

GARA4 2019-20 SECONDARIA DI SECONDO GRADO INDIVIDUALE
ESERCIZIO 1

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, problema ricorrente PIANIFICAZIONE, pagina 24.

La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di giorni necessari per completarla.

Attività	Giorni
A1	3
A2	6
A3	7
A4	5
A5	9
A6	7
A7	4
A8	5
A9	2

Le priorità tra le attività sono: [A1,A2], [A1,A3], [A1,A5], [A2,A4], [A3,A4], [A3,A6], [A4,A6], [A5,A7], [A6,A8], [A7,A8], [A8,A9].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Scrivere la soluzione nella casella sottostante.

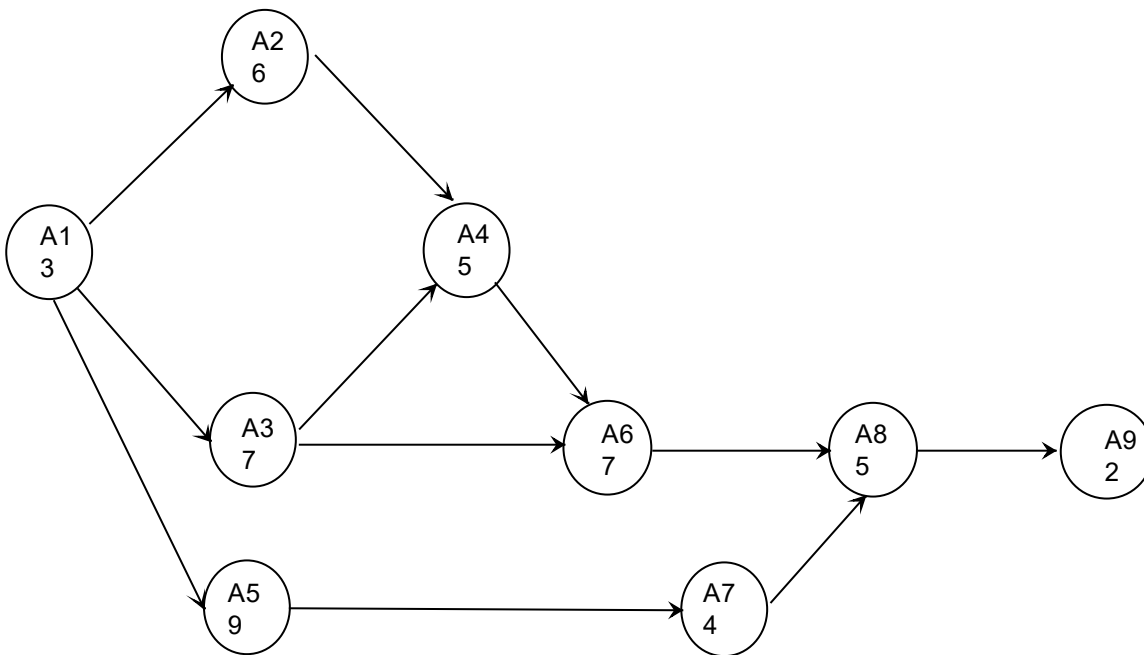
N	
---	--

SOLUZIONE

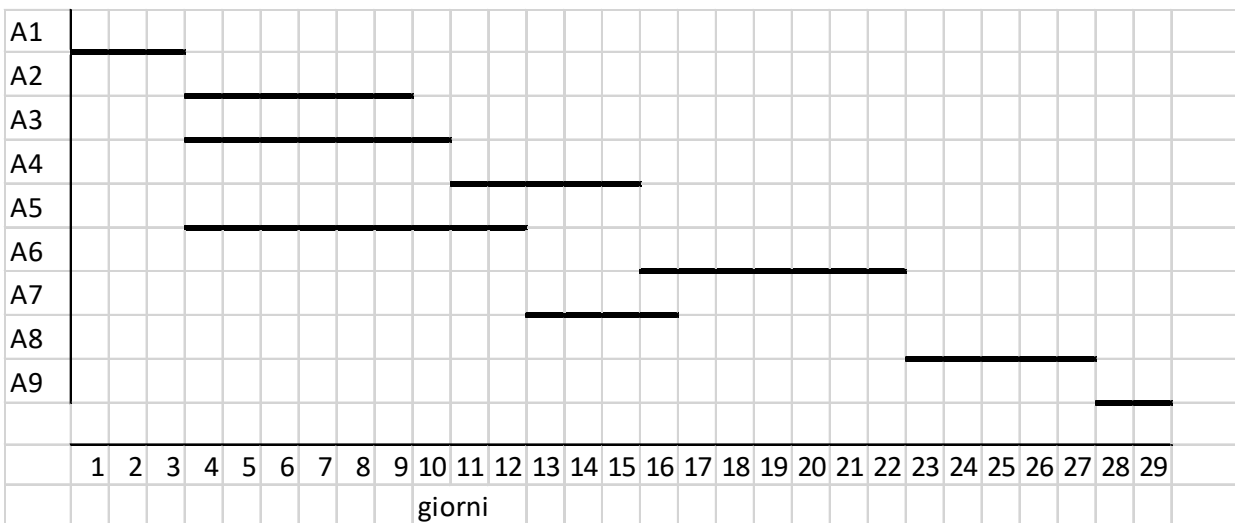
N	29
---	----

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Tracciato il diagramma di Pert che tiene conto delle precedenze



segue il diagramma di Gantt



che indica il totale dei giorni necessari al progetto.

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, problema ricorrente SOTTOSEQUENZE, pagina 36.

PROBLEMA

Considerate la sequenza descritta dalla seguente lista:

[75,17,51,98,115,51,23,6,30]

Si ricorda che una sottosequenza è considerata *decrescente* se ciascun numero è minore o uguale del precedente, mentre una sequenza “strettamente” *decrescente* non contiene elementi ripetuti.



Si trovi:

1. Il numero N uguale alla lunghezza massima di una sottosequenza decrescente.
2. Il numero K di sottosequenze decrescenti di lunghezza uguale ad N.
3. La lista L che comprende i numeri che formano la più lunga sottosequenza strettamente decrescente, tale che la somma dei suoi elementi sia pari.

N	
K	
L	[]

SOLUZIONE

N	5
K	1
L	[98,51,23,6]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa è opportuno elencare tutte le sottosequenze decrescenti. A tale scopo si consiglia di procedere in maniera sistematica, considerando uno alla volta gli elementi dal primo all'ultimo. Per ciascun elemento si individuano tutti i possibili elementi che lo possono seguire in una sottosequenza decrescente. A partire da ciascuno dei secondi, si cercano i terzi in modo analogo.

Sottosequenze che iniziano con 75:

[75,17,6]

[75,51,51,23,6]

[75,51,51,6]

[75,51,51,30]

[75,51,23,6]

[75,51,6]

[75,51,30]

[75,51,23,6]

[75,51,6]

[75,51,30]

[75,23,6]

[75,6]

[75,30]

Al momento, quindi, la lunghezza massima delle sottosequenze decrescenti (ma non strettamente) trovate è 5.

La lunghezza massima di quelle strettamente decrescenti è 4.

Sottosequenze che iniziano con 17:

[17,6]

Sottosequenze che iniziano con 51:

[51,51,23,6]

[51,51,6]

[51,51,30]

[51,23,6]

[51,6]

[51,30]

Sottosequenze che iniziano con 98:

[98,51,23,6]

[98,51,6]

[98,51,30]

[98,23,6]

[98,6]

[98,30]

Sottosequenze che iniziano con 115:

[115,51,23,6]

[115,51,6]

[115,51,30]

[115,23,6]

[115,6]

[115,30]

Sottosequenze che iniziano con 51:

[51,23,6]

[51,6]

[51,30]

Sottosequenze che iniziano con 23:

[23,6]

Sottosequenze che iniziano con 6:

[6]

Sottosequenze che iniziano con 30:

[30]

In conclusione la sottosequenza decrescente più lunga trovata è [75,51,51,23,6], l'unica di lunghezza 5.

Per quanto riguarda invece le più lunghe sottosequenze strettamente decrescenti, ve ne sono 3, di lunghezza 4, ovvero:

[75,51,23,6]

[98,51,23, 6]

[115,51,23,6]

La lista $L = [98,51,23,6]$ è l'unica con somma degli elementi pari.

ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, problema ricorrente KNAPSACK, pagina 22.

squadra	punteggio	costo	acquistabile
g1g2g3	395	715	no
g1g2g4	335	695	no
g1g2g5	380	635	si
g1g2g6	345	620	no
g1g3g4	360	750	no
g1g3g5	405	690	no
g1g3g6	370	675	no
g1g4g5	345	670	no
g1g4g6	310	655	no
g1g5g6	355	595	no
g2g3g4	410	765	no
g2g3g5	455	705	no
g2g3g6	420	690	no
g2g4g5	395	685	no
g2g4g6	360	670	no
g2g5g6	405	610	si
g3g4g5	420	740	no
g3g4g6	385	725	no
g3g5g6	430	665	no
g4g5g6	370	645	no

Dal precedente prospetto si deduce la soluzione.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col “primo” giocatore, poi tutte quelle che iniziano col “secondo” giocatore, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 4

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, problema ricorrente CRITTOGRAFIA, pagina 30.

PROBLEMA

1. Usando il cifrario di Cesare, decrittare il messaggio GLAMLRPM YJ ZYP sapendo che è stato crittato 10 volte con chiave 18 (ogni volta crittando il messaggio ottenuto dalla crittazione precedente)

2. Usando la chiave di crittazione:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N	M	L	K	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A

determinare il risultato della decrittazione del messaggio UFONRMR sapendo che è stato crittato applicando 10000003 volte la medesima chiave descritta sopra (ogni volta crittando il messaggio ottenuto dalla crittazione precedente). NOTA: osservare l’ordinamento delle lettere nella chiave rispetto all’ordinamento alfabetico.

3. Trovare la chiave con la quale la parola MAPPAMONDO è crittata in AXREBALPSP sapendo che è stato applicato un algoritmo di crittazione a sostituzione polialfabetica con tavola di Vigenère e che la chiave è di 5 lettere.

Scrivere le risposte nella tabella sottostante. Se la risposta è costituita da più parole ogni parola deve distanziarsi dall'altra di un SOLO spazio.

1	
2	
3	

SOLUZIONE

1	INCONTRO AL BAR
2	FULMINI
3	OXCPB

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Data una lettera L del testo in chiaro, crittare dieci volte con chiave diciotto significa spostarsi verso destra 180 volte. Tenendo presente che ogni 26 spostamenti si ritorna alla medesima lettera basterà decrittare il testo con chiave 24 poiché $180 = 26 \cdot 6 + 24$

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
24	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x

G	L	A	M	L	R	P	M		Y	J		Z	Y	P
I	N	C	O	N	T	R	O		A	L		B	A	R

2. Questa chiave di crittazione ha la proprietà che applicata due volte successivamente si ritorna al testo in chiaro (esempio A si critta in Z che si critta in A). Dunque tenendo presente che $10000003 = 2 \cdot 5000001 + 1$, basterà applicare al testo una sola decrittazione.

Quindi da UFONRMR otterremo FULMINI.

3. Applicando Vigenère e tenendo presente che la chiave è di 5 lettere segue il diagramma:



	M	A	P	P	A	M	O	N	D	O
O	A	*	*	*	*	*	*	*	*	*
X	*	X	*	*	*	*	*	*	*	*
C	*	*	R	*	*	*	*	*	*	*
P	*	*	*	E	*	*	*	*	*	*
B	*	*	*	*	B	*	*	*	*	*
O	*	*	*	*	*	A	*	*	*	*
X	*	*	*	*	*	*	L	*	*	*
C	*	*	*	*	*	*	*	P	*	*
P	*	*	*	*	*	*	*	*	S	*
B	*	*	*	*	*	*	*	*	*	P

da cui risulta che la chiave è OXCPB

ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 40

Problema

Data la seguente procedura

```

procedura PROVA1;
variables A, B, C, D, E, H, K, M integer;
read A, B, C, D, E;
H = 0;
K = 1;
if A > E then H = H + 1;
K = K + 1;
if B > X then H = H + 1;
K = K + 1;
if C > E then H = Y + 1;
K = K + 1;
if D > E then H = H + 1;
K = K+1
M = Z - H;
write M;
end procedura;
    
```

Questa procedura deve calcolare quanti fra i 5 numeri in input sono minori o uguali a E. Trovare le sostituzioni per i simboli X, Y, Z con appropriati nomi di variabili dichiarate nella procedura. Nota Bene: nella procedura devono comparire almeno una volta tutte le variabili dichiarate (A, B, C, D, E, H, K, M)

Scrivere le risposte nella tabella sottostante.

X	
Y	
Z	

SOLUZIONE

X	E
Y	H
Z	K

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il risultato M è uguale al totale dei numeri in input K meno H che è la variabile dove si sono contati i numeri maggiori di E: $M = K - H$

ESERCIZIO 6

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagine 40 e 41.

PROBLEMA

Data la seguente procedura
 procedure PROVA2;
 variables A, B, M, N, K integer;
 input A;
 M = 0;
 N = 0;
 for K = 1 to 10 do
 input B;
 if A > B then M = M + K; endif;
 if A < B then N = N + K; endif;
 endfor;
 output M, N;
 end procedure;

Il valore di input per A è 5 e per B sono rispettivamente: 3,9,5,7,2,1,5,4,3,6. Determinare i valori di output di M, N e scriverli nella tabella sottostante

M	
N	

SOLUZIONE

M	29
N	16

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In M vengono sommate le posizioni dei numeri minori di 5 (3,2,1,4,3)

$$B = 3 \quad K = 1$$

$$B = 2 \quad K = 5$$

$$B = 1 \quad K = 6 \quad M = 1+5+6+8+9 = 29$$

$$B = 4 \quad K = 8$$

$$B = 3 \quad K = 9$$

mentre in N le posizioni dei numeri maggiori di 5 (9,7,6)

$$B = 9 \quad K = 2$$

$$B = 7 \quad K = 4 \quad N = 2+4+10 = 16$$

$$B = 6 \quad K = 10$$

Nei due casi in cui $B = 5$ ($K = 3$ e $K = 7$), né M né N vengono incrementati.

ESERCIZIO 7

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 40 e 41.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA3.

procedure PROVA3;

variables A, B, N, K, Y integer;

read A;

N = 0;

for K = 1 to 10 do

input B;

for Y = 1 to 5 do

if A < B then N = N + A; endif;

endfor;

endfor;

write N;

end procedure;

Il valore di input per A è 5 e per B sono rispettivamente: 4, 8, 9, 7, 3, 1, 5, 4, 2, 6. Determinare il valore finale di N e scriverlo nella cella sottostante.

N	
---	--

SOLUZIONE

N	100
---	-----

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Basta eseguire, passo a passo, le operazioni indicate. Ogni volta che il valore di A è minore di quello di B (4 volte) il for interno incrementa 25 volte il valore di N (inizializzato a 0) portandolo a 100.

A = 5 N = 0

K=1 Input B = 4 Y=1 A < B NO N=0 Y=2 A < B NO N=0 Y=3 A < B NO N=0 Y=4 A < B NO N=0 Y=5 A < B NO N=0	K=2 Input B = 8 Y=1 A < B SI N=5 Y=2 A < B SI N=10 Y=3 A < B SI N=15 Y=4 A < B SI N=20 Y=5 A < B SI N=25	K=3 Input B = 9 Y=1 A < B SI N=30 Y=2 A < B SI N=35 Y=3 A < B SI N=40 Y=4 A < B SI N=45 Y=5 A < B SI N=50
---	---	--

K=4 Input B = 7 Y=1 A < B SI N=55 Y=2 A < B SI N=60 Y=3 A < B SI N=65	K=5 Input B = 3 Y=1 A < B NO N=75 Y=2 A < B NO N=75 Y=3 A < B NO N=75	K=6 Input B = 1 Y=1 A < B NO N=75 Y=2 A < B NO N=75 Y=3 A < B NO N=75
--	--	--



Y=4 A < B SI N=70 Y=5 A < B SI N=75	Y=4 A < B NO N=75 Y=5 A < B NO N=75	Y=4 A < B NO N=75 Y=5 A < B NO N=75
K=7 Input B = 5 Y=1 A < B NO N=75 Y=2 A < B NO N=75 Y=3 A < B NO N=75 Y=4 A < B NO N=75 Y=5 A < B NO N=75	K=8 Input B = 4 Y=1 A < B NO N=75 Y=2 A < B NO N=75 Y=3 A < B NO N=75 Y=4 A < B NO N=75 Y=5 A < B NO N=75	K=9 Input B = 2 Y=1 A < B NO N=75 Y=2 A < B NO N=75 Y=3 A < B NO N=75 Y=4 A < B NO N=75 Y=5 A < B NO N=75
K=10 Input B = 6 Y=1 A < B SI N=80 Y=2 A < B SI N=85 Y=3 A < B SI N=90 Y=4 A < B SI N=95 Y=5 A < B SI N=100	Output N = 100	

ESERCIZIO 8**PROBLEM**

The *De Aliquibus Mutationibus* and *Normas Nonnullas* of Benedict XVI has changed the model of the election of the Pope: at the 34th ballot there will be a run-off between the two most voted cardinals. Suppose that the probability to elect a pope in the first 33 ballots (for each ballot) is 0.1 and the probability to elect a pope in the following ballots is 8/9 (for each ballot).

What is the probability (expressed in percentage) to elect a pope exactly at the 34th ballot?

Write your answer as an integer (eventually rounded up to the nearest whole number and without the “%”) in the box below.

SOLUTION

TIPS FOR THE SOLUTION

To elect a pope exactly in the 34th ballot we need losing results for the first 33 ballots and a winning result for the 34th so:

$$(1 - 0.1)^{33} \cdot \frac{8}{9} \sim 0.027 \sim 3\%$$