

GARA1 2019-20 SECONDARIA DI SECONDO GRADO INDIVIDUALE
ESERCIZIO 1
Premessa.

Questi problemi trattano di *entità correlate da fatti*; ciascuna entità ha *valori discreti*. Nei problemi vengono enunciati dei fatti e da questi occorre *ragionare* e trarre *conclusioni* per associare opportunamente i valori di numero di galline, dimensione del pollaio e colore del gallo. Esempi di risoluzione di esercizi simili sono presenti nella guida OPS.

PROBLEMA (per la premessa vedere PDF della gara)

In un vaso ci sono 60 palline di tre colori diversi: rosse, verdi, blu. Il numero delle palline per ogni colore è 10, 20, 30. Tutte le palline dello stesso colore hanno lo stesso peso e lo stesso diametro. Il peso complessivo per i tre colori è 100, 120, 200 grammi e il diametro di ogni pallina per i tre colori è 0,9 cm, 1,0 cm e 1,1 cm. Il numero di palline, i pesi complessivi e i diametri sono elencati in ordine casuale (e quindi non si corrispondono ordinatamente). Determinare per ogni colore, quante palline ci sono, quanto pesano e il diametro di ciascuna pallina, sapendo che:

1. Le palline blu complessivamente pesano più di tutte
2. Le palline più numerose hanno il diametro inferiore
3. Le palline rosse sono più numerose delle palline verdi
4. Il peso di ogni pallina blu è 20 g
5. Il volume totale delle verdi è $10/3 \pi \text{ cm}^3$
6. Le palline con diametro inferiore sono quelle dal peso complessivo inferiore

Inserire le risposte nella tabella sottostante, utilizzando la virgola come separatore dei decimali.

| COLORE PALLINE | NUMERO PALLINE | PESO COMPLESSIVO (g) | DIAMETRO PER PALLINA (cm – riportare 0,9 o 1,0 o 1,1) |
|----------------|----------------|----------------------|---|
| Rosse | | | |
| Verdi | | | |
| Blu | | | |

ESERCIZIO 2

Premessa.

In un foglio a quadretti è disegnato un “campo di gara”, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|--|--|--|---|--|--|--|---|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | S | | | | | |
| | | | | | P | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| → | | | | | | | | | | | | | | |

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].

La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; lo stato del robot può quindi essere individuato da tre “valori”: due per le coordinate della casella che occupa e uno per indicare il suo orientamento. Per quest’ultimo si possono usare i simboli della stella dei venti: E, S, W, N: per indicare che il robot è rivolto, rispettivamente, a *destra*, in *basso*, a *sinistra*, in *alto* (con riferimento a chi guarda il foglio); lo stato del robot, rappresentato dalla freccia nella figura è [1,1,E]. Il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando **o**;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando **a**;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l’orientamento): comando **f**.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; le caselle via via occupate (quella di partenza e quella di arrivo comprese) sono quelle della lista:

$$[[1,1],[2,1],[3,1],[4,1],[5,1],[6,1],[6,2],[6,3]].$$

Stessa casella di arrivo si raggiunge con la lista di comandi [a,f,f,o,f,f,f,f], ma il percorso è diverso ed è descritto dalla lista

$$[[1,1],[1,2],[1,3],[2,3],[3,3],[4,3],[5,3],[6,3]].$$

Inoltre, nel primo caso lo stato l’orientamento finale del robot è verso l’alto (stato [6,3,N]), mentre nel secondo caso l’orientamento finale è verso destra (stato [6,3,E]).

PROBLEMA (per le premesse vedere il PDF della gara)

In un campo di gara il robot si trova nella casella (5,10) con direzione Nord e deve eseguire la seguente lista di comandi [a,a,f,o,f,f,a,f,a,f].

Determinare la lista L che descrive il percorso compiuto dal robot. Come nella premessa, ciascuna casella deve essere descritta da una lista di 2 coordinate (prima la colonna e poi la riga), e il percorso deve essere formato da una lista contenente le liste che descrivono ciascuna delle caselle che formano il percorso. Si raccomanda di non inserire spazi nelle liste. Ad esempio il percorso formato dalle caselle (3,4), (4,4) e (4,3) è descritto dalla lista **[[3,4],[4,4],[4,3]]**.



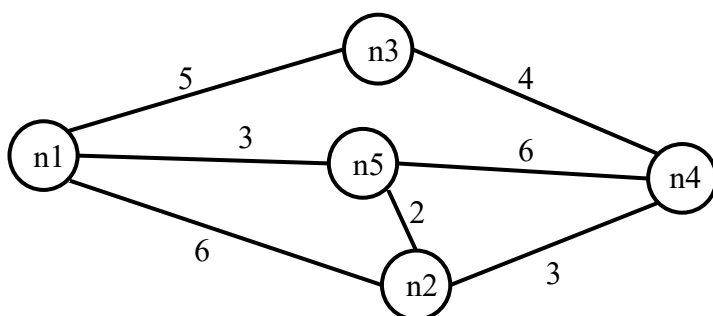
Inserire la risposta nella casella sottostante.

| | | | |
|---|---|--|---|
| L | [| |] |
|---|---|--|---|

ESERCIZIO 3

Premessa.

Un *grafo* si può pensare come l'astrazione di una carta geografica: per esempio il grafo rappresentato nella figura seguente, descrive i collegamenti esistenti fra alcune (5) città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n_1, n_2, \dots, n_5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti tra i nodi, detti *archi*.



A seconda del problema, gli archi possono essere percorsi in entrambe le direzioni (e in questo caso si parla di archi non-diretti) oppure solo in una (archi diretti). Gli archi diretti si rappresentano mediante una freccia, che va dal nodo di *partenza* a quello di *destinazione*.

In alcuni problemi, a ogni arco è associata una lunghezza, ovvero un numero, detta anche *peso* dell'arco. Quando gli archi di un grafo hanno un peso, si dice che sono *pesati* e i pesi degli archi vengono rappresentati come numeri scritti vicino alle frecce.

Dunque il grafo rappresentato in figura ha archi non-diretti e pesati.

Un grafo può essere descritto, invece che da una figura, mediante un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo. Nel caso di grafi con archi non pesati, si usano termini con due argomenti. I due argomenti sono i nomi dei nodi connessi dall'arco. Spesso (ma non in tutti i problemi!) si userà il termine "arco" per archi non diretti e "freccia" per archi diretti. Quindi un arco non diretto e non pesato, che connette i nodi x e y , sarà descritto dal termine **arco(x,y)**, mentre un arco diretto e non pesato, che connette i nodi **Bologna** e **Roma** sarà descritto dal termine **freccia(Bologna,Roma)**.

Nel caso di grafi con archi pesati, è necessario descrivere il peso, oltre che i due nodi collegati. Per questo motivo si useranno termini con 3 argomenti: i primi due sono i nomi dei nodi collegati e il terzo è un numero che rappresenta il valore del peso.

Il grafo rappresentato dalla precedente figura, che ha archi non diretti e pesati, viene quindi descritto dal seguente insieme di termini:

| | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| arco($n_1,n_2,6$) | arco($n_1,n_3,5$) | arco($n_3,n_4,4$) |
| arco($n_1,n_5,3$) | arco($n_2,n_4,3$) | arco($n_2,n_5,2$) |
| arco($n_5,n_4,6$) | | |

ESERCIZIO 4

Premessa.

Un algoritmo di crittazione a sostituzione monoalfabetica consiste nel sostituire ogni simbolo del messaggio in chiaro con quello dato da una tabella di conversione, che trasforma ogni simbolo in un altro. La particolare tabella usata è la chiave di crittazione. Ad esempio, con la seguente tabella di conversione (o chiave di crittazione):

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
| W | X | Y | U | V | N | K | L | M | O | P | Q | R | S | T | Z | D | E | F | A | B | C | G | H | I | J |

(ovvero la A diventa una W, la B una X, etc.)

la parola NASO è crittata in SWFT. Un caso particolare è dato dal cifrario di Cesare, cifrario a sostituzione monoalfabetica in cui ogni lettera del testo in chiaro è sostituita nel testo cifrato dalla lettera che si trova un certo numero di posizioni dopo nell'alfabeto. Ad esempio, considerando un cifrario con chiave 13, la parola NASO è crittata in ANFB.

Un algoritmo di crittazione a sostituzione *polialfabetica* è una generalizzazione di quello monoalfabetico, in cui si utilizza una chiave di crittazione e una tabella Vigenère, riprodotta qui sotto:

ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ

A ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ
 B BCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZA
 C CDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZAB
 D DEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZABC
 E EFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZABCD
 F FGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZABCDE
 G GHIJKLMN OPQRSTUVWXYZABCDEF
 H HIJKLMN OPQRSTUVWXYZABCDEFG
 I IJKLMN OPQRSTUVWXYZABCDEFGH
 J JKLMN OPQRSTUVWXYZABCDEFGHI
 K KLMN OPQRSTUVWXYZABCDEFGHIJ
 L LMN OPQRSTUVWXYZABCDEFGHIJK
 M MN OPQRSTUVWXYZABCDEFGHIJKL
 N NOPQRSTUVWXYZABCDEFGHIJKLM
 O OPQRSTUVWXYZABCDEFGHIJKLMN
 P PQRSTUVWXYZABCDEFGHIJKLMNO
 Q QRSTUVWXYZABCDEFGHIJKLMN OP
 R RSTUVWXYZABCDEFGHIJKLMN OPQ
 S STUVWXYZABCDEFGHIJKLMN OPQR
 T TUVWXYZABCDEFGHIJKLMN OPQRS
 U UVWXYZABCDEFGHIJKLMN OPQRST
 V VWXYZABCDEFGHIJKLMN OPQRSTU
 W WXYZABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUV
 X XYZABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVW
 Y YZABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWX
 Z ZABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXY

Per crittare un messaggio, si considera la prima lettera del messaggio e la prima lettera della chiave; sulla tavola di Vigenère queste due lettere si usano come una sorta di coordinate cartesiane che individuano rispettivamente la riga che inizia con la prima lettera e la colonna che inizia con la seconda lettera; all'incrocio si trova la lettera da sostituire nel messaggio crittato. Per le altre lettere del messaggio si procede similmente, ma utilizzando le successive lettere della chiave; siccome in generale la chiave è più corta del messaggio, la stessa chiave verrà usata ripetutamente fino a completare la crittazione del messaggio. Ad esempio: usando come chiave TRE, la parola STELLA è crittata in LKIECE.

PROBLEMA (per le premesse vedere il PDF della gara)

1. Usando il cifrario di Cesare, decrittare il messaggio EFUMYA NQZQ e scriverlo nella riga 1, conservando uno spazio tra le parole, sapendo che è il risultato di una doppia crittazione, prima con chiave 5, poi con chiave 7.
2. Decrittare il messaggio LKIFJN AMZF e scriverlo nella riga 2, conservando uno spazio tra le parole, sapendo che, con la medesima chiave di crittazione, le seguenti parole sono crittate come segue:

MINIERA => INJNMZF

DADO => LFLK

ASSO => FAAK

3. Usando un algoritmo di crittazione a sostituzione polialfabetica, con chiave SOLE e considerando la tavola Vigenère, decrittare il messaggio HWZKYWL FSHEIFHP e scriverlo nella riga 3, conservando uno spazio tra le parole. Scrivere le risposte nella tabella sottostante.

| | |
|---|--|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |

**ESERCIZIO 5****PROBLEMA**

```
procedure Calcolo1;  
variables A, B, C, D integer;  
read B, C;  
A = B/C + 10;  
D = (A + 2*B + 6*C + 6)/3;  
B = A + D;  
C = A + B;  
write A, B, C, D;  
end procedure;
```

Se all'inizio per le scatole B e C vengono acquisiti i seguenti valori $B = 8$ e $C = 2$, calcolare i contenuti finali delle variabili (o scatole) A, B, C e D e riportarli nella tabella sottostante.

| | |
|---|--|
| A | |
| B | |
| C | |
| D | |

ESERCIZIO 6**PROBLEMA**

```
procedure Calcolo2;  
variables A, B integer;  
read A, B;  
A = A + 4*B;  
B = A + 6*B;  
A = A + 3*B;  
B = A - B;  
write A, B;  
end procedure;
```

Calcolare i valori finali di A, B corrispondenti ai seguenti valori iniziali $A = 9$, $B = 11$ e riportarli nella tabella sottostante.

| | |
|---|--|
| A | |
| B | |

**ESERCIZIO 7****PROBLEMA**

```

procedure Calcolo3;
variables A, B, C, M integer;
read A, B, C;
if A > B then
  M = A;
else
  M = B;
endif;
if C > M then
  M = C;
endif;
write M;
end procedure;

```

Calcolare il valore finale di M corrispondente ai seguenti valori iniziali $A = 27$, $B = 24$, $C = 48$ e scriverlo nella casella sottostante.

| | |
|---|--|
| M | |
|---|--|

ESERCIZIO 8**PROBLEM**

Let f be a function so defined:

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$f(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{if } x \leq 10 \\ x - 10 & \text{if } x > 10 \end{cases}$$

We denote with $f^n(x) = f(f(\dots f(x)))$ where f is repeated n times (e.g. $f^3(x) = f(f(f(x)))$).

Calculate $f^3(7)$, $f^{10}(10)$ and $f^{1815}(1724)$.

Write your answers as integer numbers in the boxes below.

| | |
|------------------|--|
| $f^3(7)$ | |
| $f^{10}(10)$ | |
| $f^{1815}(1724)$ | |