

Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono (necessariamente) proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono, segmenti di retta). Per rispondere alle domande occorre elencare sistematicamente *tutti* i percorsi, che non passino più volte per uno stesso punto, tra n1 e n6:

PERCORSO da n1 a n6	LUNGHEZZA
[n1,n2,n3,n6]	$5+6+11=22$
[n1,n2,n5,n4,n6]	$5+8+3+8=24$
[n1,n2,n5,n6]	$5+8+4=17$
[n1,n3,n2,n5,n4,n6]	$7+6+8+3+8=32$
[n1,n3,n2,n5,n6]	$7+6+8+4=25$
[n1,n3,n6]	$7+11=18$
[n1,n4,n5,n2,n3,n6]	$5+3+8+6+11=33$
[n1,n4,n5,n6]	$5+3+4=12$
[n1,n4,n6]	$5+8=13$

L1, K1, L2, K2 seguono immediatamente.

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento alla Guida OPS 2017, problema ricorrente SOTTOSEQUENZE.

PROBLEMA

Considerate la sequenza descritta dalla seguente lista:

[25,15,50,30,25,24,45,27,40,12]

Si trovi la lista L che elenca i numeri che formano la più lunga sottosequenza *strettamente* decrescente (“strettamente” vuol dire che nella sottosequenza non devono esserci numeri ripetuti).

L []

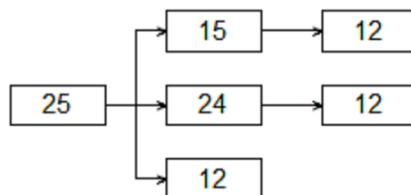
SOLUZIONE

L [[50,30,25,24,12]]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

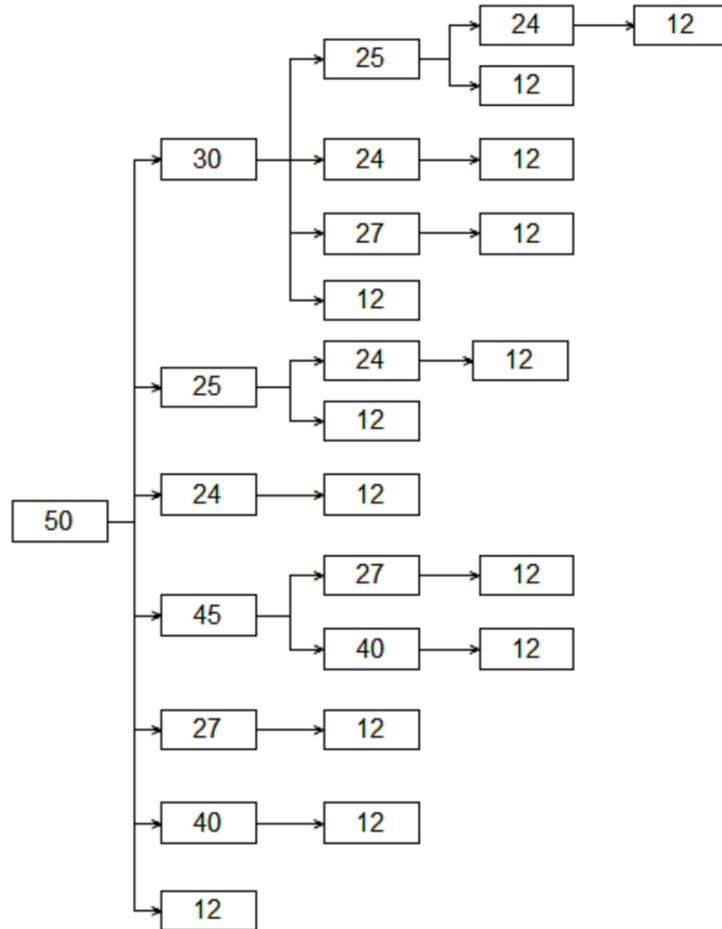
In questo problema la struttura della sequenza principale è complessa ed è quindi opportuno effettuare una ricerca tra tutte le sottosequenze decrescenti, per individuare la più lunga. Si può adottare il metodo “rapido”, in modo da evitare di perdere tempo esaminando sottosequenze che non possono essere più lunghe di altre.

Si cominci con la costruzione delle sottosequenze che iniziano con il primo numero 25. Si ottiene lo schema seguente.



A partire da 15, l’unica sottosequenza decrescente è [15, 12].

Proseguiamo con le sottosequenze che iniziano con 50, che è il numero più grande di tutta la sequenza principale. Lo schema seguente rappresenta tutte le sottosequenze esaminate, la più lunga delle quali è [50,30,25,24,12]



A questo punto si osservi che tutti i numeri che seguono 50 nella sequenza principale appartengono, essendo minori di 50, ad almeno una sottosequenza decrescente che inizia con 50. Pertanto qualunque sottosequenza decrescente che inizia in uno di essi sarà la parte terminale di una sequenza decrescente che inizia da 50, e quindi sarà più corta di quest'ultima. La soluzione cercata, quindi, è:

[50,30,25,24,12].

ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente CRITTOGRAFIA.

PROBLEMA

Il servizio segreto ha captato il seguente messaggio “nemico”:

[i,t,e,x,k,f,h,z,t,k,b,u,t,e,w,b,w,h,w,b,v,b]

Utilizzando altre informazioni decifrate in precedenza, si ipotizza che questo messaggio sia cifrato con il semplice metodo di Giulio Cesare e possa contenere un indirizzo composto nell’ordine dal nome di una città italiana seguito dal nome di una via o piazza con numero civico finale scritto in lettere. Aiutate il servizio segreto a trovare il nome N1 della città, il nome N2 della via o della piazza e il numero civico N3, scritto in lettere.

Utilizzare l’alfabeto seguente:

[a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z],

e riportare le risposte nella tabella seguente come parole in lettere minuscole.

N1	
N2	
N3	

SOLUZIONE

N1	palermo
N2	garibaldi
N3	dodici

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione diventa evidente costruendo prima la tabella degli alfabeti, come la seguente (che si suppone continuata fino alla chiave 25).

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	
1	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	
2	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	
3	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	
4	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	
5	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	
6	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	
7	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	
...																											
19	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	
...	...																										

Successivamente si costruisce una tabella come la seguente, in cui ogni parola cifrata è decifrata con una chiave successiva diversa finché diventa leggibile ed ha le proprietà richieste.

chiave di decifratura	testo decifrato
	[i,t,e,x,...]
1	[h,s,...]
2	[g,r,c,...]
3	[f,q,...]
4	[e,p,a,t,g,...]



5	[d,o,z,s,...]
6	[c,n,y, ,...]
...	...
19	[p,a,l,e,r,m,o,g,a,r,i,b,a,l,d,i,d,o,d,i,c,i]

Naturalmente, per ogni chiave provata, si interrompe la decifrazione quando è evidente che il testo decifrato non è “italiano corrente” e quindi la chiave non è quella cercata. La chiave è 19 e le parole sono: palermo, garibaldi, dodici.



[7,12,s]	[7,11,s]	f	[7,11]
[7,11,s]	[7,10,s]	f	[7,10]
[7,10,s]	[7,10,w]	o	
[7,10,w]	[7,10,n]	o	
[7,10,n]	[7,11,n]	f	[7,11]
[7,11,n]	[7,12,n]	f	[7,12]
[7,12,n]	[7,12,e]	o	
[7,12,e]	[8,12,e]	f	[8,12]

ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura SECONDA.

```

procedura SECONDA;
variables A, K, J integer;
A ← 0;
K ← 0;
for J from 1 to 4 step 1 do;
    A ← A + J × 2;
    K ← A + J + K × 2;
endfor;
output A, K;
endprocedura;
  
```

Determinare il valore di output di A e K.

A	
K	

SOLUZIONE

A	20
K	110

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

 I valori delle variabili J, A e K prima del ciclo “for” e *dopo ogni* ripetizione sono riportati nella seguente tabella.

	valore di J	valore di A	valore di K
Prima del ciclo “for”	indefinito	0	0
dopo la prima ripetizione	1	2	3
dopo la seconda ripetizione	2	6	14
dopo la terza ripetizione	3	12	43
dopo la quarta ripetizione	4	20	110

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura ERR (scritta in maniera sintatticamente scorretta perché i simboli **X**, **Y** e **Z** non sono presenti fra le variabili della procedura).

```

procedure ERR;
variables A, B, C, D integer;
D ← 0;
input A, B, C;
D ← A + B + C + 2 × X + Y + 4 × Z;
output D;
endprocedure;
    
```

Trovare, tra le variabili dichiarate nella procedura, i nomi da sostituire a “**X**”, “**Y**” e “**Z**” per ottenere in output il valore 56 per D se i valori in input sono 7 per A, 5 per B e 3 per C. Scrivere i nomi della variabile (*senza apici*) nella seguente tabella.

nome della variabile da sostituire a “ X ”	
nome della variabile da sostituire a “ Y ”	
nome della variabile da sostituire a “ Z ”	

SOLUZIONE

nome della variabile da sostituire a “ X ”	B
nome della variabile da sostituire a “ Y ”	C
nome della variabile da sostituire a “ Z ”	A

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

L’espressione $A + B + C$ (che compare nello *statement* $D \leftarrow A + B + C + 2 \times X + Y + 4 \times Z$; vale 15 (dopo l’esecuzione dello *statement* di input).

D’altra parte $56 - 15 = 41$, quindi occorre risolvere l’equazione

$$2 \times X + Y + 4 \times Z = 41$$

dovendo scegliere i valori di **X**, **Y** e **Z** tra 3, 5, 7.

È evidente (dopo qualche tentativo) che **X** deve valere 5, **Y** deve valere 3 e **Z** deve valere 7: cioè, nella procedura, a “**X**” si deve sostituire “B”, a “**Y**” si deve sostituire “C” e a “**Z**” si deve sostituire “A”.

ESERCIZIO 7

PROBLEM

It took 9 people 5 hours to unload 3 identical pickup trucks.

How many hours will it take 10 people to unload 4 trucks with the same load? How long if the load of each truck is increased by $1/6$?

Put your answers in the table below as unsigned integer numbers of hours.

hours to unload 4 trucks	
hours to unload 4 trucks with the increased load	

SOLUTION

hours to unload 4 trucks	6
hours to unload 4 trucks with the increased load	7

TIPS FOR THE SOLUTION

Each truck requires $9 \times 5 / 3 = 15$ hours of work; four trucks require 60 hours of work and, with the load increased by $1/6$, 70 hours of work. Ten people could complete these works in 6 and 7 hours respectively.

ESERCIZIO 8

PROBLEM

Alice and Bob inherited a flock of sheep. They sold the entire flock, receiving for each sheep the same number of dollars as there were sheep in the flock. The money was given to them in \$10 bills and some change. They divided the bills by dealing them out alternatively; Alice complained that this was not fair because Bob received both the first and the last bills, thus getting \$10 more. To even things up, Bob gave Alice all the change, but Alice argued that it was still unfair. Bob agreed to give her a cheque for the difference. What was the value of the cheque?

Put your answer as an unsigned integer in the box below.

Hint: try to figure out what the last digit of the amount paid could be, if this amount is a square and has the next-to-last digit odd (implied by an odd number of \$10 bills).

SOLUTION

TIPS FOR THE SOLUTION

If the number of sheep is n , the total number of dollars received is n^2 . This was paid in \$10 bills plus some coins. Since Bob drew both the first and the last bill, the number of \$10 bills must odd, so the next-to-last digit of n^2 must be odd. For any number multiple of ten, its square has the next-to-last digit equal to zero: this case can be excluded; so n is not a multiple of 10, hence can be written as

$$n = 10k + c,$$

with $c < 10$. Because

$$n^2 = (10k + c)^2 = 100k^2 + 20kc + c^2 = (5k^2 + kc) \times 20 + c^2,$$

then:

- the last digit of $(5k^2 + kc) \times 20$ is zero,
- the next-to-last digit of $(5k^2 + kc) \times 20$ is *even*.

That means:

- the last digit of n^2 is the last digit of c^2 ,
- the next-to-last digit of n^2 is odd or even according to the next-to-last digit of c^2 .

Only two numbers less than 10 have squares with the next-to-last digit odd: 4 and 6 which squares are 16 and 36 respectively. Both squares end in 6, so n^2 is a number ending in 6. Thus, the amount in coins consisted of 6 dollars.

After receiving 6 dollars Alice still had 4 dollars less, so to even things up, Bob wrote a cheque for \$2.