

**GARA5 SECONDARIA DI SECONDO GRADO INDIVIDUALE**

**ESERCIZIO 1**

**PROBLEMA**

La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di giorni necessari per completarla.

Attività	Giorni
A1	7
A2	14
A3	18
A4	11
A5	8
A6	27
A7	13
A8	12
A9	16
A10	14

Le priorità tra le attività sono: [A1,A2], [A1,A3], [A2,A4], [A3,A5], [A4,A5], [A5,A6], [A5,A7], [A7,A8], [A8,A9], [A6,A9], [A9,A10]

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Scrivere la risposta nella casella sottostante.

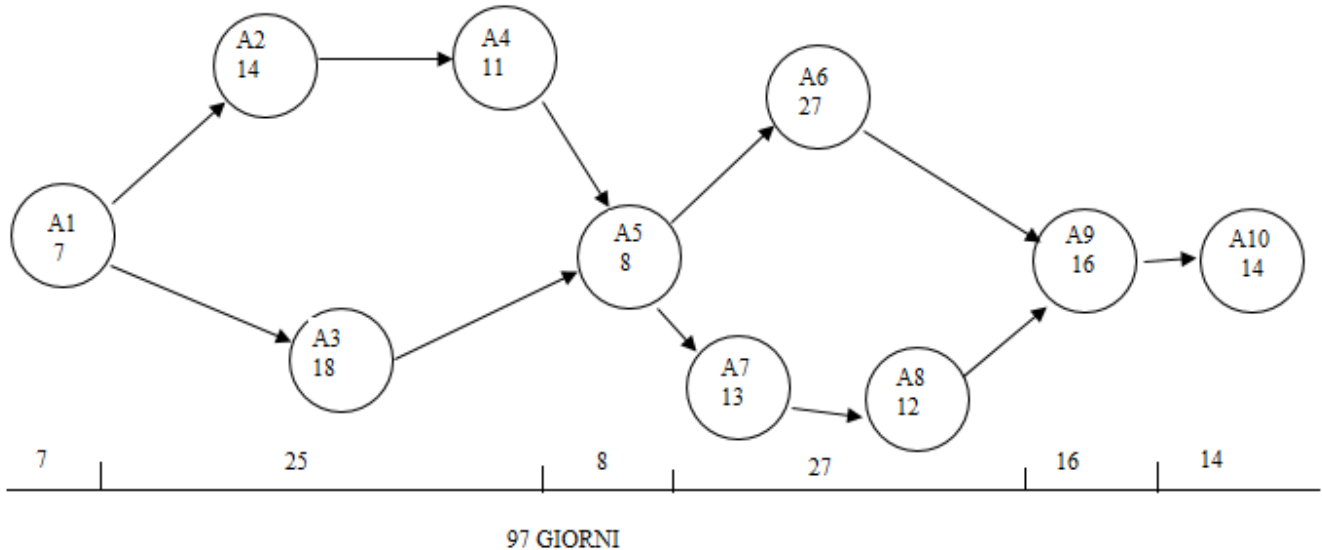
N	
---	--

Soluzione

N	97
---	----

**Commenti alla soluzione.**

Dal diagramma delle precedenze, si calcola la somma  $7 + 25 + 8 + 27 + 16 + 14 = 97$



considerando che le attività A2 e A4 possono essere svolte in parallelo all'attività A3 e che quelle più lunghe richiedono 25 (14+11) giorni di tempo per essere completate e anche che l'attività A6 può essere svolta in parallelo alle attività A7 e A8 e che A6, richiede un tempo maggiore (27) rispetto alla somma dei tempi di A7 e A8 (25) per essere completata.

**ESERCIZIO 2**

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni:  
 tab(<sigla del minerale>,<valore in euro>,<peso in kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:  
 tab(m1,220,580)    tab(m2,197,150)    tab(m3,253,220)    tab(m4,398,188)    tab(m5,360,547)  
 tab(m6,282,193)

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 800 kg e sapendo che lo stesso non può viaggiare con un carico inferiore a 400 kg (le spese di trasporto sarebbero troppo elevate) trovare la lista L delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo; calcolare inoltre questo valore V.  
 Scrivere la risposta nella tabella sottostante.

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine:  $m_1 < m_2 < m_3 < \dots$

L	[ _____ ]
V	_____

SOLUZIONE

L	[m3,m4,m6]
V	933

**Commenti alla soluzione.**

Per risolvere il problema occorrerebbe considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di tre minerali diversi, il loro valore e il loro peso, se non ci fossero dati del problema da cui emerge chiaramente la possibilità di escludere alcune combinazioni velocizzando il calcolo della soluzione.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1,m2,m4" è uguale alla combinazione "m4,m2,m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati, come richiesto dal problema: si veda di seguito.

Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili (cioè con peso complessivo minore o uguale a 800 kg e maggiore o uguale a 400 kg) e tra queste scegliere quella di maggior valore.

La tabella seguente riporta le combinazioni non in formato lista, come invece richiesto nella risposta da scrivere nella riga L.

combinazioni	valore	peso	trasportabile
m1m2m3	670	950	no
m1m2m4	815	918	no
m1m2m5	777	1277	no
m1m2m6	699	923	no
m1m3m4	871	988	no
m1m3m5	833	1347	no
m1m3m6	755	993	no
m1m4m5	978	1315	no
m1m4m6	900	961	no
m1m5m6	862	1320	no
m2m3m4	848	558	si
m2m3m5	810	917	no
m2m3m6	732	563	si
m2m4m5	955	885	no
m2m4m6	877	531	si
m2m5m6	839	890	no
m3m4m5	1011	955	no
<b>m3m4m6</b>	<b>933</b>	601	si
m3m5m6	895	960	no
m4m5m6	1040	928	no

Dal precedente prospetto si deduce facilmente la soluzione.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col "primo" minerale, poi tutte quelle che iniziano col "secondo" minerale, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

**ESERCIZIO 3**

**PROBLEMI**

- Decrittare il messaggio OIZQZDZIUBDVGC crittato con algoritmo di crittazione a sostituzione polialfabetica considerando la tabella Vigenère, sapendo che è stato crittato con una chiave che rappresenta - a sua volta - il valore in lettere di quella chiave che permette di crittare ACQUA in KMAEK usando il cifrario di Cesare. Scrivere la risposta nella riga 1 della tabella sottostante senza interporre virgole tra le lettere e senza aggiungere spazi tra le parole,
- Usando il cifrario di Cesare, decrittare il messaggio BMKYLGL N GYXXY sapendo che è stato crittato 100 volte con chiave 20 - ovvero: il messaggio iniziale è stato crittato con chiave 20, il risultato è stato nuovamente crittato sempre con la medesima chiave e questo procedimento è stato applicato 100 volte. Scrivere la risposta nella riga 2 conservando lo spazio tra le parole senza interporre virgole tra le lettere.
- Crittare il messaggio AEROPORTO con algoritmo di crittazione a sostituzione polialfabetica considerando la tabella Vigenère e chiave AB applicato un numero N di volte, con N pari a  $(26 \cdot 10^{15} + 2)$ . Nell'applicazione multipla al messaggio M di partenza si applica l'algoritmo ottenendo il messaggio M', al quale si applica la crittazione con la stessa chiave ottenendo M'' e così via. Scrivere la risposta nella riga 3 senza interporre virgole tra le lettere.

1	
2	
3	

**SOLUZIONE**

1	LAVORARESTANCA
2	DOMANI IN PIAZZA
3	AGRQPQRVO

**Commenti alla soluzione.**

1)La chiave che permette di crittare ACQUA in KMAEK è 10, in lettere DIECI. Decrittando con la tabella Vigenère il messaggio OIZQZDZIUBDVGC

O	I	Z	Q	Z	D	Z	I	U	B	D	V	G	C
D	I	E	C	I	D	I	E	C	I	D	I	E	C

si ottiene LAVORARESTANCA.

2) Consideriamo la chiave 20

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
20	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t

Applicandola una sola volta **a** va in **u**

Se la applico due volte **a** va in **o** ( a--u--o)

Se la applico tre volte **a** va in **i** ( a—u--o--i)

Applicando 13 volte .... **a** va in **a** come si osserva nella tabella seguente

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	u	o	i	c	w	q	k	e	y	s	m	g
u	o	i	c	w	q	k	e	y	s	m	g	a

Quindi ogni 13 volte che si applica chiave 20 ritorna al messaggio originale.

Applicare 100 (= 7 \* 13 + 9) volte significa :

applicare 7 volte una tredicina (che come abbiamo visto ci riporta al messaggio originale)  
e successivamente applicare ancora 9 volte chiave 20.

Se applichiamo 9 volte chiave 20 su **a** troviamo **y** ( a—y)

su **b** troviamo **z** ( b—z)

Ma questa è la chiave 24 del codice di Cesare

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
24	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x

Dunque il messaggio **BMKYLG GL NGYXXY** decrittato una sola volta con chiave 24 ci darà la risposta: **DOMANI IN PIAZZA**.

3) Si osserva che, con il criterio di crittazione adottato, la crittazione con chiave **A B** ad ogni coppia di lettere **X Y** del messaggio di partenza equivale a lasciare invariata la **X** e portare alla lettera successiva alla **Y** (chiave1)

Ad esempio **AEROPORTO** con un'applicazione diventa **AFRPPPRUO** con due **AGRQPQRVO**.

Se alle lettere che mutano si applica successivamente la chiave 1 è immediato pensare che dopo 26 applicazioni la lettera torna su se stessa con effetto nullo sul messaggio (sono 26 le lettere dell'alfabeto completo).

Allora applicare  $26 \cdot 10^{15}$  volte la chiave 1 significa crittare **AEROPORTO** in **AEROPORTO**

Solo le ultime 2 applicazioni (con chiave 1) avranno effetto.

Pertanto la risposta sarà **AGRQPQRUO**.

### ESERCIZIO 4

Si consideri la seguente procedura PROVA1.

```

procedure PROVA1;
variables N,S,Q,K integer;
read N;
S = 0;
Q = 0;
for K from 1 to N step 1 do
    S = S + K + X;
    Q = Q + S;
endfor;
write S, Q;
endprocedure;
    
```

Trovare il valore numerico per X in modo che per  $N = 2$  si abbia in output  $S=3$  e  $Q = 4$  e per  $N = 4$  si abbia in output  $S = 10$  e  $Q = 20$ . Scrivere il valore numerico di X nella cella sottostante.

X	
---	--

SOLUZIONE

X	0
---	---

**Commenti alla soluzione.**

Tabella dei valori acquisiti dalle variabili al termine di ogni ciclo

K	S	Q
1	1	1
2	3	4
3	6	10
4	10	20

**ESERCIZIO 5**

Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```

procedura PROVA2;
variables N,S,Q,P,K integer;
read N;
S = 0;
Q = 0;
P = 1;
for K from 1 to N step 1 do
    S = S + X;
    Q = Q + Y - Z;
endfor;
write S,Q;
endprocedure;
    
```

Trovare le sostituzioni per X, Y, Z con variabili della procedura, sapendo che per N = 4 si hanno i seguenti valori in output S = 4 e Q = 6. Scrivere la soluzione nella tabella sottostante.

X	
Y	
Z	

Soluzione

X	P
Y	S
Z	P

**Commenti alla soluzione.**

Tabella dei valori acquisiti dalle variabili al termine di ogni ciclo

K	S = S + P	Q = Q + S - P
1	1	0
2	2	1
3	3	3
4	4	6

**ESERCIZIO 6**

Si consideri la seguente procedura PROVA3.

```

procedura PROVA3;
variables N, A, B, C, K integer;
read N;
A = 1;
B = 2;
for K from 1 to N step 1 do
    C = A + B;
    A = B + X;
    B = C + Y - Z;
endfor;
write A, B, C;
endprocedura;
    
```

Trovare il valore di N e le sostituzioni per X, Y, Z con variabili della procedura, sapendo che in output si hanno i seguenti valori A = 61, B = 78, C = 39.

N	
X	
Y	
Z	

**SOLUZIONE**

N	3
X	C
Y	A
Z	B

**Commenti alla soluzione.**

Prima di iniziare il ciclo, K e C non sono determinati. Per i valori 1, 2 e 3 di K sono riportati i valori di A, B e C alla fine del rispettivo ciclo.

K	C = A + B	A = B + C	B = C + A - B
-	-	1	2
1	3	5	6
2	11	17	22
3	39	61	78



**ESERCIZIO 7**

Premessa

Alcune variabili (scatole) possono contenere più valori. Per esempio supponiamo che la scatola M contenga i 5 valori di questa lista [3,7,4,2,6]. I singoli valori saranno associati alle seguenti variabili  $M(1)=3, M(2)=7, M(3)=4, M(4)=2, M(5)=6$ .

Esempio

Data la seguente procedura PROVA4

```

procedure PROVA4;
variables A, B, K integer;
variables M[5] vector of integer; In questa riga, M[5] significa che la scatola M contiene 5 valori
for K from 1 to 5 step 1 do
    read M(K); In questa riga vengono acquisiti i 5 valori M(1), M(2), M(3), M(4), M(5)
endfor;
A = M(1) + M(4);
B = M(2) + M(3) + M(5);
write A, B;
endprocedure;
    
```

Se i valori in input sono quelli della lista in premessa, in output si ha  $A=5 B=17$ .

**PROBLEMA**

Data la seguente procedura PROVA5

```

procedure PROVA5;
variables A, K, N integer;
variables M[5] vector of integer;
A = 0;
for K from 1 to N step 1 do
    read M(K);
    if M(K) >= Q then A = A + M(K);
endfor;
write A;
endprocedure;
    
```

Trovare i valori numerici da sostituire a N e Q supponendo  $M = [6,4,5,7,1]$  e sapendo che in output si ha  $A = 11$ . Scrivere la soluzione nella tabella sottostante.

Q	
N	

**SOLUZIONE**

Q	5
N	3

**Commenti alla soluzione.**

$A = 11 = 6 + 5$  i due valori in input di M maggiori o uguali a 5 compresi nei primi  $N = 3$  elementi della variabile M.

## ESERCIZIO 8

Problema.

Si consideri la seguente procedura PROVA6.

```

procedura PROVA6;
variables A,B,N,K integer;
variables M[N] vector of integer;
A = 0;
B = 100;
for K from 1 to N step 1 do
    read M(K);
    if M(K) > X then Y = M(K);
    if M(K) < W then Z = M(K);
endfor;
write A, B;
endprocedura;
    
```

Gli N valori in input sono numeri interi compresi fra 0 e 100. Trovare le sostituzioni per X, Y, W e Z tra le variabili dichiarate nella procedura, in modo che in output A sia uguale al maggiore e B uguale al minore dei numeri in input. Scrivere la soluzione nella tabella sottostante.

X	
Y	
W	
Z	

SOLUZIONE.

X	A
Y	A
W	B
Z	B

**Commenti alla soluzione.**

Il primo if aggiorna il valore maggiore in A mentre il secondo quello minore in B