola(2,[f,m],h)	regola(3,[f,h],e)	regola(4,[e,f,d],w)
regola(5,[m,f],g)	regola(6,[a,b,i],f)	regola(7,[d,e,j],z)	regola(8,[k,g],e)
regola(9,[a],k)	regola(10,[b],g)	regola(11,[a,f],j)	regola(12,[a,b],f)

1. trovare la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **w** a partire da **m, f**;
2. trovare la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **w** a partire da **a, b**.

N.B. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. Se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[2,3,5,1,4]
L2	[9,10,8,12,1,4]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

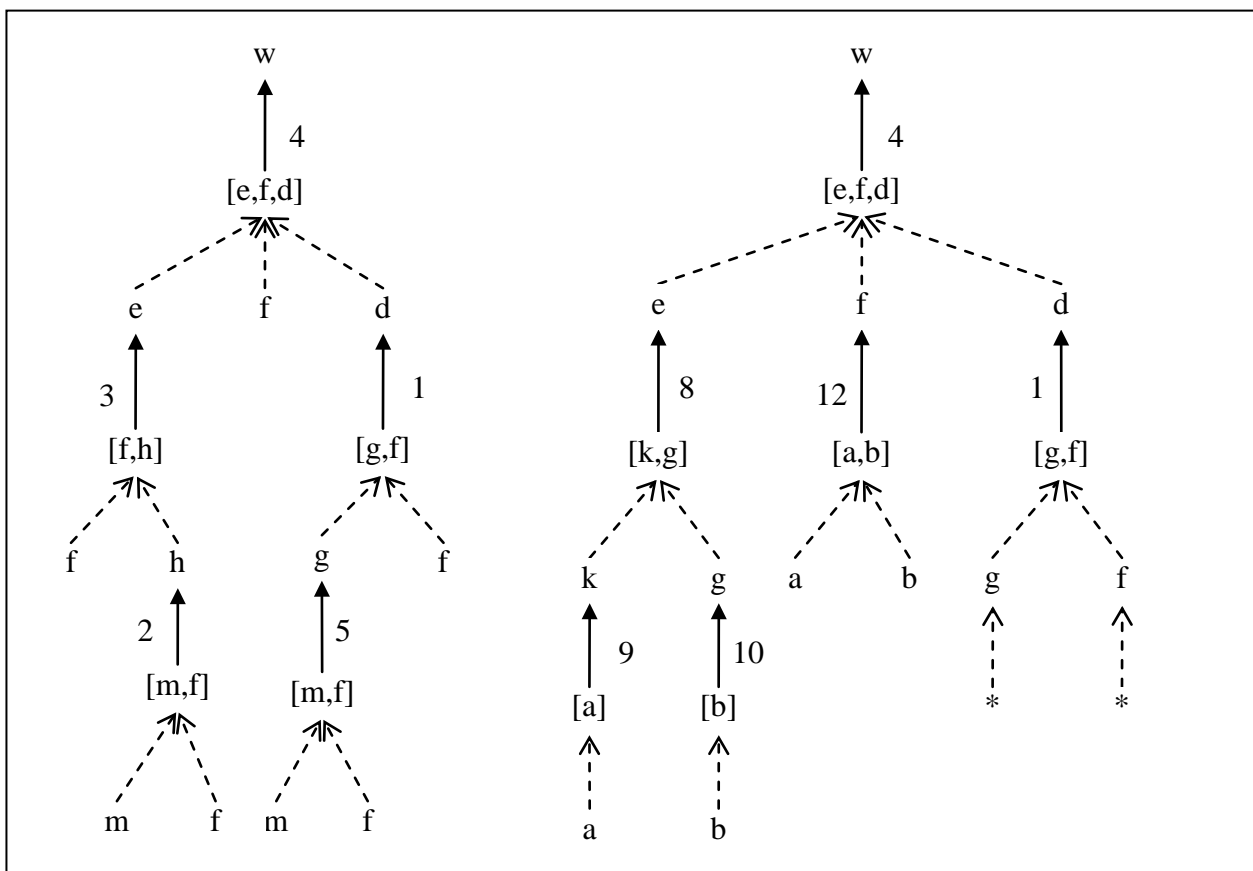
Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non so-

no tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Nel caso della prima domanda si verifica immediatamente che **w** compare come conseguente solo nella regola 4: questa ha come antecedenti **e**, **f** e **d**; **f** è noto e la deduzione di **d** non pone problemi perché è deducibile solo con la regola 1, che ha come antecedenti **g** ed **f** (noto). La deduzione di **e** e **g**, siccome ciascuno è deducibile con due regole, pone il problema della scelta della regola da impiegare: un attimo di riflessione, considerando i dati (**m** ed **f**), permette di concludere che le regole da applicare sono rispettivamente la 3 e la 5. Il processo completo è mostrato dall'albero di sinistra della figura che segue. Nel costruire la lista L1 occorre fare attenzione nell'elencare le regole con i criteri esplicitati nel N.B. alla fine del problema.

Anche nel caso della seconda domanda occorre iniziare dalla regola 4 e procedere in maniera analoga; tuttavia, poiché sono diversi i dati (**a** e **b**) nel dedurre **e** e **g** occorre usare regole diverse da quelle usate nel rispondere alla prima domanda. Si presenta inoltre un fenomeno nuovo: alcuni elementi incogniti (**g** ed **f**) occorrono più volte nel procedimento; naturalmente vengono dedotti una sola volta, e "successivamente" sono usati come noti. L'albero di destra della figura che segue mostra il processo completo. Al solito, nel costruire la lista L2 occorre elencare le regole in modo opportuno.

N.B. L'albero in figura è stato costruito da *sinistra verso destra*, così le prime occorrenze (da sinistra) di **g** ed **f** sono state "dedotte", mentre le altre sono indicate come note (da un *). Costruendolo da destra si sarebbe ottenuto un albero "diverso", ma la lista L2 sarebbe stata la stessa.



ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q												
		5	■	■		■			S					
			7	P										
		1												
♁														

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot ♁ sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♁ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

		♁			♁	
♁						♁
			♁			
♁						♁
		♁			♁	

Il campo di gara contiene caselle interdette al robot (segnate da un quadrato nero in figura) quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili.

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]]. Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista: [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]] e ha un totale di premi accumulati pari a 8.

PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 6×6, il robot si trova nella casella [1,1] e deve eseguire percorsi (senza passare più di una volta su una stessa casella) per raccogliere premi posti in alcune caselle del campo di gara. Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[3,4],[4,4],[5,4],[6,4]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[3,1,10],[1,2,11],[2,2,12],[2,3,13],[2,4,14],[5,3,15].

Al robot sono inoltre interdetti i movimenti corrispondenti alle direzioni della rosa dei venti indicate nella seguente lista [ese,sse,ssso,oso,ono], cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate nella seguente figura.

	↖		↗	
×				↖
		↑		
×				×
	×		×	

Partendo dalla casella [1,1], il robot deve raggiungere la casella [6,6]; trovare:

- il percorso L1 corrispondente al minimo di premi raccogliibili,
- il percorso L2 corrispondente al massimo.

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[[1,1],[3,2],[2,4],[4,5],[6,6]]
L2	[[1,1],[3,2],[5,3],[4,5],[6,6]]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nella figura.

	14	■	■	■	■
	13			15	
11	12				
↑		10			

Il robot parte dalla casella [1,1]; con la prima mossa può andare solamente in [2,3] o in [3,2]; è facile vedere che se va in [2,3] non potrà mai andare in [6,6], visti i limiti al movimento imposti dal problema. Da [3,2] può andare in [2,4] oppure in [5,3] (guadagnando rispettivamente 14 o 15 punti); da ciascuna di queste due caselle può raggiungere la meta [6,6] in due mosse, senza poter accumulare altri premi.

ESERCIZIO 3

PREMESSA

Leggere il testo seguente con attenzione.

Bisogna creare uno spazio abbastanza vasto nella stanza in cui si svolge il gioco e quindi sistemare le sedie, senza rispettare nella dislocazione un ordine ben preciso.

Tra una sedia e l'altra ci deve essere lo spazio sufficiente per muoversi agevolmente.

Sopra ogni sedia si deve appoggiare un fazzoletto.

Non rimane poi che bendare utilizzando la fascia scura, un ragazzo o una ragazza. Il concorrente ha due minuti a disposizione per tentare di raccogliere tutti i fazzoletti posti sulle sedie, facendo però bene attenzione che, ogni qualvolta mette le mani su una sedia da cui ha già in precedenza tolto il fazzoletto e che quindi risulta "vuota", deve appoggiarvi uno dei fazzoletti che ha in mano ed allontanarsi da essa.

Vince chi riesce a raccogliere il maggior numero di fazzoletti.

In genere chi scandisce il via e lo stop è il capogioco a cui spetta anche il compito di contare i fazzoletti che al termine dei due minuti rimangono in mano al concorrente. Gli altri concorrenti, durante lo svolgimento della prova, devono vegliare che il regolamento venga rispettato. Alla fine di ogni prova è utile che le sedie vengano spostate in modo da formare un nuovo percorso e non favorire i concorrenti seguenti.

Il gioco, nonostante la semplicità del regolamento, è abbastanza difficile e mette a dura prova il senso di orientamento dei partecipanti.

Tratto da "Giochi in casa e all'aperto", De Vecchi Editore, Milano (2000), rid. e adatt.

PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Il testo è:
 - A. Narrativo;
 - B. Regolativo;
 - C. Descrittivo;
 - D. Emotivo.

2. Il gioco dura:
 - A. Pochi minuti;
 - B. Pochi secondi;
 - C. Fino a quando tutti i fazzoletti sono stati raccolti, senza limiti di tempo;
 - D. Fino a quando tutti i fazzoletti sono stati raccolti, cronometrando il tempo.

3. Le sedie sono disposte:
 - A. Del tutto casualmente nello spazio a disposizione;
 - B. In ordine, a patto che alcune di esse lascino passare, tra di esse, il concorrente;
 - C. In modo che il concorrente trovi difficoltà nel muoversi tra di esse;
 - D. Senza un ordine preciso, ma con sufficiente spazio per permettere al concorrente, movimenti agevoli.

4. La fascia con cui si benda il concorrente è scura perché:
 - A. È una regola del gioco;
 - B. Il capogioco può così vedere se il concorrente muove gli occhi;

- C. È un modo per limitare ancora di più la possibilità che il concorrente possa vedere qualcosa;
 D. È quella più neutra ed impersonale.
5. Il gioco, soprattutto:
 A. Ha regole semplice;
 B. Si basa su abilità mnemoniche e visive (ci si deve ricordare delle sedie a cui sono stati tolti i fazzoletti);
 C. Si basa sulle buone regole di controllo;
 D. Agevola le ragazze.
6. Se il concorrente tocca una sedia da cui ha già in precedenza tolto il fazzoletto, deve allontanarsi da essa perché:
 A. Essendo accanto ad essa, conosce facilmente la sua posizione e potrebbe, con altrettanta facilità, riprendersi il fazzoletto;
 B. Il regolamento dice che devono passare almeno 10 secondi dopo aver riposizionato il fazzoletto e quindi, per non perdere tempo, visto che il gioco è breve, il concorrente si allontana da essa per trovarne subito un'altra;
 C. Riceve un'ammonizione che verrà conteggiata alla fine del gioco con una penalizzazione (si tolgono, dal conto finale, i fazzoletti);
 D. Quella sedia è esclusa dal prosieguo del gioco.
7. Nella frase *“Alla fine di ogni prova è utile che le sedie vengano spostate ...”*, *“è utile”* significa:
 A. È obbligatorio;
 B. È più pratico;
 C. È davvero consigliabile;
 D. È accettato.
8. Il gioco non risulta così facile, soprattutto per:
 A. La brevità del tempo;
 B. La difficoltà di determinare gli spostamenti rispetto agli ostacoli;
 C. La difficoltà di ritoccare le stesse sedie e quindi dover riposare i fazzoletti;
 D. Il controllo degli altri concorrenti.
9. Il gioco viene vinto, soprattutto per motivi legati a :
 A. Tempo;
 B. Limitate penalizzazioni;
 C. Minor numero di errori;
 D. Quantità.
10. Questo testo, che spiega le regole del gioco *“Sedie e fazzoletti”*, è:
 A. Chiaro e sintetico e presenta una successione delle frasi di tipo lineare - sequenziale;
 B. Ricco di metafore e figure retoriche che rendono il testo più semplice da comprendere;
 C. Ricco di emotività perché racconta di un gioco estremamente *“vivace”*;
 D. Semplice, chiaro ma non presenta una successione delle frasi di tipo lineare - sequenziale.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	

5	
6	
7	
8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	A
3	D
4	C
5	A
6	A
7	C
8	B
9	D
10	A

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Il testo è regolativo perché indica le regole cui bisogna attenersi per svolgere correttamente una data attività, in questo caso il gioco.
2. Il testo riporta: *“Il concorrente ha due minuti a disposizione”*. Significa che il gioco dura pochi minuti.
3. L’incipit del testo è *“Bisogna creare uno spazio abbastanza vasto nella stanza in cui si svolge il gioco e quindi sistemare le sedie, senza rispettare nella dislocazione un ordine ben preciso.”*. Si evince che non c’è ordine, ma neanche assoluta casualità perché almeno una “pseudo – regola” va rispettata: lasciare uno spazio sufficiente (*uno spazio abbastanza vasto*) per fare muovere il concorrente.
4. La stoffa scura assorbe più luce e quindi permette di oscurare meglio la vista.
5. La domanda, posta con l’avverbio *“soprattutto”*, chiede di individuare quale è il dettaglio prevalente, più caratteristico del gioco. Il gioco potrebbe riguardare la “memoria”, ma essendo il concorrente bendato, questa opzione è più difficoltosa e quindi non prioritaria così come quella del controllo, che esiste, ma che è comunque secondario. Il testo dice *“nonostante la semplicità del regolamento”* che indica appunto che le regole di svolgimento sono facili.
6. Nel regolamento non si parla di limitazioni di tempo (10 secondi), di ammonizioni o di esclusioni. Quindi si deduce che il concorrente, essendo accanto alla sedia, conosce facilmente la sua posizione e potrebbe, con altrettanta facilità, riprendersi il fazzoletto, atto che renderebbe il gioco troppo facile.
7. Dal momento che il concorrente successivo potrebbe memorizzare la posizione delle sedie e quindi partecipare al gioco con una certa agevolazione, l’espressione *“è utile”* indica che è meglio cambiare la disposizione delle sedie e così dare a tutti i concorrenti la stessa base di partenza. Non è un obbligo, non serve né per l’accettabilità né per una maggiore praticità nell’organizzazione del gioco.
8. Alla fine del testo si dice *“Il gioco [...] mette a dura prova il senso di orientamento dei partecipanti.”*. Il senso di orientamento è appunto il modo con cui ci si sposta nello spazio, in questo caso, ricco di ostacoli (le sedie).

9. Il testo indica che “*Vince chi riesce a raccogliere il maggior numero di fazzoletti.*”: la vittoria è data quindi dalla quantità di fazzoletti raccolti. È ovvio che per ottenere il maggiore numero di fazzoletti bisogna usare bene il tempo e commettere meno errori possibili, ma l’aspetto prioritario della conclusione e della buona riuscita del gioco risiede, soprattutto, in una questione di “quantità” di fazzoletti.
10. Un testo regolativo non fa uso di figure retoriche né presenta elementi di emotività poiché il suo obiettivo è quello di essere chiaro, preciso e sintetico, senza contenere ripetizioni, elementi di “abbellimento” o superflui. Inoltre le regole sono indicate secondo una rigorosa successione temporale (andamento sequenziale) grazie alla quale si possono seguire correttamente le operazioni richieste.

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni
 $\text{tab}(\langle \text{sigla del minerale} \rangle, \langle \text{valore in euro} \rangle, \langle \text{peso in Kg} \rangle)$.

Il deposito contiene i seguenti 6 minerali:

tab (m1,15,18)	tab (m2,13,14)	tab (m3,10,11)
tab(m4,18,19)	tab (m5,17,11)	tab (m6,12,12)

PROBLEMA

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 25 Kg, trovare la lista L delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo mezzo che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V. Nella lista, elencare le sigle in ordine lessicale crescente: per le sigle si ha il seguente ordine: $m1 < m2 < m3 < m4 < m5 < m6$.

L	
V	

SOLUZIONE

L	[m2,m5]
V	30

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre considerare tutte le combinazioni di 2 minerali tra quelli presenti nel deposito, tra queste scegliere quelle che possono essere trasportate dall'autocarro e tra quest'ultime determinare quella di maggior valore.

Combinazioni di 2 materiali	valore peso		Trasportabili dall'autocarro		
[m1,m2]	28	32			
[m1,m3]	25	29			
[m1,m4]	33	37			
[m1,m5]	32	29			
[m1,m6]	27	30			
[m2,m3]	23	25	[m2,m3]	23	25
[m2,m4]	31	33			
[m2,m5]	30	25	[m2,m5]	30	25
[m2,m6]	25	26			
[m3,m4]	28	30			
[m3,m5]	27	22	[m3,m5]	27	22
[m3,m6]	22	23	[m3,m6]	22	23
[m4,m5]	35	30			
[m4,m6]	30	31			
[m5,m6]	29	23	[m5,m6]	29	23

In alternativa, si possono fare delle considerazioni valide solo per il particolare problema in esame (dette *euristiche*). Si vede immediatamente che i minerali m1 e m4 non possono essere accoppiati a

nessun altro perché il peso complessivo della coppia supera la portata del motocarro, quindi la ricerca può essere ristretta a m_2, m_3, m_5, m_6 : è quindi abbastanza immediato che la coppia $[m_2, m_5]$ risolve il problema.

ESERCIZIO 5

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	5	2
A2	4	2
A3	3	3
A4	3	3
A5	1	1
A6	2	2
A7	4	2
A8	1	2
A9	6	4
A10	5	2
A11	2	2
A12	6	1

Le attività non possono svolgersi alla rinfusa ma devono essere rispettate delle priorità: per esempio una attività utilizza il prodotto di un'altra, quindi deve svolgersi successivamente. Le *precedenze* fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le precedenze sono:

- [A1,A2], [A1,A3], [A1,A4], [A2,A6], [A3,A5], [A4,A5], [A4,A6], [A4,A7], [A6,A10],
 [A5,A8], [A7,A8], [A7,A9], [A7,A10], [A8,A12], [A9,A12], [A10,A11], [A11,A12].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare quanti sono i giorni GM in cui lavora contemporaneamente il numero massimo di ragazzi.

N	
GM	

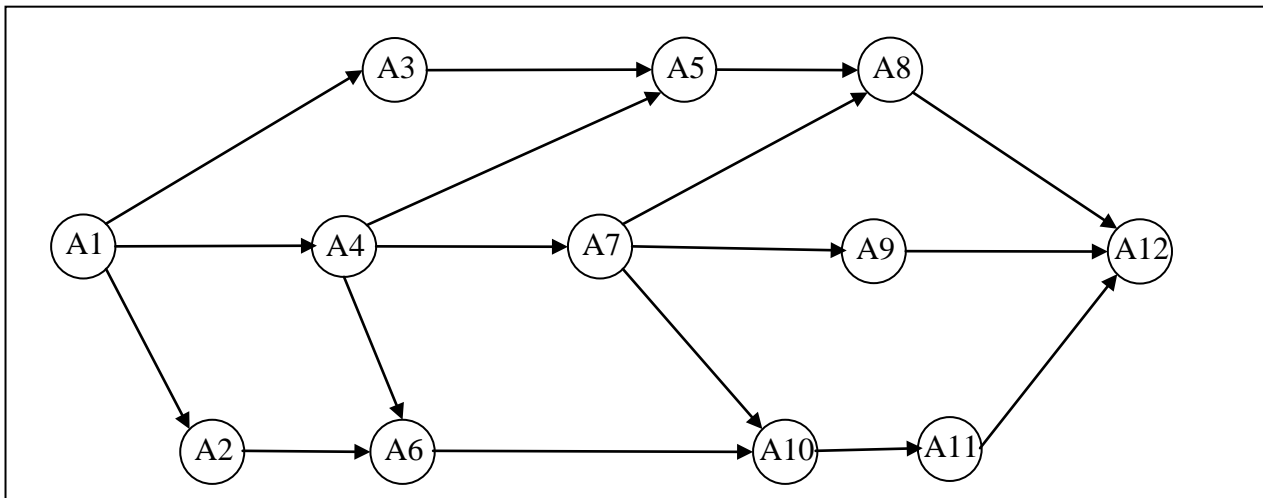
SOLUZIONE

N	12
GM	2

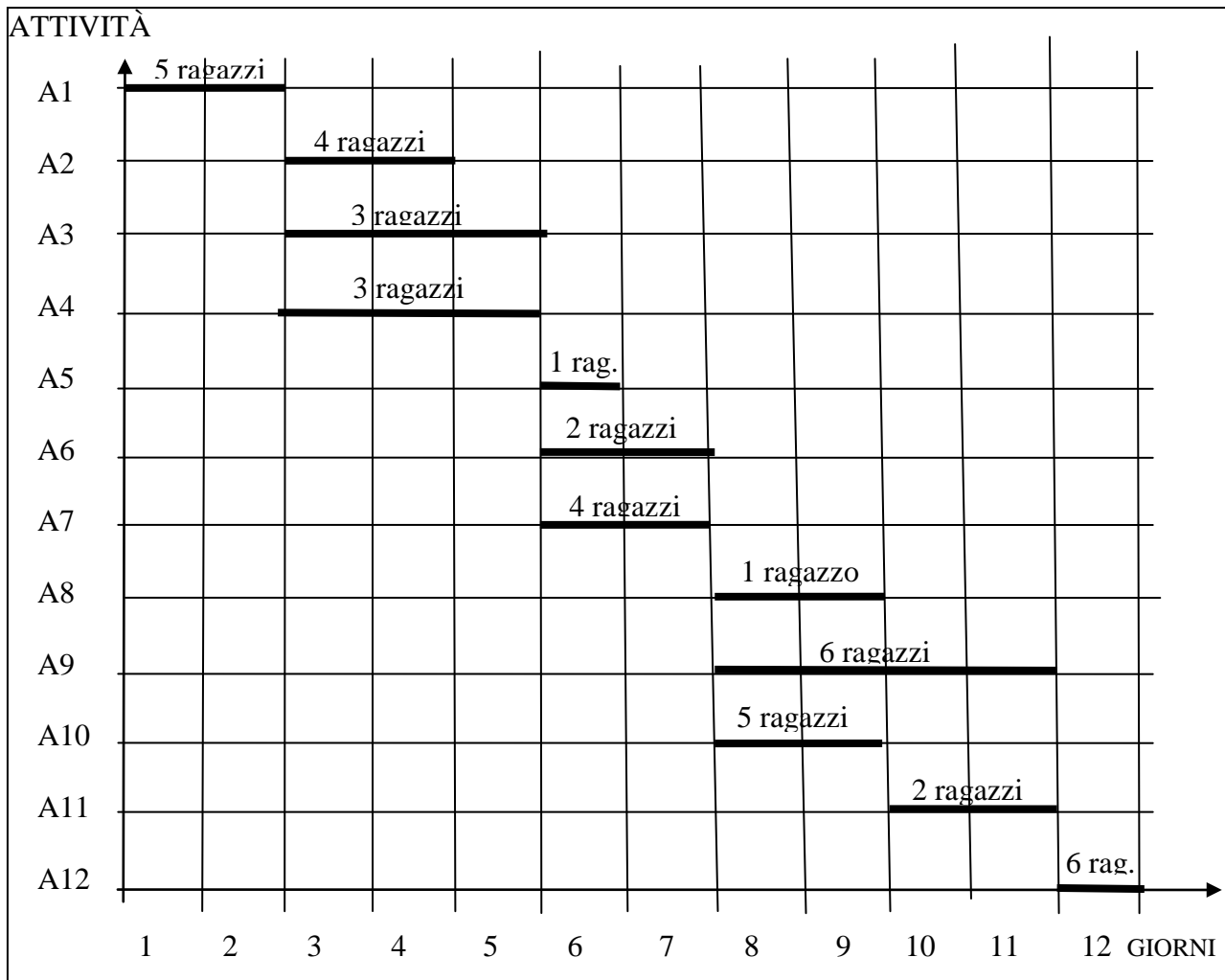
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.

Si noti come esiste un nodo (A1 nel disegno) in cui non entrano frecce (rappresenta la prima attività del progetto) e un nodo (A9 nel disegno) da cui non escono frecce (rappresenta l'ultima attività del progetto).



Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sugli *assi coordinati* in verticale le *attività* (dall'alto verso il basso) e in orizzontale il *tempo*, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla). Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). L'attività A5 può iniziare solamente quando è terminata sia la A3 sia la A4, e così via.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 12 giorni e che il numero massimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 12 e questo succede 2 giorni (8 e 9).

ESERCIZIO 6

PREMESSA

Si ricorda che una procedura può contenere un costrutto “if” senza il ramo “else”; in questo caso, si può scrivere anche senza indentazione, come nel seguente esempio:

```
if A>B then B ← A; endif;
```

Il suo significato è di assegnare a B il valore di A se e solo se il valore di A è maggiore di quello di B.

Si ricorda, inoltre, che le espressioni aritmetiche tra variabili *integer* vengono calcolate regolarmente per quello che riguarda le parentesi, la somma, la sottrazione e la moltiplicazione; mentre il risultato della divisione è il quoziente o quoto (intero) e il resto viene ignorato. Così, se A e B sono variabili *integer* e valgono rispettivamente 7 e 2, allora A/B vale 3; invece se C e D sono variabili *real* e valgono rispettivamente 7,0 e 2,0 allora C/D vale 3,5.

PROBLEMA

Si consideri la *seguinte* procedura PROVA1.

```
procedure PROVA1;
variables A, B, C, D, N, M, K integer;
input A, B, C, D;
M ← (A+B)/2;
N ← (C+D)/2;
if M<N then K ← 1; endif;
if M = N then K ← 2; endif;
if M>N then K ← 3; endif;
output K;
endprocedure;
```

I valori in input sono: 41 per A, 19 per B, 30 per C, 19 per D: determinare il valore di output per K.

K	
---	--

SOLUZIONE

K	3
---	---

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Visti i valori di input M vale 30 e N vale 24; quindi poiché è $M > N$, K vale 3.

ESERCIZIO 7

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA2, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output di M e N.

```

procedure PROVA2;
variables A, M, N, I integer;
input K;
input A;
M ← A;
N ← A;
for I from 1 to K step 1 do
    input A;
    if M<A then M ← A; endif;
    if N>A then N ← A; endif;
endfor;
output M, N;
endprocedure;
    
```

I valori in input per K è 5 e per A sono nell'ordine 4, 7, 3, 9, 1, 3.

M	
N	

SOLUZIONE

M	9
N	1

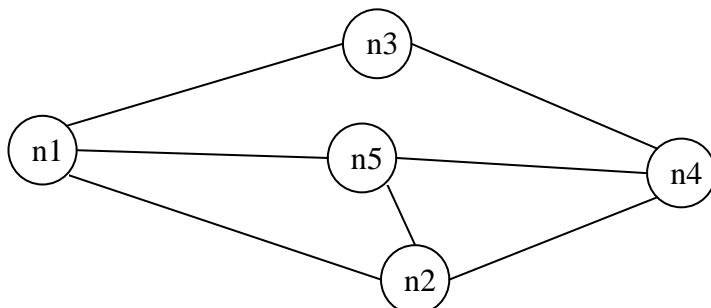
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il valore di input per K è 5 e il primo valore in input per A (cioè 4) viene assegnato a M e N; il ciclo "for" viene quindi eseguito 5 volte: la variabile A assume quindi via via i successivi 5 valori in input; in M, alla fine del "for" rimane il più grande dei valori assunti da A e in N il più piccolo.

ESERCIZIO 8

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n_1, n_2, \dots, n_5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

- arco($n_1, n_2, 6$) arco($n_1, n_3, 5$) arco($n_3, n_4, 4$)
- arco($n_1, n_5, 3$) arco($n_2, n_4, 3$) arco($n_2, n_5, 2$)
- arco($n_5, n_4, 6$)

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista $[n_5, n_2, n_4, n_3]$ descrive un percorso dal nodo n_5 al nodo n_3 ; tale percorso ha lunghezza $K = 2 + 3 + 4 = 9$.

Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio $[n_5, n_2, n_1, n_5]$. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio $[n_5, n_2, n_4, n_3]$ è semplice, mentre $[n_5, n_2, n_1, n_5, n_2, n_4, n_3]$ non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

- $a(n_1, n_2, 4)$ $a(n_4, n_5, 7)$ $a(n_7, n_8, 3)$ $a(n_1, n_4, 2)$ $a(n_5, n_2, 3)$
- $a(n_7, n_4, 1)$ $a(n_5, n_8, 2)$ $a(n_2, n_3, 4)$ $a(n_8, n_9, 6)$

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L_1 del percorso più breve tra n_3 e n_9 e calcolarne la lunghezza K_1 ;
2. trovare la lista L_2 del percorso più lungo tra n_3 e n_9 e calcolarne la lunghezza K_2 .

L1	
K1	
L2	
K2	

SOLUZIONE

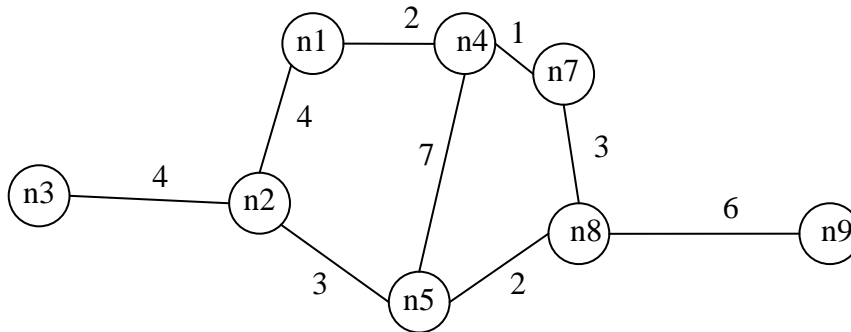
L1	$[n_3, n_2, n_5, n_8, n_9]$
K1	15
L2	$[n_3, n_2, n_1, n_4, n_5, n_8, n_9]$
K2	25

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Disegnato il grafo si i riportino le distanze sugli archi, come nella figura che segue.

N.B. Una delle maggiori difficoltà sta nel disegnare il grafo in modo che gli archi siano rettilinei e *non si intrecciano*; conviene procedere per tentativi successivi, fino a che il disegno sia soddisfacente.

Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono segmenti di retta).



Si noti innanzitutto che il cammino *più breve* tra due nodi è necessariamente *semplice* (cioè non ha cicli); per risolvere il problema occorre elencare *tutti* i cammini (semplici) tra n3 e n9 (con la loro lunghezza) in maniera *sistematica*, in modo da essere certi di averli presi in esame tutti; è immediato vedere che i percorsi possibili sono 4, cioè

PERCORSO n3 → n9	LUNGHEZZA
[n3, n2, n1, n4, n7, n8, n9]	20
[n3, n2, n5, n8, n9]	15
[n3, n2, n1, n4, n5, n8, n9]	25
[n3, n2, n5, n4, n7, n8, n9]	24

La soluzione segue immediatamente.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

La somma di 5 interi *pari consecutivi* è 620: determinare la lista L1 dei numeri disposti in ordine crescente; la somma di 8 interi *pari consecutivi* è 1000: determinare la lista L2 dei numeri disposti in ordine crescente.

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[120,122,124,126,128]
L2	[118,120,122,124,126,128,130,132]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per la prima domanda basta osservare che dividendo 620 per 5 si ottiene 124 che è la media dei 5 numeri, ma (essendo pari) anche quello centrale della sequenza dei cinque richiesti, che si ottiene aggiungendo rispettivamente -4, -2, 0, +2, +4.

Per la seconda domanda, analogamente, dividendo 1000 per 8 si ottiene 125 che è la media degli 8 numeri richiesti, ma anche quello (dispari!) “centrale” della sequenza richiesta (cui però non appartiene non essendo pari), che si ottiene aggiungendo rispettivamente -7, -5, -3, -1, +1, +3, +5, +7.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

Two bricklayers construct five yards of a small wall in 40 minutes; how many bricklayers are needed for 15 yards in one hour?

Put your answer in the box below.

SOLUZIONE

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Indeed for five yards it takes $(2 \text{ person} \times 40 \text{ minutes})$ of work = $80 \text{ persons} \times \text{minutes}$; for 15 yards it'll take $240 \text{ persons} \times \text{minutes}$ of work; to supply this amount in one hour (60 minutes) you need 4 workers.