

### ESERCIZIO 1

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI.

#### PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[c],p)	regola(2,[a,t],p)	regola(3,[r,d],a)	regola(4,[a,p],u)
regola(5,[d],r)	regola(6,[b,q],a)	regola(7,[r,d],t)	regola(8,[a,p],w)

Trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **u** a partire da **b**, **c** e **q**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **w** a partire da **d**.

L1	
L2	

#### SOLUZIONE

L1	[1,6,4]
L2	[5,3,7,2,8]

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere questo tipo di problemi si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Per la prima domanda, **u** è deducibile solo con la regola 4, che ha come antecedenti **a** e **p** entrambi incogniti. **a** è deducibile con due regole: la 3, che ha come antecedenti **r** e **d** (entrambi incogniti), e la 6, che ha come antecedenti **b** e **q** (entrambi dati); è chiaro che si deve usare la regola 6. Anche **p** è deducibile con due regole: la 1, che ha come antecedente **c** (che è dato) e la 2, che ha come antecedenti **a** e **t** (il primo appena dedotto, il secondo incognito); è chiaro che si deve usare la regola 1. Il procedimento, quindi, è [1,6,4].

N.B. Nel costruire la lista associata a un procedimento, si ricordi che il primo elemento di tale lista è la prima regola che deve essere applicata, quindi (tutti) i suoi antecedenti devono essere dati. Inoltre si ricordi che se in un certo punto di un procedimento sono applicabili due regole (per esempio all'inizio del procedimento appena visto sono applicabili sia la regola 6, sia la regola 1) si deve dare la precedenza alla regola associata al numero minore.

Per la seconda domanda, **w** è deducibile solo con la regola 8, che ha come antecedenti **a** e **p**, entrambi incogniti. **a** è deducibile con due regole: la 3, che ha come antecedenti **r** e **d** (il primo incognito e il secondo dato), e la 6, che ha come antecedenti **b** e **q** (entrambi incogniti); è chiaro che conviene prima vedere se è usabile la regola 3. **r** è deducibile solo con la regola 5 che ha **d** (dato) come antecedente: quindi **a** può essere dedotto applicando in successione le regole 5 e 3. Per dedurre **p** esistono due regole: la regola 1, che ha come antecedente **c** (non dato e non deducibile con alcuna regola) e la regola 2, che ha come antecedenti **a** e **t**: il primo appena dedotto, il secondo incognito. **t** è deducibile solo con la regola 7, che ha come antecedenti **r** e **d**: il primo è già stato dedotto e il secondo è dato. Concludendo il procedimento è [5,3,7,2,8]. Per i procedimenti di deduzioni "lunghi" conviene costruire uno schema come il seguente per tenere conto delle regole applicate e delle variabili dedotte.

	5	3	7	2	8			
d	r	a	t	p	w			
dati	incognite via via dedotte							

**ESERCIZIO 2**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente FATTI E CONCLUSIONI

**PROBLEMA**

Antonio, Bartolo e Carlo hanno tre *pullover* nuovi, di diverso colore: marrone, verde e bianco. I tre ragazzi hanno corporature diverse e, infatti, i tre *pullover* sono di taglia S (small), M (medium) e L (large).

Riempire la successiva tabella sapendo che:

1. Carlo è il più minuto dei tre;
2. il pullover di color marrone ha la misura più grande e non è di Bartolo;
3. il pullover bianco sta stretto a un ragazzo e largo a un altro.

N.B. Nella seconda colonna scrivere, nell'ordine opportuno, marrone, verde, bianco; nella terza colonna scrivere nell'ordine opportuno S, M, L.

ragazzo	pullover	
	colore	taglia
Antonio		
Bartolo		
Carlo		

**SOLUZIONE**

ragazzo	pullover	
	colore	taglia
Antonio	marrone	L
Bartolo	bianco	M
Carlo	verde	S

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Le caratteristiche sono: “ragazzo”, “colore”, “taglia”. Si può assumere che la coppia di caratteristiche più importanti sia ragazzo/colore; il *master board* quindi ha la struttura seguente.

	colore	taglia
ragazzo		
taglia		

Il *master board* completo è quindi il seguente.

	marrone	verde	bianco	S	M	L
Antonio						
Bartolo						
Carlo						
S						

M			
L			

È facile riportare i fatti.

	marrone	verde	bianco	S	M	L
Antonio						
Bartolo	X <sub>2</sub>					
Carlo				O <sub>1</sub>		
S						
M			O <sub>3</sub>			
L	O <sub>2</sub>					

Infatti il primo fatto equivale a dire che Carlo ha taglia S, il secondo è chiaro, il terzo equivale a dire che il pullover bianco è di taglia M.

Si possono trarre le conclusioni.

a) completamento, prima rispetto alle O, poi rispetto alle X.

	marrone	verde	bianco	S	M	L
Antonio				X <sub>a</sub>		
Bartolo	X <sub>2</sub>			X <sub>a</sub>		
Carlo				O <sub>1</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>
S	X <sub>a</sub>	O <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>			
M	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>3</sub>			
L	O <sub>2</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>			

b) ribaltamento della O dell'incrocio L/marrone rispetto la X dell'incrocio Bartolo/marrone: si mette una X nell'incrocio Bartolo/L

	marrone	verde	bianco	S	M	L
Antonio				X <sub>a</sub>		
Bartolo	X <sub>2</sub>			X <sub>a</sub>		X <sub>b</sub>
Carlo				O <sub>1</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>



S	$X_a$	$O_a$	$X_a$
M	$X_a$	$X_a$	$O_3$
L	$O_2$	$X_a$	$X_a$

c) completamento delle X e delle O nel quadrante nomi/taglie.

	marrone	verde	bianco	S	M	L
Antonio				$X_a$	$X_c$	$O_c$
Bartolo	$X_2$			$X_a$	$O_c$	$X_b$
Carlo				$O_1$	$X_a$	$X_a$
S	$X_a$	$O_a$	$X_a$			
M	$X_a$	$X_a$	$O_3$			
L	$O_2$	$X_a$	$X_a$			

d) incrocio delle O del quadrante nomi/taglie con quelle del quadrante taglie/colori.

	marrone	verde	bianco	S	M	L
Antonio	$O_d$			$X_a$	$X_c$	$O_c$
Bartolo	$X_2$		$O_d$	$X_a$	$O_c$	$X_b$
Carlo		$O_d$		$O_1$	$X_a$	$X_a$
S	$X_a$	$O_a$	$X_a$			
M	$X_a$	$X_a$	$O_3$			
L	$O_2$	$X_a$	$X_a$			

e) completamento delle O del quadrante nomi/colori (naturalmente non è necessario, perché la soluzione è già determinata).

	marrone	verde	bianco	S	M	L
Antonio	$O_d$	$X_e$	$X_e$	$X_a$	$X_c$	$O_c$
Bartolo	$X_2$	$X_e$	$O_d$	$X_a$	$O_c$	$X_b$
Carlo	$X_e$	$O_d$	$X_e$	$O_1$	$X_a$	$X_a$
S	$X_a$	$O_a$	$X_a$			

M	$X_a$	$X_a$	$O_3$
L	$O_2$	$X_a$	$X_a$

### ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente SOTTOSEQUENZE.

#### PROBLEMA

Considerare la sequenza descritta dalla seguente lista:

[19,8,27,2, 3,18,9,6, 20,7,28,21,22,11]

Trovare la lunghezza N della più lunga sottosequenza *crescente* e scriverla nella seguente tabella.

N	
---	--

#### SOLUZIONE

N	6
---	---

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La sequenza è composta da 14 numeri: sono facilmente identificabili le sottosequenze crescenti massimali (cioè quelle a cui non si può aggiungere nulla in coda), tra le quali cercare quella di lunghezza massima. Conviene organizzare la ricerca considerando ciascun numero della sequenza come possibile “punto di partenza” di una o più sottosequenze crescenti, verificando “quanto lontano” si può giungere considerando solo numeri crescenti.

Per prima cosa, è immediato capire che il primo numero (19) dà inizio a una sottosequenza corta, che può subito essere trascurate. Il numero 8 invece è un buon punto di partenza, da cui si possono costruire le sottosequenze:

[8,9,20,21,22],

[8,18,20,21,22]

che hanno lunghezza 5. È abbastanza immediato che si può trascurare 27; da 2 partono più sottosequenze massimali:

[2,3,6,7,21,22]

[2,3,6,20,21,22]

[2,3,9,20,21,22]

[2,3,18,20,21,22]

che hanno tutte lunghezza 6; i numeri successivi sono maggiori di 2, quindi non possono dare origini a sottosequenze crescenti più lunghe. Dunque la soluzione è 6.

**ESERCIZIO 4**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente MOVIMENTI DI UN ROBOT O DI PEZZI DEGLI SCACCHI.

**PROBLEMA**

In un campo di gara il robot è nella casella [15,15] con orientamento verso il basso: trovare la lista L (più breve) dei comandi da assegnare al robot per fargli compiere il percorso descritto dalla seguente lista di caselle [[15,15], [15,14], [16,14], [15,14], [15,13], [14,13]].

N.B. I comandi da usare sono i seguenti:

- f fa spostare il robot di una casella nella direzione in cui è orientato;
- o fa ruotare il robot in senso *orario* di 90 gradi;
- a fa ruotare il robot in senso *antiorario* di 90 gradi.

Per una rotazione di 180° usare due rotazioni antiorarie (anziché due rotazioni orarie).

Scrivere la soluzione nella successiva tabella.

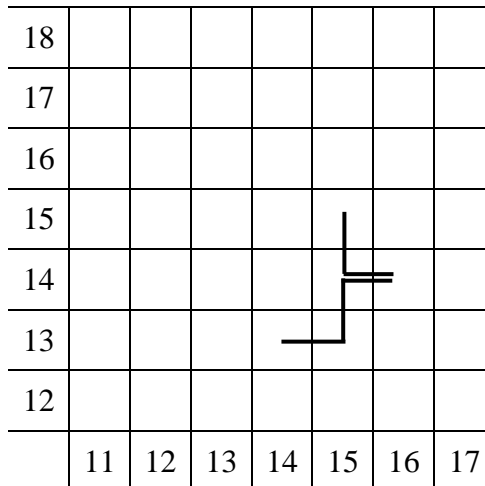
L	
---	--

**SOLUZIONE**

L	[f,a,f,a,a,f,a,f,o,f]
---	-----------------------

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Si indichino con n, e, s, w gli orientamenti del robot verso l'alto (nord), verso destra (est), verso il basso (sud), verso sinistra (west), rispettivamente. In questo modo lo stato del robot può essere individuato da una lista di tre elementi: i primi due sono le coordinate della casella in cui è il robot, e il terzo è l'orientamento. Lo stato iniziale è, quindi [15,15,s]. Il problema si risolve facilmente disegnando prima il percorso che il robot deve seguire.



Dal disegno (che mostra solo parzialmente il campo di gara, con il valore delle coordinate) è semplice determinare i comandi che fanno compiere tale percorso.

da stato	a stato	comando	caselle del percorso successive alla prima
[15,15,s]	[15,14,s]	f	[15,14]
[15,14,s]	[15,14,e]	a	
[15,14,e]	[16,14,e]	f	[16,14]
[16,14,e]	[16,14,n]	a	
[16,14,n]	[16,14,w]	a	





[16,14,w]	[15,14,w]	f	[15,14]
[15,14,w]	[15,14,s]	a	
[15,14,s]	[15,13,s]	f	[15,13]
[15,13,s]	[15,13,w]	o	
[15,13,w]	[14,13,w]	f	[14,13]

### ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

#### PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA1.

```

procedura PROVA1;
variables A, J, K integer;
A ← 0;
K ← 0;
for J from 1 to 3 step 1 do;
    K ← J + A × K;
    A ← J + A × K;
endfor;
output A;
endprocedura;
    
```

Determinare il valore di output di A.

A	
---	--

#### SOLUZIONE

A	93
---	----

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I valori di A e J *prima* del ciclo e *dopo* ciascuna delle 3 ripetizioni del ciclo sono mostrate dalla seguente tabella.

	valore di J	valore di K	valore di A
prima del ciclo	indefinito	0	0
dopo la prima ripetizione	1	1	1
dopo la seconda ripetizione	2	3	5
dopo la terza ripetizione	3	18	93

## ESERCIZIO 6

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

### PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura (*scritta in maniera sintatticamente scorretta*: i simboli X e Y non sono definiti).

```

procedura PROVA2;
variables A, B, C, D integer;
D ← 0;
input A, B, C;
D ← A + X + 2 × Y;
output D;
endprocedura;
    
```

Trovare, tra i nomi delle variabili dichiarate nella procedura (cioè tra A, B, C, D), il nome da sostituire a X e a Y per ottenere in output il valore 14 per D se i valori in input sono 1 per A, 7 per B e 11 per C.

nome della variabile da sostituire a X	
nome della variabile da sostituire a Y	

### SOLUZIONE

nome della variabile da sostituire a X	C
nome della variabile da sostituire a Y	A

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per ottenere il valore richiesto per D, basta osservare che

$$14 = 1 + 11 + 2 \times 1.$$

e confrontare tale espressione con

$$D \leftarrow A + X + 2 \times Y$$

ricordando che C vale 11 e A vale 1.

## ESERCIZIO 7

### PROBLEM

Alice's garden contains rhododendron bushes and forsythia bushes. They are arranged in rows. The first is a row of six rhododendron bushes, then a row of ten forsythia bushes, then six rhododendrons, then ten forsythias, and so on. The rows alternate and finish with a row of rhododendrons. There are 70 forsythia bushes; how many rhododendron bushes are there?

Put your answer, as an integer, in the box below.

### SOLUTION

48

### TIPS FOR THE SOLUTION

There must be 7 rows of forsythias: indeed  $70/10 = 7$ ; so, there are 8 rows of rhododendron bushes because the garden starts and finishes with a row of rhododendrons. In total there are  $6 \times 8 = 48$  rhododendron bushes.

## ESERCIZIO 8

### PROBLEM

Bob should climb a flight of 6 stairs. He can go from one stair to the next one (1-step), or can miss out a stair and go up two at once (2-steps), or any combination of these two ways. How many ways can he go up the 6 stairs?

Put your answer, as an integer, in the box below.

### SOLUTION

13

### TIPS FOR THE SOLUTION

One can write down the different possibilities, using 1 for “1-step” and 2 for “2-step”:

111111  
 21111  
 12111  
 11211  
 11121  
 11112  
 2211  
 2121  
 2112  
 1221  
 1212  
 1122  
 222

Alternatively, one can observe that if one has written down all the ways to climb a 5-stair flight, adding a “1” (to the right) one obtains some ways to climb a 6-stair flight; moreover, if one has written down all the ways to climb a 4-stair flight, adding a “2” (to the right) one obtains some other ways to climb a 6-stair flight. It is easy to see that there are no more ways to climb such a 6-stair flight in addition of the ones just seen: so, the ways to climb a  $n$ -stair flight are the Fibonacci numbers: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... : that is a sequence that starts with 1 and 2 and in which any other term is obtained summing the two preceding ones.