ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b)**; utilizzando queste regole, conoscendo [**a**,**b**], è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) applicando la regola 19 per dedurre **w.** La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo [**a,b**] e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da [**a**,**b**]. Il numero di elementi della lista (cioè di regole da applicare) si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA

Utilizzando le seguenti regole:

regola(1,[a,n],f)	regola(2,[m,n],d)	regola(3,[m,a],h)
regola(4,[m,a],n)	regola(5,[n,h,d],w)	regola(6,[h,f,w],b)

1. trovare la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **f** a partire da **m** e **a**;
2. trovare la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **w** a partire da **m** e **a**,
3. trovare la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **b** a partire da **a** e **m**;

N.B. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. Ad ogni passo del procedimento, se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[4,1]
L2	[3,4,2,5]
L3	[3,4,1,2,5,6]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

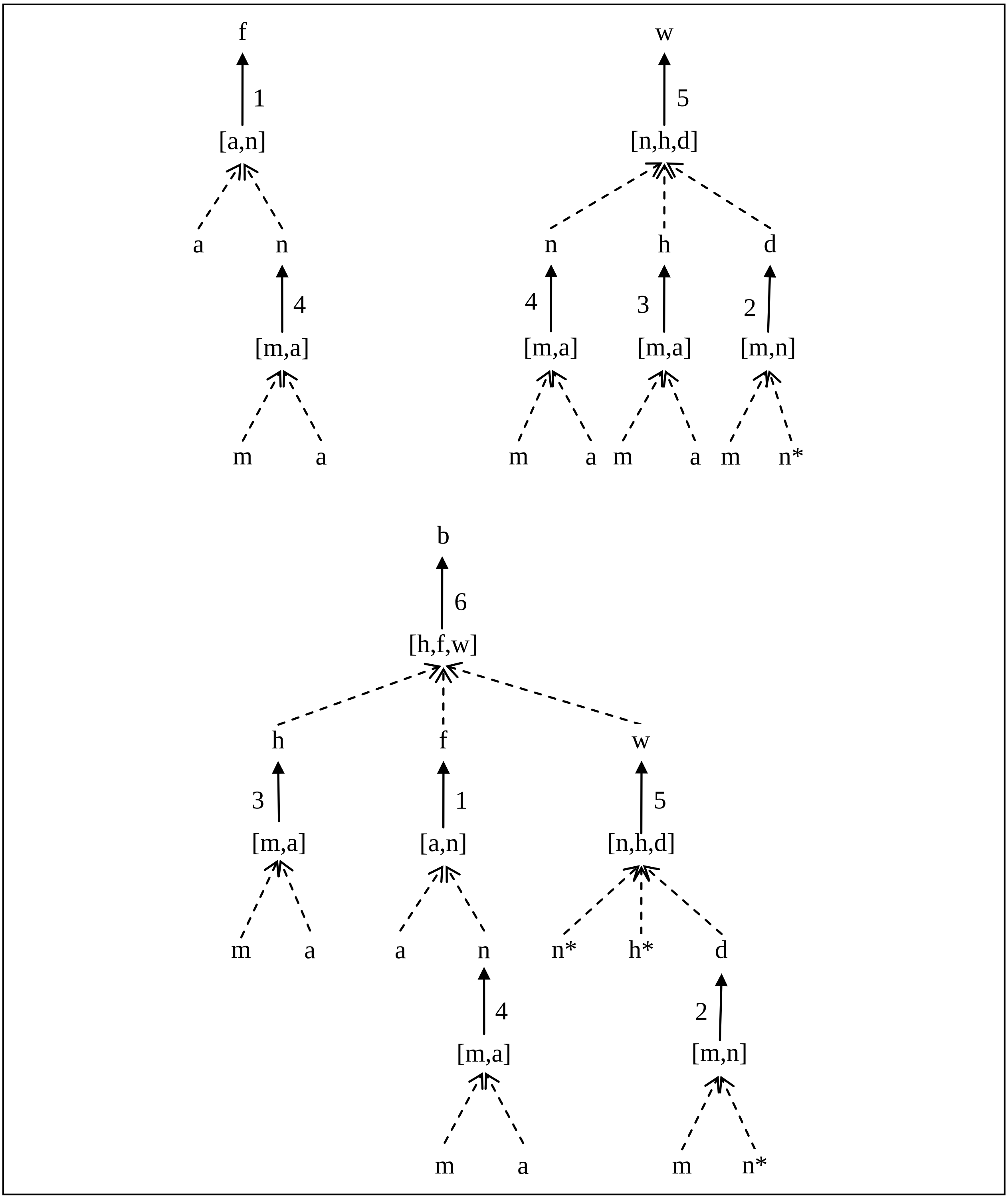
Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Per la prima domanda si verifica immediatamente che **f** compare come conseguente solo nella regola 1: questa ha come antecedenti **a** (dato) e **n** incognito; **n** è deducibile da **m** e **a** con la regola 4. Il processo completo è mostrato dall'albero in alto a sinistra della figura che segue; la lista L1 è [4,1].

Per la seconda domanda si verifica immediatamente che **w** compare come conseguente solo nella regola 5: questa ha come antecedenti **n**, **h** e **d**, tutti incogniti; **n** è deducibile da **m** e **a** con la regola 4; **h** è deducibile da **m** e **a** con la regola 3; **d** è deducibile con la regola 2 da **m** (dato) e **n** già dedotto;. Il processo completo è mostrato dall'albero in alto a destra della figura che segue; la lista L2 è [3,4,2,5].

Per la terza domanda si verifica immediatamente che **b** compare come conseguente solo nella regola 6: questa ha come antecedenti **h**, **f** e **w**. Questi sono stati dedotti nelle domande precedenti. Il processo completo è mostrato dall'albero in basso della figura che segue; la lista L3 è [3,4,1,2,5,6]: nel costruire tale lista occorre fare attenzione ad elencare le regole con i criteri esplicitati nel N.B. alla fine del problema.

N.B. Gli alberi di figura sono stati costruiti da *sinistra verso destra*, così le prima occorrenza (da sinistra) di un elemento è stata "dedotta", mentre l'altra è indicata come nota (da un *). Costruendoli da destra si sarebbe ottenuti un alberi "diversi", ma le liste sarebbero state le stesse.


f
1
[a,n]
a
n
4
[m,a]
m
a
w
5
[n,h,d]
n
h
d
4
3
2
[m,a]
[m,a]
[m,n]
m
a
m
a
m
n*
b
6
[h,f,w]
h
f
w
3
1
5
[m,a]
[a,n]
[n,h,d]
m
a
a
n
n*
h*
d
4
2
[m,a]
[m,n]
m
a
m
n*

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q											
		5	■	■		■			S				
			7	P									
■	■	3											
🚶		■											

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot 🚶 sono [1,1].
Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

	♘		♘	
♘				♘
		🚶		
♘				♘
	♘		♘	

Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].
In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi riportati nella prima figura sono descritti dalla seguente lista [[3,2,3],[4,3,7],[3,4,5]].
Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla lista:

[[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]]

e ha un totale di premi accumulati pari a 10.

PROBLEMA

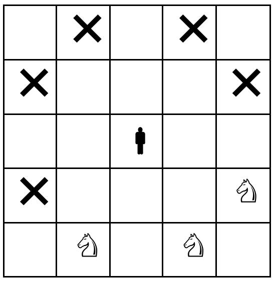
In un campo di gara di dimensioni 6×6, il robot deve eseguire percorsi (senza passare più di una volta su una stessa casella) per raccogliere premi posti in alcune caselle del campo di gara. Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[3,6],[4,3],[5,1],[6,4]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[3,5,10],[5,4,11],[2,5,12],[2,3,13],[2,6,14],[5,3,15].

Al robot sono inoltre *vietati* i movimenti corrispondenti alle direzioni della rosa dei venti indicate nella seguente lista [oso,ono,nno,nne,ene], cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate (col simbolo ♘) nella seguente figura.



Partendo dalla casella [1,6], il robot deve raggiungere la casella [6,1]; trovare:

- il percorso L1 corrispondente al minimo di premi raccoglibili,
- il percorso L2 corrispondente al massimo di premi raccoglibili.

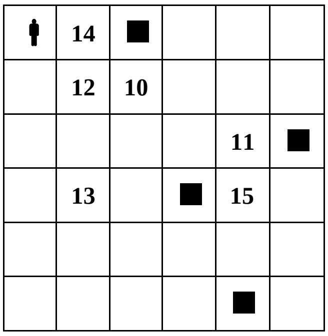
L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[[1,6],[3,5],[5,4],[4,2],[6,1]]
L2	[[1,6],[3,5],[2,3],[4,2],[6,1]]

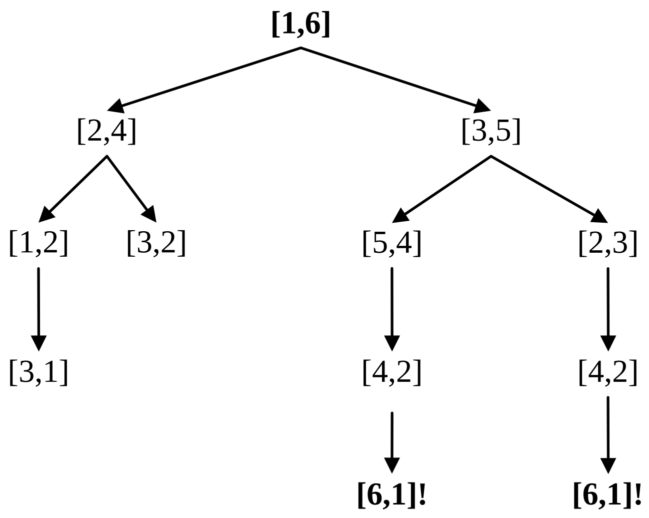
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nella figura.



Il robot parte dalla casella [1,6]; con la prima mossa può andare solamente in [2,4] o in [3,5]; è facile vedere che se va in [2,4] non potrà mai andare in [6,1], visti i limiti al movimento imposti dal problema. Da [3,5] può andare solo in [2,3] e [5,4]: da queste può raggiungere la meta solo passando da [4,2]. Poiché esistono solo due percorsi per il robot (compatibili con i vincoli sul movimento e le caselle interdette) è facile rispondere alle due domande.

Esiste una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo: costruire l'*albero delle possibili mosse*. Come mostrato nella seguente figura, si inizia con la *radice* che è la casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Per esempio da [1,6] si può andare in [2,4] o in [3,5]; da [2,4] si può andare in [1,2], [3,2] e così via. Ci si arresta quando si è arrivati alla *meta* (caratterizzata da "!" in figura) o in una casella da cui non ci si può muovere.



Un percorso è una successione di nodi dalla radice alle foglie meta. I premi accumulati sono 21 e 23 rispettivamente per il percorso più a sinistra e quello più a destra nell'albero come disegnato in figura.

N.B. L'albero delle possibili mosse è "facile" da costruire in problemi, come quello in esame, in cui il robot non può percorrere dei cicli (a causa delle mosse vietate); altrimenti occorre aggiungere opportuni vincoli (come, ad esempio, quello che ogni nodo aggiunto sia diverso da tutti gli antenati), per evitare rami di lunghezza infinita.

ESERCIZIO 3

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti 6 minerali:

tab(m1,16,18) tab(m2,14,14) tab(m3,12,11)
tab(m4,19,19) tab(m5,18,11)

PROBLEMA

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 50 Kg, trovare la lista L delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo mezzo che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V. Nella lista, elencare le sigle in ordine lessicale crescente: per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<m3<m4<m5.

L	
V	

SOLUZIONE

L	[m1,m4,m5]
V	53

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre considerare tutte le combinazioni di 3 minerali tra quelli presenti nel deposito, tra queste scegliere quelle che possono essere trasportate dall'autocarro e tra quest'ultime determinare quella di maggior valore.

Combinazioni di 3 materiali	valore	peso	
[m1,m2,m3]	42	43	
[m1,m2,m4]	49	51	non trasportabile
[m1,m2,m5]	48	43	
[m1,m3,m4]	47	48	
[m1,m3,m5]	46	40	
[m1,m4,m5]	53	48	massimo valore trasportabile
[m2,m3,m4]	45	44	
[m2,m3,m5]	44	36	
[m2,m4,m5]	51	44	
[m3,m4,m5]	49	41	

ESERCIZIO 4

PROBLEMA
Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA2, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output di M.

```
procedure PROVA2;
variables A, M, I, K integer;
input K;
for I from 1 to K step 1 do
        input A;
        M ← 0;
        while M<A do
                M ← M +  A - I;
        endwhile;
        output M;
endfor;
endprocedure;
```

I valori in input sono: 5 per K e nell'ordine 10, 20, 30, 40, 50 per A; sistemare i 5 valori di M, prodotti ordinatamente in output dalla procedura, nella seguente tabella.

VALORI IN OUTPUT PER M

SOLUZIONE

VALORI IN OUTPUT PER M
18
36
54
72
90

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Il valore di input per K è 5: il ciclo "for" viene quindi eseguito 5 volte con valori di I che vanno da 1 a 5; la variabile A assume quindi via via i 5 valori in input; i cambiamenti di valore delle variabili sono mostrati nella seguente tabella.

Valori di I	1	2	3	4	5
Valori in input per A	10	20	30	40	50
valore di M prima di while	0	0	0	0	0
valore di M prima di endwhile prima ripetizione: M<A	9	18	27	36	45

valore di M prima di endwhile seconda ripetizione: M>A	18	36	54	72	90

I valori in output per M sono quelli dell'ultima riga.
N.B. il ciclo "while" viene sempre ripetuto due volte.

ESERCIZIO 5

PROBLEMA
Si dice *numero palindromo* un numero naturale (intero non negativo) che, scritto in notazione *decimale*, ha lo stesso valore se letto da destra (verso sinistra) o da sinistra (verso destra).
Determinare le quantità:
- P1 di palindromi di una cifra,
- P2 di palindromi di due cifre,
- P3 di palindromi di tre cifre,
- P4 di palindromi di quattro cifre,
- P8 di palindromi di otto cifre.

N.B. Si ricordi che in notazione decimale non si scrivono gli zeri non significativi (a sinistra del numero intero).

P1	
P2	
P3	
P4	
P8	

SOLUZIONE

P1	10
P2	9
P3	90
P4	90
P8	9000

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Palindromi di una cifra: i numeri naturali costituiti da una sola cifra (ovviamente compreso lo zero).
{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}

Palindromi di due cifre: i numeri costituiti da due cifre ripetute (ovviamente non 00).
{11,22,33,44,55,66,77,88,99}

Palindromi di tre cifre: i numeri costituiti da tre cifre del tipo YXY; per Y ci sono 9 scelte (manca lo 0); per X ci sono 10 scelte: in totale 90.

Palindromi di quattro cifre: i numeri costituiti da quattro cifre del tipo YXXY; per Y ci sono 9 scelte (manca lo 0); per X ci sono 10 scelte (in questo caso 0 è ammissibile): in totale 90.

Palindromi di otto cifre: i numeri costituiti da quattro cifre del tipo YXZVVZXY; per Y ci sono 9 scelte (manca lo 0); per X ci sono 10 scelte (in questo caso 0 è ammissibile), ugualmente per Z e V: in totale 9000.