ESERCIZIO 1
Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI, pagina 2.

PROBLEMA
Siano date le seguenti regole:

regola(1,[a,c],b).	regola(2,[w],q).	regola(3,[a,b,c],r).
regola(4,[q,t],a).	regola(5,[a,q,t],p).	regola(6,[w],t).

Trovare:
1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **r** conoscendo **a, c**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **r** conoscendo **q, t, c;**
3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **p** conoscendo **w**.

L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]

SOLUZIONE

L1	[1,3]
L2	[4,1,3]
L3	[2,6,4,5]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per la prima domanda, l'incognita **r** è deducibile solo con la regola 3, che ha come antecedenti **a**, **b**, **c**: il primo e il terzo dati, il secondo incognito (quindi da dedurre); **b** è deducibile con la regola 1 (che ha come antecedenti **a** e **b** dati). Il procedimento completo è [1,3].
Per la seconda domanda, l'incognita **r** è deducibile ancora solamente con la regola 3, ma stavolta solo **c** è dato e bisogna dedurre **a** e **b**. Con la regola 4 si deduce **a** da **q** e **t** (dati), e con la regola 1 si deduce **b** da **a** (appena dedotto) e **c** dato. Il procedimento completo è [4,1,3].
Per la terza domanda, **p** è deducibile solo con la regola 5, che ha come antecedenti **a**, **q** e **t**, tutti incogniti. D'altra parte dal(l'unico) dato **w** è possibile, rispettivamente con le regole 2 e 6, dedurre **q** e **t**; è facile, a questo punto, vedere che si può dedurre **a** da **q** e **t** appena dedotti. Il procedimento completo è [2,6,4,5]. Si noti come le regole 2 e 6 sono entrambe applicabili all'inizio del procedimento, ma (per rendere unico il procedimento) occorre dare la precedenza alla regola con nome (numero) più basso.

ESERCIZIO 2
Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente *KNAPSACK*, pagina 8.

PROBLEMA
In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni:

minerale(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i minerali descritti dai seguenti termini:

minerale(m1,75,38)	minerale(m2,62,34)	minerale(m3,80,41)
minerale(m4,78,29)	minerale(m5,77,35)	minerale(m6,69,35)

Disponendo di un motocarro con portata massima di 70 Kg, trovare la lista L delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.
N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3<… .

L	[ ]

SOLUZIONE

L	[m3,m4]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
In generale, in problemi di questo tipo, si applica il *metodo della forza bruta*: considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di due minerali diversi, il loro valore e il loro peso.
N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1, m4" è uguale alla combinazione "m4, m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati come richiesto dal problema.
Costruite le combinazioni, occorre individuare quelle trasportabili dal motocarro e tra queste scegliere quella di valore più alto.
Le combinazioni di due minerali (con il valore e il peso e la trasportabilità) sono le seguenti.

COMBINAZIONI	VALORE	PESO	TRASPORTABILITÀ
[m1,m2]	137	72	no
[m1,m3]	155	79	no
[m1,m4]	153	67	si
[m1,m5]	152	73	no
[m1,m6]	144	73	no
[m2,m3]	142	75	no
[m2,m4]	140	63	si
[m2,m5]	139	69	si
[m2,m6]	131	69	si
[m3,m4]	158	70	si
[m3,m5]	157	76	no
[m3,m6]	149	76	no
[m4,m5]	155	64	si
[m4,m6]	147	64	si
[m5,m6]	146	70	si

È immediato determinare la lista richiesta.

ESERCIZIO 3
Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente PERCORSI IN UN GRAFO, pagina 6.

PROBLEMA
Un grafo (che corrisponde alla rete di strade che collegano delle città) è descritto dal seguente elenco di archi:

arco(n1,n4,2)	arco(n1,n3,4)	arco(n4,n6,3)
arco(n2,n3,8)	arco(n3,n5,2)	arco(n2,n5,5)
arco(n4,n3,1)	arco(n5,n6,3)	arco(n7,n6,3)

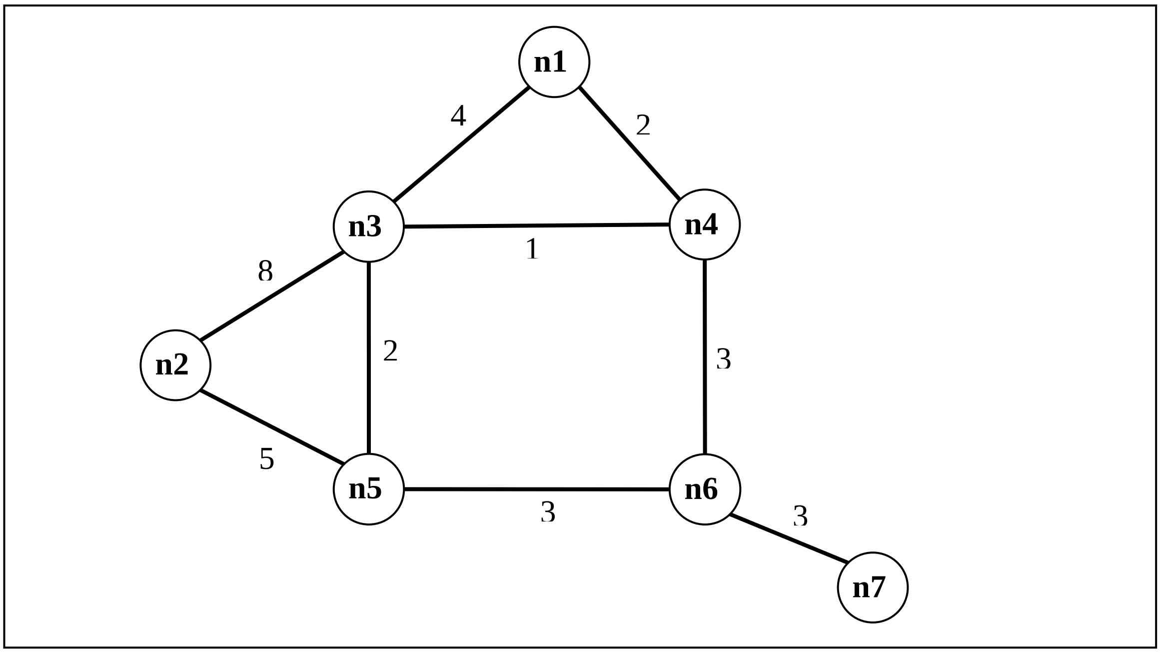
Disegnare il grafo e trovare:
1. la lista L1 del percorso semplice più breve tra n1 e n2;
2. la lista L2 del percorso semplice più lungo tra n1 e n2.

L1	[ ]
L2	[ ]

SOLUZIONE

L1	[n1,n4,n3,n5,n2]
L2	[n1,n4,n6,n5,n3,n2]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Un possibile *layout* del grafo è mostrato nella seguente figura.



N.B. Il grafo è planare, cioè è possibile disegnarlo su un piano senza che gli archi si incrocino. Le lunghezze associate agli archi (che rappresentano delle strade) non sono legate alle reali lunghezze dei segmenti che li rappresentano nel grafo.

Per rispondere alle domande occorre enumerare tutti i percorsi (semplici) tra n1 e n2.

PERCORSO	LUNGHEZZA	
[n1, n4, n6, n5, n3, n2]	18	il più lungo
[n1, n4, n6, n5, n2]	13	
[n1, n4, n3, n5, n2]	10	il più breve

[n1, n4, n3, n2]	11
[n1, n3, n5, n2]	11
[n1, n3, n2]	12
[n1, n3, n4, n6, n5, n2]	16

N.B. Questi percorsi possono essere facilmente “organizzati” in un albero; la radice è il nodo di partenza, n1; ogni nodo dell’albero ha tanti figli quanti sono i nodi a lui adiacenti nel grafo, purché non compaiono già nell’albero come suoi antenati: per esempio i nodi figli della radice sono n2 e n5; le foglie sono il nodo finale n2 o altri nodi del grafo che non hanno figli (perché tutti i nodi adiacenti compaiono già tra i suoi antenati); i percorsi sono i “rami” che dalla radice vanno alle foglie dell’albero etichettate col nodo finale.

ESERCIZIO 4
Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 23.

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA1.

```
procedure PROVA1;
variables A, B, C, K integer;
input A, K;
B ← 2;
C ← 3;
A ← A+ K;
B ← A + B + K;
C ← A + B + C +K;
output A, B, C;
endprocedure;
```

I valori di input sono 5 per A e 7 per K: determinare i valori delle variabili in output.

A	
B	
C	

SOLUZIONE

A	12
B	21
C	43

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
I valori assunti dalle variabili sono mostrati dalla seguente tabella: la prima riga mostra i valori dopo i primi tre statement di assegnazione; le righe seguenti mostrano i valori dopo la esecuzione di ciascuno dei tre statement successivi.

dopo	K	A	B	C
i primi 3 statement di assegnazione	7	5	2	3
A ← A+ K;	7	12	2	3
B ← A + B + K;	7	12	21	3
C ← A + B + C +K;	7	12	21	43

ESERCIZIO 5
Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 23.

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```
procedure PROVA2;
variables A, K integer;
A ← 0;
for K = 1 to 4 step 1 do
        A ←  1 + A × (1 + K);
endfor;
output A;
endprocedure;
```

Determinare il valore di output.

A	

SOLUZIONE

A	86

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
I valori di A e di K sono mostrati nella seguente tabella.

	valori di A	valori di K
prima del ciclo "for"	0	indefinito
dopo la prima esecuzione del ciclo	1	1
dopo la seconda esecuzione del ciclo	4	2
dopo la terza esecuzione del ciclo	17	3
dopo la quarta esecuzione del ciclo	86	4

ESERCIZIO 6

PROBLEM

A motorist sets out to cover a distance of 12 miles. After covering a third of this distance, he finds that he has averaged only 40 miles per hour. He decides to speed up; at what rate must he travel the rest of the trip in order to average 60 mph for the whole journey? Put you answer, as an integer, in the box below.

	mph

SOLUTION

80	mph

TIPS FOR THE SOLUTION

The first four miles were covered in six minutes (at 40 mph). To travel 12 miles at the rate of 60 miles per hour requires 12 minutes. Hence, the motorist should cover the last eight miles in six minutes: this implies an average speed of 80 miles per hour.

ESERCIZIO 7

PROBLEM

Out of the ten digits (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), a clever problem solver can find three *different* digits such that the decimal numbers, obtained arranging them in *any order*, are *not divisible* (exactly) by anyone of the following (prime) numbers:

3, 5, 7, 11, 13, 17.

Two example are [1,2,4] and [1,4,9]; indeed, let's consider [1,4,9]; the following six integers can be obtained: 149, 194, 419, 491, 914, 941; it is easy to check that no one is divisible by any of the given primes.

Find one more example and write it (as a list of three elements in increasing order) in the box below.

[ ]

SOLUTION

[2,4,8]

TIPS FOR THE SOLUTION

It is easy to see that [2,4,8] is an answer: since each of its digits is double the corresponding digit in [1,2,4], an odd number that won't divide an arrangement of one clearly won't divide the corresponding arrangement of the other.

A more "complete" solution can be obtained in a systematic way:

1. take into consideration all the 3-sets of digits,
2. for each set examine the 6 different dispositions,
3. for each disposition (considered as a 3-digit number) test the divisibility by the required primes.

Observe that 0 and 5 can be excluded immediately: each number in which they appear as last digit is divisible by 5.

Observe also that any set of three digits whose sum is divisible by three, can be excluded: any number made of these digits is divisible by three.

Moreover, any set of three digits in which the sum of two is equal to the third can be excluded: there are two arrangements that are divisible by 11.

We are left with the following 26 set to check. (A set is represented as a list of 3 digits in increasing order, followed, if any, by a 3-digit number obtained arranging the element of the list and a divisor of that number.)

[1,2,4]
[1,2,7] 217 | 7
[1,2,8] 182 | 7
[1,3,6] 136 | 17
[1,3,7] 371 | 7
[1,3,9] 319 | 11
[1,4,6] 416 | 13
[1,4,8] 418 | 11
[1,4,9]
[1,6,9] 169 | 13
[1,7,9] 791 | 7
[2,3,6] 623 | 7
[2,3,8] 238 | 7

[2,3,9] 329 | 7
[2,4,7] 247 | 13
[2,4,8]
[2,6,9] 629 | 17
[2,7,8] 287 | 7
[3,4,6] 364 | 7
[3,4,9] 493 | 17
[3,6,7] 637 | 7
[3,6,8] 638 | 11
[3,7,9] 793 | 13
[4,6,7] 476 | 7
[4,6,9] 469 | 7
[6,7,9] 679 | 7

Note that, as said before, have been omitted the sets

1. that contain 0 or 5;
2. such that the sum of their elements divisible by 3;
3. such that the sum of two of their elements equals the third (still some multiple of 11 are left).

Only [1,2,4], [1,4,9], [2,4,8] have no arrangement multiple of the required primes.

To check the divisibility one can write a program or consult a table as the one in Wikipedia, “table of divisors”.