

## ESERCIZIO 1

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI.

### PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[a,b],m)	regola(2,[b,c],a)	regola(3,[t,u],v)
regola(4,[a,m],r)	regola(5,[a,m],h)	regola(6,[a,b],n)
regola(7,[m,h,a],p)	regola(8,[n,a],q)	regola(9,[a,u],m)
regola(10,[u,v],a)	regola(11,[a,m,n],s)	regola(12,[a,m],n)

Trovare

1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **s** a partire da **u** e **t**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **p** a partire da **a** e **b**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento *più breve* (cioè con meno regole) per dedurre **q** a partire da **b** e **c**;

N.B. Elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare; se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]

### SOLUZIONE

L1	[3,10,9,12,11]
L2	[1,5,7]
L3	[2,6,8]

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla: se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Per la prima domanda, **s** è deducibile solo con la regola 11, che ha come antecedenti **a**, **m** e **n**: tutti incogniti. **a** è deducibile con la regola 2, che ha come antecedenti **b** e **c** (entrambi incogniti), e con la regola 10, che ha come antecedenti **u** e **v** (il primo dato e il secondo incognito); l'ultima regola è più promettente: infatti **v** è deducibile solo con la regola 3, che ha come antecedenti **t** e **u**, entrambi dati. **m** è deducibile con la regola 1, che ha come antecedenti **a** e **b** (il primo appena dedotto, il secondo incognito) e con la regola 9, che ha come antecedenti **a** e **u** (il primo appena dedotto, il secondo dato): è immediato che si deve applicare la regola 9. **n** è deducibile con la regola 6, che ha come antecedenti **a** e **b** (il primo già dedotto, il secondo incognito) e con la regola 12 che ha come antecedenti **a** e **m** (entrambi già dedotti): è immediato che si deve applicare la regola 12. Ricapitolando il procedimento è [3,10,9,12,11]. Per i procedimenti di deduzioni "lunghi" conviene costruire uno schema come il seguente per tenere conto delle regole applicate e delle variabili dedotte.

		regole via via applicate						
		3	10	9	12	11		
u	t	v	a	m	n	s		
dati		incognite via via dedotte						

Per la domanda 2, **p** è deducibile solo con la regola 7, che ha come antecedenti **m**, **h** e **a** (i primi due incogniti e il terzo dato). **m** è deducibile con la regola 1, che ha come antecedenti **a** e **b** (entrambi dati) e con la regola 9, che ha come antecedenti **a** e **u** (il primo dato e il secondo incognito): è evidente che si deve applicare la regola 1. **h** è deducibile solo con la regola 5 che ha come antecedenti **a** e **m** (il primo dato e il secondo già dedotto). Il procedimento è, quindi, [1,5,7].

Per la domanda 3, si deve supporre (per come è formulata) che esistano più procedimenti di soluzione: occorre quindi considerarli tutti per scegliere il più breve. **q** è deducibile solo con la regola 8, che ha come antecedenti **n** e **a**, entrambi incogniti. **n** è deducibile con la regola 6, che ha come antecedenti **a** e **b** (il primo incognito, comunque da dedurre, e il secondo dato) e con la regola 12, che ha come antecedenti **a** e **m** (entrambi incogniti, il primo comunque da dedurre). Sembra evidente che, per ottenere il procedimento più breve, conviene applicare la regola 6. **a** è deducibile con la regola 2, che ha come antecedenti **b** e **c** (entrambi dati) e con la regola 10, che ha come antecedenti **u** e **v** (entrambi incogniti): a prescindere dal fatto che **u** non è dato e non è deducibile, è chiaro che occorre usare la regola 2. Il procedimento cercato è, quindi, [2,6,8].

N.B. Occorre comunque controllare che l'altro procedimento (ottenuto scegliendo la regola 12 al posto della regola 6) sia più "lungo". (Infatti è [2,1,12,8].)

**ESERCIZIO 2**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente FATTI E CONCLUSIONI

**PROBLEMA**

Subito dopo Natale sono stati rivelati dei problemi veterinari che costrinsero al riposo forzato, per qualche tempo, alcune delle renne di Babbo Natale; tale notizia era stata tenuta segreta per non impensierire i bimbi di tutto il mondo. Tre delle renne, Cometa, Stella e Arcobaleno, non poterono lavorare per uno, due e tre giorni; una ebbe problemi alle corna, una agli zoccoli e una al naso; i sintomi furono fitte, prurito e infiammazione.

Riempire la successiva tabella, sapendo che:

1. una delle renne dovette ricorrere alle cure dell'infermeria del Polo Nord per un seccante problema di infiammazione al naso;
2. Cometa, che ebbe un problema agli zoccoli, rimase nella stalla un giorno meno della renna che accusava delle fitte fortissime;
3. la renna con un problema alle corna rimase a riposo più di Arcobaleno.

renna	parte malata	tipo di sintomi	riposo in giorni
Cometa			
Stella			
Arcobaleno			

N.B. Nella seconda colonna, scrivere, nell'ordine opportuno: corna, zoccoli, naso; nella terza colonna, scrivere, nell'ordine opportuno: fitte, prurito, infiammazione; nella terza colonna, scrivere, nell'ordine opportuno: 1, 2, 3.

Hint. Il secondo fatto non può essere riportato *completamente* nel *master board* prima di iniziare a trarre le conclusioni: ciò può essere fatto solo quando si è determinato quanti giorni è rimasta a riposo la renna che accusava delle fitte fortissime.

**SOLUZIONE**

renna	parte malata	sintomo	riposo in giorni
Cometa	zoccoli	prurito	2
Stella	corna	fitte	3
Arcobaleno	naso	infiammazione	1

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Le caratteristiche sono: “renna”, “parte malata”, “sintomo” e “riposo in giorni”. Si può assumere che la coppia di caratteristiche più importanti sia renna/parte malata; il *master board* quindi ha la struttura seguente. Si noti che le caratteristiche “sintomo” e “riposo in giorni” sono elencate, in orizzontale in un ordine e in verticale nell'ordine *opposto*.

	parte malata	sintomo	riposo in giorni
renna			
riposo in giorni			
sintomo			

Il *master board* completo è quindi il seguente.



	corna	zoccoli	naso	fitte	prurito	infiammazione	1 giorno	2 giorni	3 giorni
Cometa									
Stella									
Arcobaleno									
1 giorno									
2 giorni									
3 giorni									
fitte									
prurito									
infiammazione									

Si registrano i fatti.

	corna	zoccoli	naso	fitte	prurito	infiammazione	1 giorno	2 giorni	3 giorni
Cometa		O <sub>2</sub>		X <sub>2</sub>					X <sub>2</sub>
Stella									
Arcobaleno	X <sub>3</sub>								X <sub>3</sub>
1 giorno	X <sub>3</sub>			X <sub>2</sub>					
2 giorni									
3 giorni									
fitte									
prurito									
infiammazione			O <sub>1</sub>						

Il fatto 1 è semplice: afferma che il naso è infiammato. Il fatto 2 è complesso: Cometa ha problemi agli zoccoli, non è stata a riposo 3 giorni, chi ha le fitte non è stata a riposo 1 giorno; *rimane da registrare quanto esattamente è stata a riposo Cometa*. Il fatto 3 è complesso: Arcobaleno non ha



problemi alle corna e non è stato a riposo 3 giorni, chi ha problemi alle corna non è stato a riposo 1 giorno.

a) completamento (di X e O)

	corna	zoccoli	naso	fitte	prurito	infiammazione	1 giorno	2 giorni	3 giorni
Cometa	X <sub>a</sub>	O <sub>2</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>2</sub>					X <sub>2</sub>
Stella	O <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>				X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>a</sub>
Arcobaleno	X <sub>3</sub>								X <sub>3</sub>
1 giorno	X <sub>3</sub>			X <sub>2</sub>					
2 giorni									
3 giorni									
fitte			X <sub>a</sub>						
prurito			X <sub>a</sub>						
infiammazione	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>1</sub>						

b) ribaltamenti e incroci

	corna	zoccoli	naso	fitte	prurito	infiammazione	1 giorno	2 giorni	3 giorni
Cometa	X <sub>a</sub>	O <sub>2</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>2</sub>		X <sub>b</sub>			X <sub>2</sub>
Stella	O <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>			X <sub>b</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>a</sub>
Arcobaleno	X <sub>3</sub>								X <sub>3</sub>
1 giorno	X <sub>3</sub>			X <sub>2</sub>					
2 giorni									
3 giorni	O <sub>b</sub>								
fitte			X <sub>a</sub>						
prurito			X <sub>a</sub>						
infiammazione	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>1</sub>						

c) completamenti



	corna	zoccoli	naso	fitte	prurito	infiammazione	1 giorno	2 giorni	3 giorni
Cometa	$X_a$	$O_2$	$X_a$	$X_2$		$X_b$			$X_2$
Stella	$O_a$	$X_a$	$X_a$			$X_b$	$X_a$	$X_a$	$O_a$
Arcobaleno	$X_3$	$X_c$	$O_c$						$X_3$
1 giorno	$X_3$			$X_2$					
2 giorni	$X_c$								
3 giorni	$O_b$	$X_c$	$X_c$						
fitte			$X_a$						
prurito			$X_a$						
infiammazione	$X_a$	$X_a$	$O_1$						

d) ribaltamenti e incroci

	corna	zoccoli	naso	fitte	prurito	infiammazione	1 giorno	2 giorni	3 giorni
Cometa	$X_a$	$O_2$	$X_a$	$X_2$		$X_b$			$X_2$
Stella	$O_a$	$X_a$	$X_a$			$X_b$	$X_a$	$X_a$	$O_a$
Arcobaleno	$X_3$	$X_c$	$O_c$	$X_d$	$X_d$	$O_d$			$X_3$
1 giorno	$X_3$			$X_2$					
2 giorni	$X_c$								
3 giorni	$O_b$	$X_c$	$X_c$						
fitte			$X_a$						
prurito			$X_a$						
infiammazione	$X_a$	$X_a$	$O_1$						

e) completamento



	corna	zoccoli	naso	fitte	prurito	infiammazione	1 giorno	2 giorni	3 giorni
Cometa	X <sub>a</sub>	O <sub>2</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>2</sub>	O <sub>e</sub>	X <sub>b</sub>			X <sub>2</sub>
Stella	O <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>e</sub>	X <sub>e</sub>	X <sub>b</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>a</sub>
Arcobaleno	X <sub>3</sub>	X <sub>c</sub>	O <sub>c</sub>	X <sub>d</sub>	X <sub>d</sub>	O <sub>d</sub>			X <sub>3</sub>
1 giorno	X <sub>3</sub>			X <sub>2</sub>					
2 giorni	X <sub>c</sub>								
3 giorni	O <sub>b</sub>	X <sub>c</sub>	X <sub>c</sub>						
fitte			X <sub>a</sub>						
prurito			X <sub>a</sub>						
infiammazione	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>1</sub>						

f) ribaltamento e completamento

	corna	zoccoli	naso	fitte	prurito	infiammazione	1 giorno	2 giorni	3 giorni
Cometa	X <sub>a</sub>	O <sub>2</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>2</sub>	O <sub>e</sub>	X <sub>b</sub>			X <sub>2</sub>
Stella	O <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>e</sub>	X <sub>e</sub>	X <sub>b</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>a</sub>
Arcobaleno	X <sub>3</sub>	X <sub>c</sub>	O <sub>c</sub>	X <sub>d</sub>	X <sub>d</sub>	O <sub>d</sub>			X <sub>3</sub>
1 giorno	X <sub>3</sub>			X <sub>2</sub>					
2 giorni	X <sub>c</sub>			X <sub>f</sub>					
3 giorni	O <sub>b</sub>	X <sub>c</sub>	X <sub>c</sub>	O <sub>f</sub>	X <sub>f</sub>	X <sub>f</sub>			
fitte	O <sub>f</sub>	X <sub>f</sub>	X <sub>a</sub>						
prurito	X <sub>e</sub>	O <sub>f</sub>	X <sub>a</sub>						
infiammazione	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>1</sub>						

Adesso è noto che Stella ha avuto delle fitte (alle corna) è stata a riposo 3 giorni: dal secondo fatto Cometa è stata a riposo 2 giorni.

g) dal fatto, con complementi e ribaltamenti, si completa il *master board*.



	corna	zoccoli	naso	fitte	prurito	infiammazione	1 giorno	2 giorni	3 giorni
Cometa	X <sub>a</sub>	O <sub>2</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>2</sub>	O <sub>e</sub>	X <sub>b</sub>	X <sub>g</sub>	O <sub>g</sub>	X <sub>2</sub>
Stella	O <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>e</sub>	X <sub>e</sub>	X <sub>b</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>a</sub>
Arcobaleno	X <sub>3</sub>	X <sub>c</sub>	O <sub>c</sub>	X <sub>d</sub>	X <sub>d</sub>	O <sub>d</sub>	O <sub>g</sub>	X <sub>g</sub>	X <sub>3</sub>
1 giorno	X <sub>3</sub>	X <sub>g</sub>	O <sub>g</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>g</sub>	O <sub>g</sub>			
2 giorni	X <sub>c</sub>	O <sub>g</sub>	X <sub>g</sub>	X <sub>f</sub>	O <sub>g</sub>	X <sub>g</sub>			
3 giorni	O <sub>b</sub>	X <sub>c</sub>	X <sub>c</sub>	O <sub>f</sub>	X <sub>f</sub>	X <sub>f</sub>			
fitte	O <sub>f</sub>	X <sub>f</sub>	X <sub>a</sub>						
prurito	X <sub>e</sub>	O <sub>f</sub>	X <sub>a</sub>						
infiammazione	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>1</sub>						



**ESERCIZIO 3**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente *KNAPSACK*.

**PROBLEMA**

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni:

minerale(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

minerale(m1,45,74)	minerale(m2,48,77)	minerale(m3,41,72)
minerale(m4, 42,76)	minerale(m5,46,71)	minerale(m6,49,73)
minerale(m7,43,78)	minerale(m8,44,79)	minerale(m9, 47,75)

Rispondere ai seguenti quesiti, scrivendo la risposta nella tabella che segue.

- Disponendo di un carrello con portata massima di 150 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo mezzo cui corrisponde il massimo valore complessivo possibile.
- Disponendo di un carrello con portata massima di 160 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo mezzo cui corrisponde il massimo valore complessivo possibile.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<... <m9.

L1	[ ]
L2	[ ]

**SOLUZIONE**

L1	[m2,m6]
L2	[m2,m6]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

In generale, un metodo per risolvere il problema (detto della *forza bruta*) è quello di generare tutte le combinazioni di 2 minerali presi tra i nove del deposito, calcolarne peso e valore e scegliere, tra quelle trasportabili, quella che ha valore maggiore.

D'altra parte, poiché tali combinazioni sono  $(9 \times 8) / (2 \times 1) = 36$ , tale metodo è relativamente pesante (cioè richiede molti “tempo” e molto “spazio”). Per particolari problemi esistono spesso modi “più veloci”, detti *euristici* che consentono di (costruire ed) esaminare un minor numero di combinazioni.

Per questo problema si può osservare che si possono facilmente scegliere le combinazioni richieste: basta elencare i minerali in ordine *decrescente* di valore e costruire le combinazioni a partire da quest'ordine: la “prima” combinazione trasportabile risolve il problema.

minerale	valore <i>decrescente</i>	peso
m6	49	73
m2	48	77
m9	47	75
m5	46	71
m1	45	74
m8	44	79
m7	43	78
m4	42	76
m3	41	72

Per la prima domanda si vede subito che, col primo carrello, la combinazione dei primi due minerali, che ha il valore più alto, è trasportabile.

Per la seconda domanda, si vede immediatamente che la soluzione è la stessa.

N.B. Naturalmente le liste, nella risposta, vanno scritte con gli elementi nell'ordine richiesto dal problema.

**ESERCIZIO 4**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente PIANIFICAZIONE.

**PROBLEMA**

La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di persone assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	1
A2	3	3
A3	4	2
A4	3	4
A5	3	2
A6	3	2
A7	4	5
A8	3	5
A9	3	3
A10	6	1

In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A2,A5], [A5,A9], [A9,A10], [A8,A10], [A4,A9], [A3,A6], [A1,A3],  
 [A1,A4], [A6,A8], [A6,A7], [A4,A7], [A7,A10].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare inoltre NR: il numero minimo di persone necessario per realizzare il progetto così pianificato.

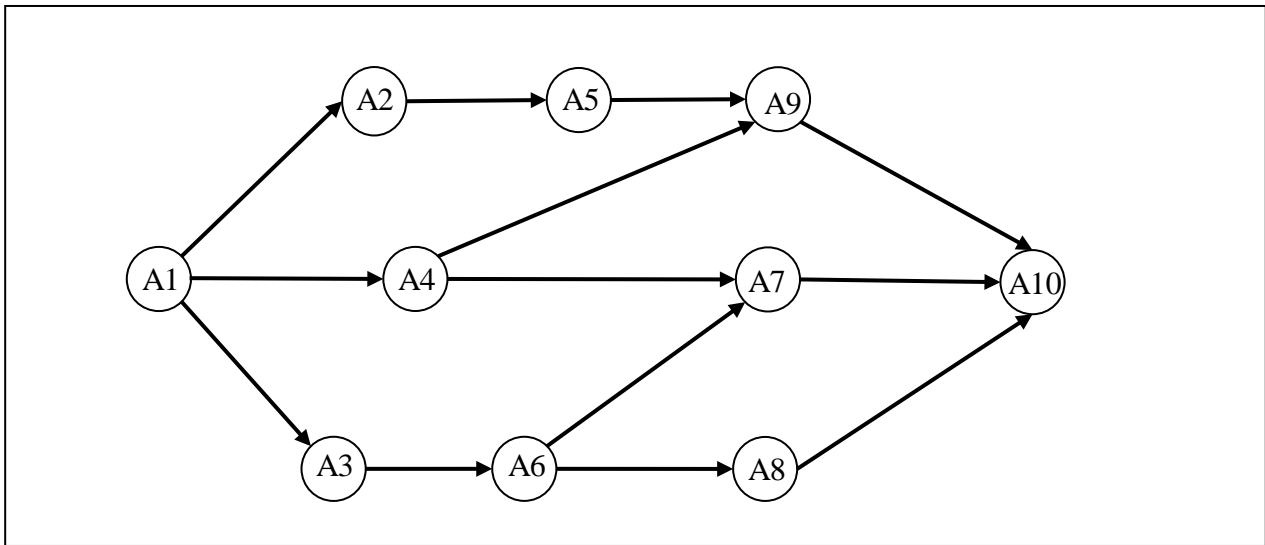
N	
NR	

**SOLUZIONE**

N	11
NR	10

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.



Per costruire tale grafo (mostrato in figura) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).

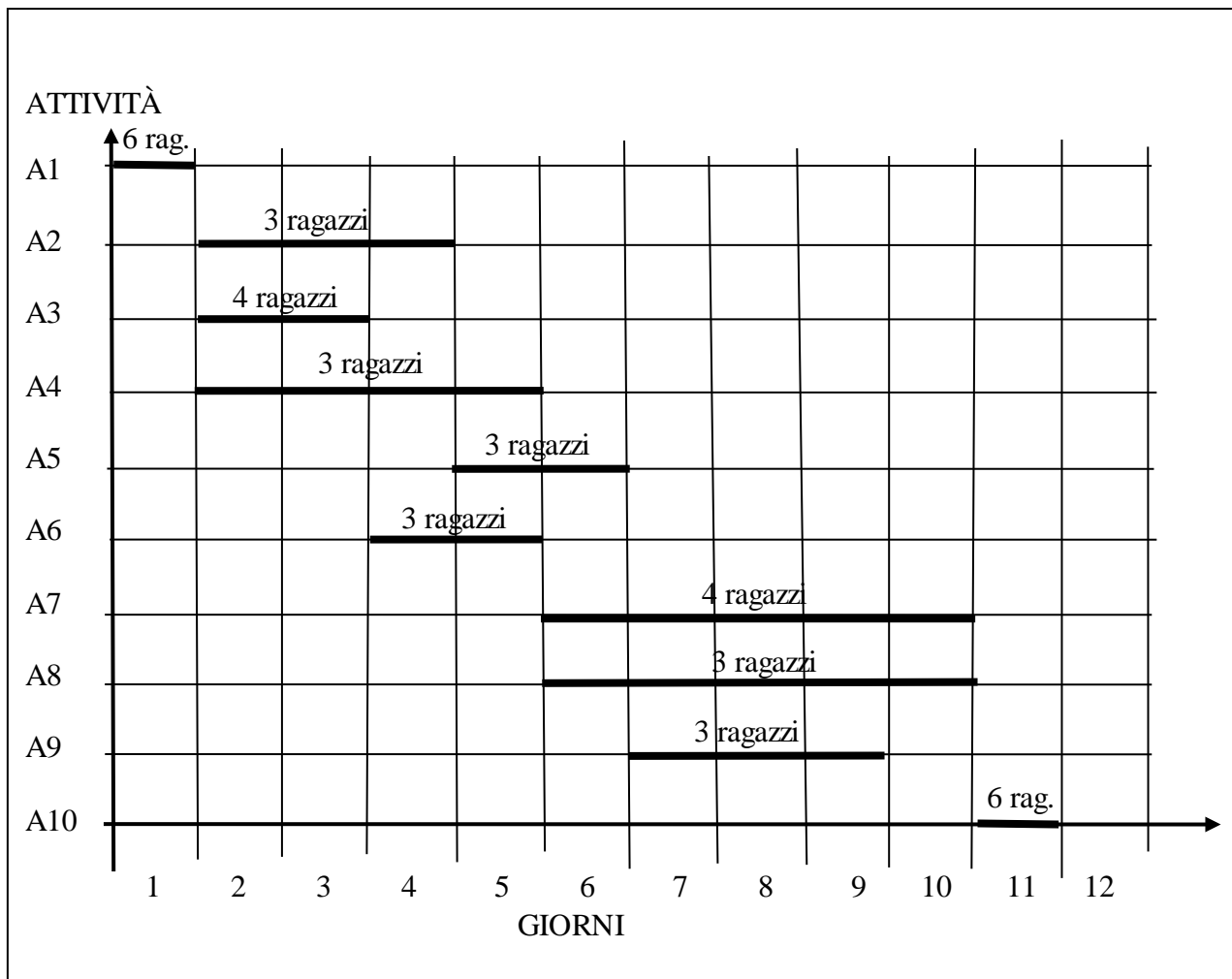
Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.

Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *finale* (in questo caso A10); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.

Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette (col verso opportuno) i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi per cercare di ottenere un grafo con frecce che non si incrociano (frequentemente ci si riesce).

Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si compila il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sull'asse orizzontale il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e posto in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di persone che devono svolgerla).

Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura un giorno; quando è terminata, il giorno 2 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo); l'attività A7, per esempio, può iniziare solamente quando è terminata sia la A6 sia la A4.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni; e che il numero massimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 10 (i giorni 2, 3, 6, 7, 8, 9): questo è anche il numero minimo di ragazzi per realizzare il progetto così pianificato.

**ESERCIZIO 5**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente GRAFI.

**PROBLEMA**

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

- |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| arco(n5,n6,2) | arco(n6,n3,3) | arco(n3,n4,2) |
| arco(n4,n1,1) | arco(n1,n3,4) | arco(n2,n5,1) |
| arco(n5,n3,6) | arco(n2,n6,4) |               |

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L1 del percorso semplice *più lungo* tra n1 e n2;
2. trovare la lista L2 del percorso semplice *più breve* tra n1 e n2.

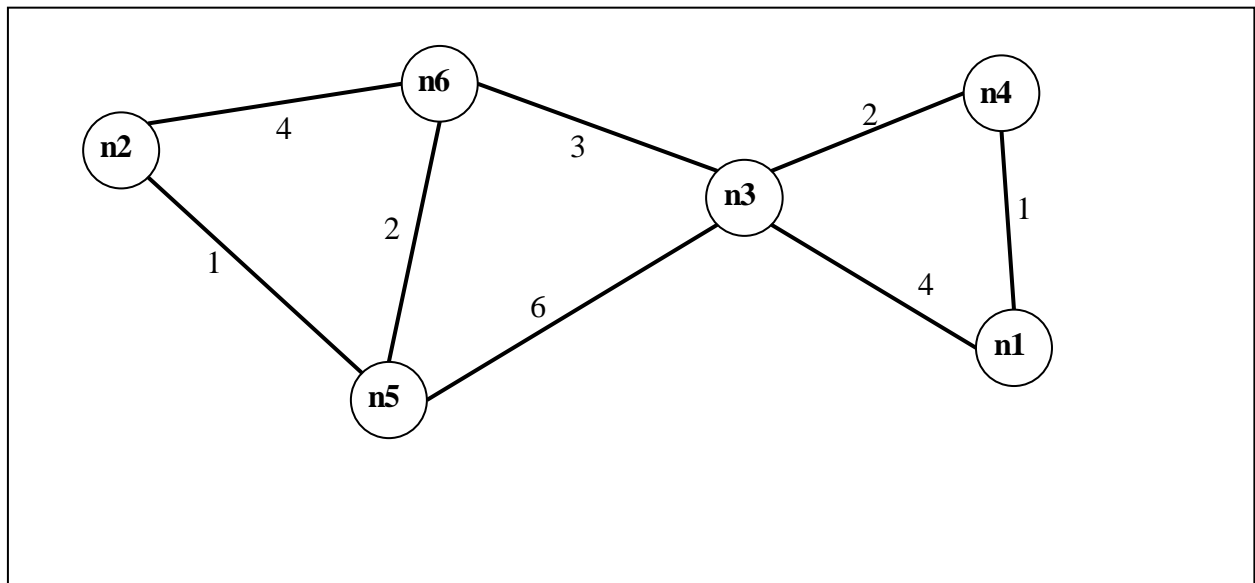
L1	[ ]
L2	[ ]

**SOLUZIONE**

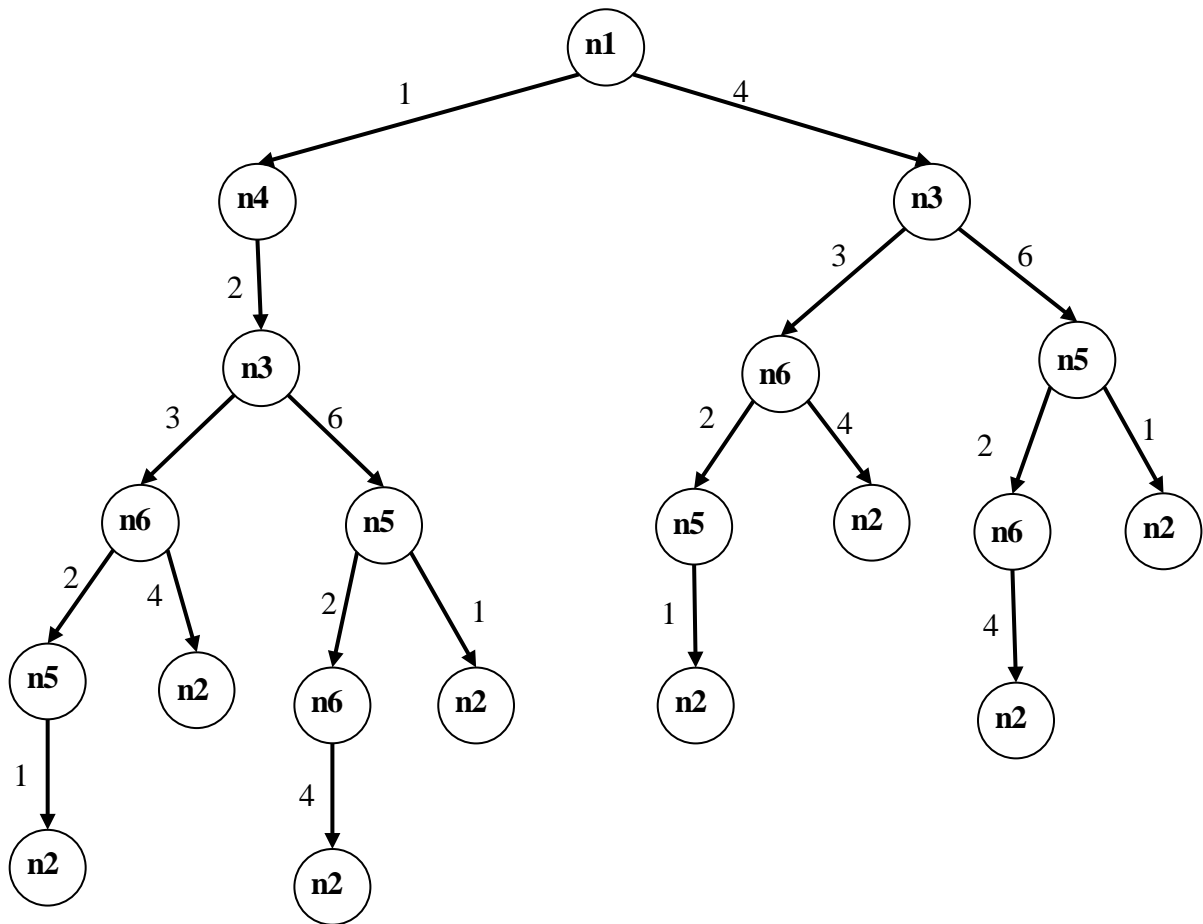
L1	[n1,n3,n5,n6,n2]
L2	[n1,n4,n3,n6,n5,n2]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Il grafo descritto dal problema è un grafo planare: si può disegnare su un piano in modo che gli archi non si incrocino come, per esempio, mostrato nella seguente figura.



Dal grafo si costruisce l'albero dei percorsi tra n1 e n2, come mostrato nella seguente figura.



Dall'albero è facile costruire tutti i percorsi tra n1 e n2 e la relativa lunghezza.

[n1,n4,n3,n6,n5,n2]	9
[n1,n4,n3,n6,n2]	10
[n1,n4,n3,n5,n6,n2]	15
[n1,n4,n3,n5,n2]	10
[n1,n3,n6,n5,n2]	10
[n1,n3,n6,n2]	11
[n1,n3,n5,n6,n2]	16
[n1,n3,n5,n2]	11

**ESERCIZIO 6**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente MOVIMENTI DI UN ROBOT O DI PEZZI DEGLI SCACCHI.

**PROBLEMA**

In un campo di dimensioni 10×10 un robot si muove come il cavallo nel giuoco degli scacchi; gli sono vietate, però, le mosse nelle direzioni della rosa dei venti comprese nella seguente lista:

[oso,sso,sse,ese]

cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate (col simbolo ♁) nella seguente figura.

	♁		♁	
♁				♁
		♁		
×				×
	×		×	

Nel campo di gara le caselle della seguente lista sono interdette al robot:

[[9,7],[7,8],[5,9],[6,8]].

N.B. Un elemento della lista descrive una casella indicandone l'ascissa, cioè la colonna, e l'ordinata, cioè la riga (a partire dallo spigolo in basso a sinistra del campo di gara).

Inoltre, in certe caselle sono presenti dei premi, descritti dalla seguente lista:

[[8,6,5],[9,8,6],[6,7,7],[4,8,9]].

N.B. Un elemento della lista ha la forma: [<ascissa>,<ordinata>,<premio>].

Partendo dalla casella [10,5], il robot deve raggiungere la casella [5,10], senza passare più di una volta per una stessa casella e raccogliendo i premi eventualmente contenuti nelle caselle in cui passa. Detto "premio complessivo" la somma dei premi raccolti dal robot, trovare:

- la lista L1 del percorso in cui si raccoglie il minor premio complessivo;
- la lista L2 del percorso in cui si raccoglie il maggior premio complessivo.

L1	[ ]
L2	[ ]

**SOLUZIONE**

L1	[[10,5],[8,6],[9,8],[7,9],[5,10]]
L2	[[10,5],[8,6],[6,7],[4,8],[5,10]]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Esiste una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo: costruire l'albero delle possibili mosse. Ogni nodo dell'albero è etichettato con le coordinate di una casella; si inizia con la radice che è la casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti figli quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Naturalmente il robot non può tornare in una casella in cui è già stato.

I nodi in cui ci si arresta (cioè le foglie dell'albero) sono la meta o una casella da cui il robot non si può muovere.

In casi "semplici", come il presente, si possono costruire direttamente tutti i percorsi possibili.



N.B. Il presente caso è “semplice” perché al robot è permesso di *muoversi solo verso l’alto*, quindi è facile visualizzarne i percorsi: in particolare all’inizio non potrà “salire” troppo, perché altrimenti non può raggiungere la quinta colonna (appunto perché è limitato nei movimenti). Il campo di gara è mostrato nella figura.

				⌚					
				■					
			9		■	■		6	
					7			■	
							5		
									†

Da [10,5] il robot può andare solo in [8,6] perché la casella [9,7] è interdetta. Per la seconda mossa il robot può andare in [10,7] o in [9,8] o in [6,7]. La prima non costituisce una mossa utile perché da [10,7] il robot non può andare in [5,10]. Da [9,8] il robot deve andare forzatamente in [7,9] (e concludere in [5,10]) perché da [10,10] e [8,10] non può raggiungere la meta.

Da [6,7] il robot può andare in [8,8], in [7,9] o in [4,8]; dalla prima casella non può raggiungere la meta, le altre due sono invece utili per concludere il tragitto alla mossa successiva.

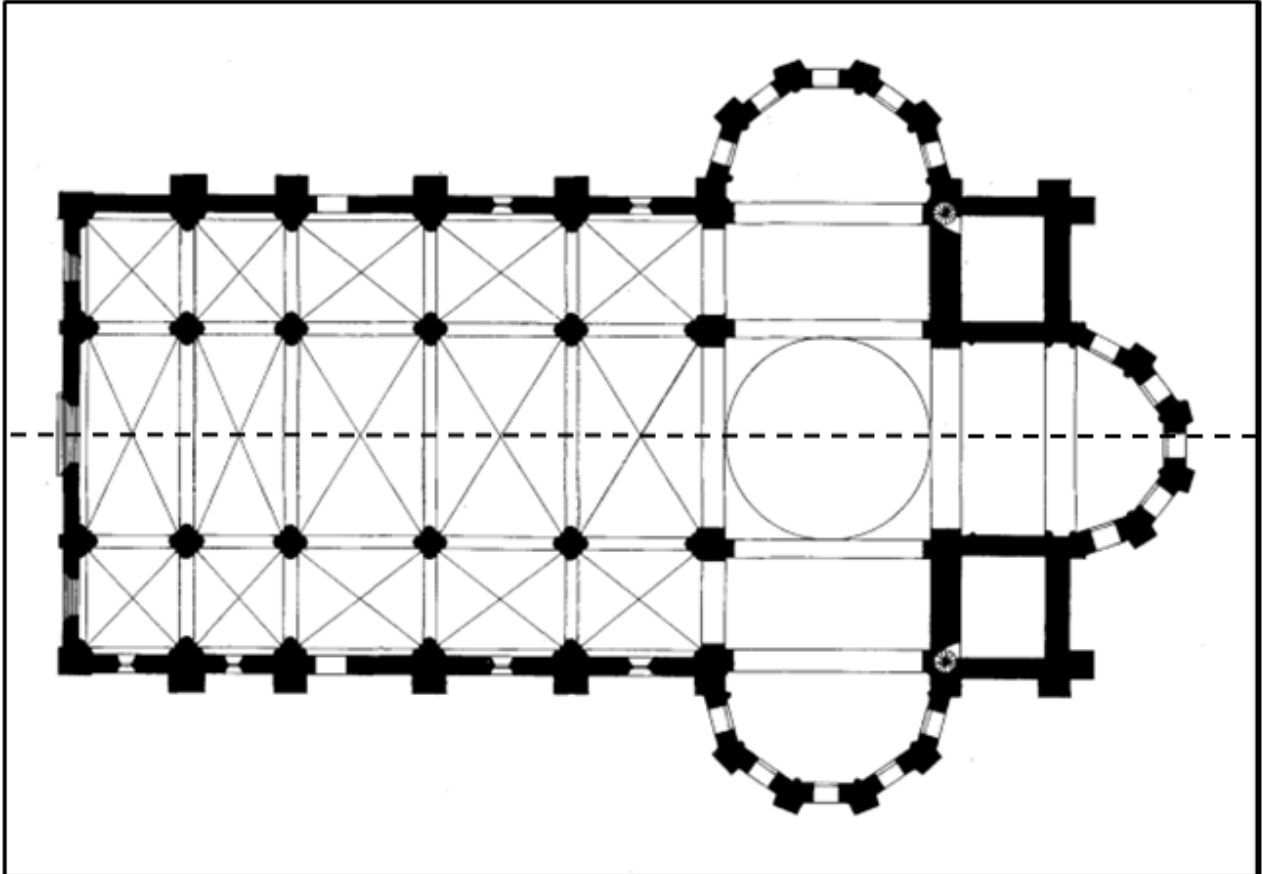
Ricapitolando i percorsi possibili, con la somma dei premi raccolti sono:

PERCORSO	PREMIO COMPLESSIVO
[[10,5],[8,6],[9,8],[7,9],[5,10]]	11
[[10,5],[8,6],[6,7],[7,9],[5,10]]	12
[[10,5],[8,6],[6,7],[4,8],[5,10]]	21

## ESERCIZIO 7

### PREMESSA

Si osservi attentamente la seguente pianta della Cattedrale di Santa Maria Assunta di Como.

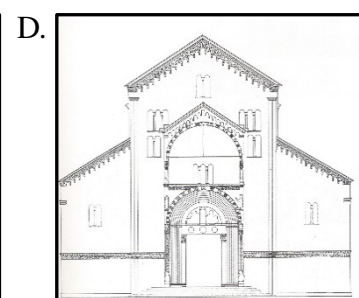


### PROBLEMA

Cercando su Internet i termini di cui, eventualmente, non si conosce il significato, rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. La pianta della Cattedrale di Santa Maria Assunta di Como è:
  - A. a croce commissa;
  - B. longitudinale;
  - C. a croce greca;
  - D. centrale.
  
2. In questa chiesa:
  - A. non c'è la cupola;
  - B. c'è una cupola poligonale;
  - C. ci sono tre cupole;
  - D. c'è la cupola.
  
3. In questa chiesa:
  - A. non è presente il portale d'entrata;
  - B. non ci sono le campate;

- C. non c'è l'abside;  
D. non c'è il narcece.
4. La navata centrale presenta:  
A. i matronei;  
B. pilastri a fascio;  
C. colonne;  
D. un presbiterio.
5. Tracciando un'ipotetica linea orizzontale che attraversa tutta la navata centrale (*linea tratteggiata*) si evidenzia:  
A. una simmetria centrale;  
B. una simmetria radiale;  
C. una simmetria assiale;  
D. che in realtà non c'è nessuna simmetria.
6. Le campate della navata centrale:  
A. hanno tutte la stessa misura/grandezza;  
B. presentano uguale larghezza, ma lunghezza differente;  
C. presentano uguale lunghezza, ma larghezza differente;  
D. sono in proporzione “di crescita” mano a mano che si va verso il centro della chiesa.
7. Il transetto è costituito:  
A. da due bracci speculari, ciascuno dei quali è costituito da più campate, aventi una doppia abside poligonale;  
B. da un'unica campata rettangolare con volta a crociera avente una doppia abside semicircolare;  
C. da due bracci speculari, ciascuno dei quali è costituito da più campate, aventi una doppia abside semicircolare;  
D. da due bracci speculari, ciascuno dotato di ambulacro, aventi una doppia abside poligonale.
8. La pianta della chiesa presenta una suddivisione in tre navate, a ciascuna delle quali:  
A. corrisponde un portale sulla facciata;  
B. corrisponde un corpo absidale;  
C. corrisponde, nella facciata, una fascia/cornice alternata di pietra e mattoni in cotto;  
D. corrisponde un pulpito nell'innesto con il transetto.
9. La facciata della Cattedrale di Santa Maria Assunta di Como potrebbe essere:



10. L'interno della Cattedrale di Santa Maria Assunta di Como potrebbe essere:

A.



B.



C.



D.



DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	D
3	D
4	B
5	C
6	B
7	A

8	A
9	A
10	C

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

1. La pianta è a croce latina, quindi ha un andamento longitudinale (risposta B, corretta). Le altre risposte contengono informazioni errate.
2. La forma circolare al centro del transetto è il simbolo della presenza della cupola (risposta D, corretta). La forma circolare non presenta lati, quindi non è una cupola poligonale (risposta B, errata); i tre elementi semi-poligonali non sono cupole ma semi-cupole absidali (risposta C, errata).
3. Il *nartece* è un porticato su colonne o pilastri, antistante le Basiliche/Chiese, riservato ad accogliere i penitenti o i catecumeni: non è presente nella pianta (risposta D, corretta). Le altre risposte sono palesemente errate (è evidente la presenza del portale, di campate e dell'abside).
4. Le pareti che dividono la navata centrale da quelle laterali presentano “pilastri a fascio”, rappresentati da questo simbolo



- che mostra le sfaccettature dei “fasci” (risposta B, corretta), differente dalla “colonna” che è liscia e mostrata dal simbolo di una circonferenza colorata di nero (risposta C, errata). In una piantina non è possibile evidenziare i matronei (galleria ricavata da una navata laterale e aperta su quella centrale) che in questa Chiesa comunque non ci sono (risposta A, errata); se ci fosse un presbiterio (zona circostante l'altare maggiore riservata al clero, separata dalle navate da un'iconostasi o da una balaustra sopraelevata con scalinate) si vedrebbe, in piantina, lo schema di una scalinata o di una parete divisoria (iconostasi), non presente in questa chiesa (risposta D, errata).
5. Una figura piana ha simmetria assiale se esiste una retta, detta asse di simmetria, che taglia la figura in due parti *speculari* (risposta C, corretta); una figura piana ha simmetria centrale se esiste un punto, detto centro di simmetria, tale che la figura ruotata, nel piano, di  $180^\circ$  rispetto al centro di simmetria rimane inalterata (risposta A, errata); una figura piana ha simmetria radiale se esiste un punto, detto centro di simmetria, tale che la figura ruotata, nel piano, di angolo che sia sottomultiplo di  $360^\circ$  (diverso da  $180^\circ$ ) rispetto al centro di simmetria rimane inalterata, per esempio un triangolo equilatero o un pentagono regolare (risposta B, errata).
  6. Le prime due campate della navata centrale (e anche di quelle laterali), rispetto alle restanti tre, presentano uguale larghezza, ma lunghezza inferiore (risposta B, corretta). Le altre risposte contengono informazioni errate.
  7. Il transetto (braccio che taglia longitudinalmente quello della navata centrale), è costituito da una campata centrale (quella della cupola), due altre campate a destra e a sinistra di quella centrale e da due estremi a forma di “absidi” poligonali (risposta A, corretta). Le altre risposte contengono informazioni errate.
  8. L'entrata alle tre navate (linea di sinistra nella pianta) è contraddistinta da tre elementi “grigi” che rappresentano i tre portali d'accesso visibili dalla facciata (risposta A, corretta). Le altre risposte contengono informazioni errate.
  9. Tre navate (una centrale e due laterali), tre portali sono le caratteristiche che dobbiamo riconoscere nelle facciate proposte e che potrebbero corrispondere alla pianta presentata nell'esercizio: solo l'immagine A mostra queste caratteristiche. L'immagine B presenta 5 navate, l'immagine C, presenta una torre campanaria (non evidenziata nella pianta) e l'immagine D presenta solo un portale d'entrata.

10. L'immagine A presenta una pianta circolare e non longitudinale; l'immagine B presenta 5 navate; l'immagine D presenta le scale che conducono al presbiterio: sono tutti interni incongruenti alla pianta. L'immagine C è quella corretta perché si riconoscono le campate della navata centrale, tre navate, l'abside e la cupola, tutti elementi presenti nella pianta presentata.

**ESERCIZIO 8**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

**PROBLEMA**

Si consideri la seguente procedura PRIMA.

```

procedure PRIMA;
variables A, K, J integer;
A ← 0;
K ← 0;
for J from 1 to 4 step 1 do;
    A ← A + J × K;
    K ← A + K + J;
endfor;
output A, K;
endprocedure;
    
```

Determinare il valore di output di A e K.

A	
K	

**SOLUZIONE**

A	117
K	146

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

	valori di J	valori di A	valori di K
prima dello statement "for"	indefinito	0	0
dopo la prima esecuzione del ciclo	1	0	1
dopo la seconda esecuzione del ciclo	2	2	5
dopo la terza esecuzione del ciclo	3	17	25
dopo la quarta esecuzione del ciclo	4	117	146

## ESERCIZIO 9

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

### PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura SECONDA:

```

Procedura SECONDA;
variables A, B, C, K integer;
input A, B, C;
if B ≤ A then K ← 2 × A;
           else K ← B + A;
endif;
if C > K then K ← C × B;
           C ← C × 2;
           else K ← C + A;
           C ← C × 3;
endif;
if K > 10 then K ← C × K;
            else K ← C + K;
endif;
output K;
endprocedure;
    
```

Se i valori di input per A, B e C sono rispettivamente 1, 2 e 7, trovare il valore di output per K.

K	
---	--

### SOLUZIONE

K	196
---	-----

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Dopo il primo “if” (viene preso il ramo “else”) K vale 3; dopo il secondo “if” (viene preso il ramo “then”) K vale 14 e C vale 14; dopo il terzo “if” (viene preso il ramo “then”) K vale 196.

**ESERCIZIO 10**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

**PROBLEMA3**

Si consideri la seguente procedura (*scritta in maniera sintatticamente scorretta*: i simboli X e Y non sono definiti).

```

procedura TERZA;
variables A, B, C, D integer;
input A, B;
C ← A + B + 2 × X;
D ← B + C + Y;
output C, D;
endprocedura;
    
```

Trovare, tra le variabili dichiarate nella procedura, il nome da sostituire a X e a Y per ottenere in output il valore 9 per C e il valore 14 per D, se i valori in input sono 2 per A e 3 per B.

nome della variabile da sostituire a X	
nome della variabile da sostituire a Y	

**SOLUZIONE**

nome della variabile da sostituire a X	A
nome della variabile da sostituire a Y	A

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

La soluzione si ottiene dal confronto del primo *statement* di assegnazione, riscritto sostituendo i valori delle variabili e completandolo per ottenere una eguaglianza corretta

$$9 = 2 + 3 + 2 \times 2$$

con lo *statement* originale.

$$C \leftarrow A + B + 2 \times X;$$

Analogamente per il secondo *statement* di assegnazione: confronto di

$$14 = 3 + 9 + 2$$

con

$$D \leftarrow B + C + Y;$$



**ESERCIZIO 11**
**PROBLEM**

Bill takes 3 hours to paint a fence; his sister Alice can paint the same fence in 4 hours, and his young brother Charlie can paint the same fence in 6 hours. How long will it take them if they work together?

If Alice leaves after one hour leaves (and only Bill and Charlie are left to paint) how long does it take to paint the fence? Put your answers, in hours and minutes, in the table below.

three at work		Alice leaves after 1 h.	
hours	minutes	hours	minutes

**SOLUTION**

three at work		Alice leaves after 1 h.	
hours	minutes	hours	minutes
1	20	1	30

**TIPS FOR THE SOLUTION**

In one hour: Bill will paint  $\frac{1}{3}$  of the fence;  
 Alice will paint  $\frac{1}{4}$  of the fence.  
 Charlie will paint  $\frac{1}{6}$  of the fence.

In one hour, together, they will paint  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$  of the fence, that is it takes them 20 minutes to paint  $\frac{1}{4}$  of the fence; so, the whole fence will take them one hour and twenty minutes.

If Alice leaves after one hour, only  $\frac{3}{4}$  of the fence are painted; Bill and Charlie would paint  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  of the fence in one hour, then it will take them half an hour to finish the work ( $\frac{1}{4}$  of the fence).

## ESERCIZIO 12

### PROBLEM

Alice uses the fingers of one hand to count as follows: the pinkie is first, the ring finger is second, the middle finger is third, the index finger is fourth and the thumb is fifth. Then she reverses direction so that the index finger is sixth, the middle finger is seventh, the ring finger is eighth and the pinkie is ninth. She goes on reversing direction again back toward the thumb (with the ring finger tenth) and continues this way back and forth along the fingers of one hand. Which finger will be the 100<sup>th</sup> one? Put the name of the finger (as spelled in the text: pinkie, ring finger, middle finger, index finger, thumb) in the box below.

### SOLUTION

### TIPS FOR THE SOLUTION

Let's put an imaginary label to the pinkie of Alice, on which she writes the numbers when it gets selected. When she starts, she will write 1; then she counts four fingers to the thumb and four back again, so that the pinkie gets selected on  $1 + 8 = 9$ ; next it gets selected on  $9 + 8 = 17$ , and so on: at each selection of the pinkie she will add 8 to the number written before. After 12 cycles the label of the pinkie will be

$$1 + 12 \times 8 = 97.$$

Therefore, the index finger will be the 100<sup>th</sup> one.