

GARA1 2019 - SECONDARIA SECONDO GRADO - INDIVIDUALE

ESERCIZIO 1

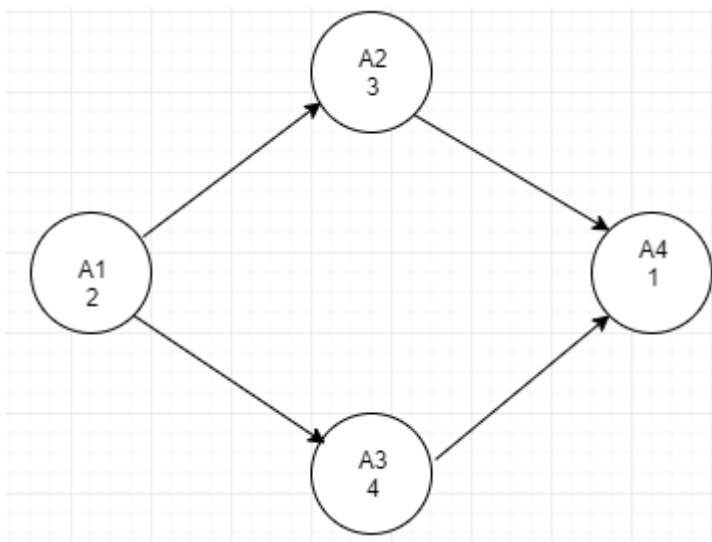
Premessa

La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di giorni necessari per completarla.

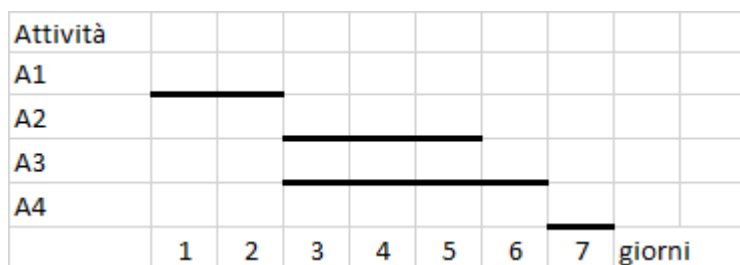
Attività	Giorni
A1	2
A2	3
A3	4
A4	1

Le attività devono *succedersi opportunamente* nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi le *priorità* sono descritte con coppie di sigle. Ad esempio, la priorità [A1,A2] indica che l'attività A2 potrà essere iniziata solo dopo il completamento dell'attività A1.

Se le priorità tra le attività del progetto sono: [A1,A2], [A1,A3], [A2,A4], [A3,A4] la prima attività è la A1 (non è mai presente in seconda posizione) e l'ultima attività è la A4 (non è mai presente in prima posizione). Per ogni altra attività si individuano le precedenze:



ed il diagramma di Gantt



Per trovare il numero minimo N di giorni necessari per completare il progetto rispettando le priorità, servirà calcolare la somma dei giorni necessari scegliendo l'attività più lunga, quando si valutano quelle che possono essere svolte in contemporanea. Nel nostro caso, il numero minimo di giorni necessari per completare il progetto sarà: 2 (giorni per completare A1) + 4 (giorni per completare la più lunga attività fra A2 e A3) + 1 (giorni per completare A4) = 7.

PROBLEMA

La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di giorni necessari per completarla.

Attività	Giorni
A1	3
A2	4
A3	6
A4	3
A5	4

Le priorità tra le attività sono: [A1,A2], [A1,A3], [A1,A4],[A2,A5], [A3,A5],[A4,A5]

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità).

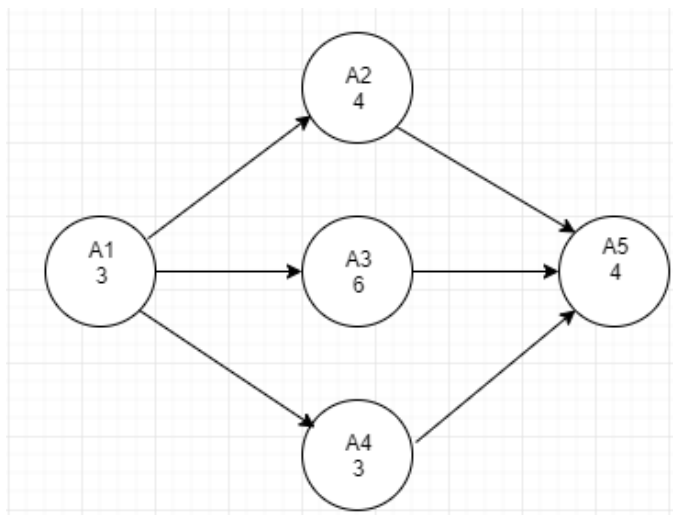
N	
---	--

Soluzione

N	13
---	----

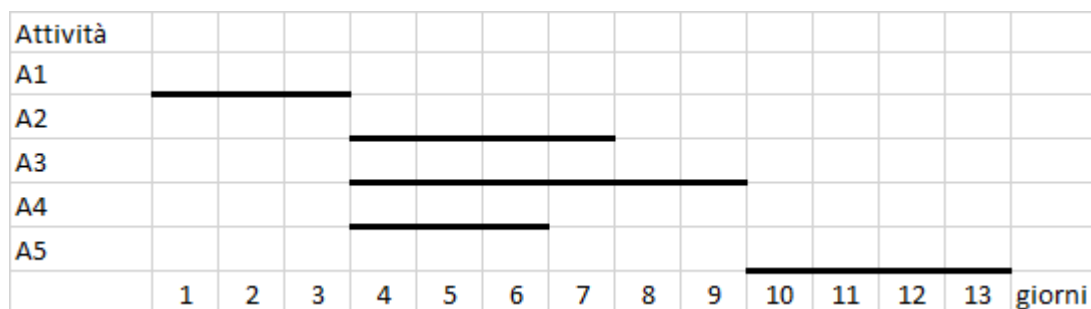
Commenti alla soluzione.

Dal diagramma delle precedenze



risulta che le tre attività A2, A3 e A4 possono essere svolte in parallelo e che la più lunga delle tre richiede 6 giorni di tempo per essere completata.

Il diagramma di Gantt

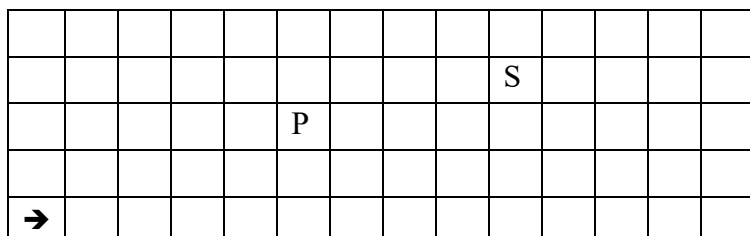


evidenzia che il progetto si svolge in 13 giorni.

ESERCIZIO 2

Premessa.

In un foglio a quadretti è disegnato un “campo di gara”, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).



Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata dall’ essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha coordinate [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la freccia sono [1,1].

Nel campo di gara sono illustrati i principali movimenti del robot.

15				← ↓ P
14				↓
13				↓
12				↓
11		← ↑ A	←	↓ ←
	12	13	14	15

ESERCIZIO 3

Un algoritmo di crittazione a sostituzione monoalfabetica consiste nel sostituire ogni simbolo del messaggio in chiaro con quello dato da una tabella di conversione, che trasforma ogni simbolo in un altro. La particolare tabella usata è la chiave di crittazione. Ad esempio, con la seguente tabella di conversione (o chiave di crittazione):

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
W	X	Y	U	V	N	K	L	M	O	P	Q	R	S	T	Z	D	E	F	A	B	C	G	H	I	J

(ovvero la A diventa una W, la B una X, etc.)

la parola NASO è crittata in SWFT. Un caso particolare è dato dal cifrario di Cesare, cifrario a sostituzione monoalfabetica in cui ogni lettera del testo in chiaro è sostituita nel testo cifrato dalla lettera che si trova un certo numero di posizioni dopo nell'alfabeto. Ad esempio, considerando un cifrario con chiave 13, la parola NASO è crittata in ANFB.

Un algoritmo di crittazione a sostituzione *polialfabetica* è una generalizzazione di quello monoalfabetico, in cui si utilizza una chiave di crittazione e una tabella Vigenère, riprodotta qui sotto:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N

P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Per crittare un messaggio, si considera la prima lettera del messaggio e la prima lettera della chiave; sulla tavola di Vigenère queste due lettere si usano come una sorta di coordinate cartesiane che individuano rispettivamente la riga che inizia con la prima lettera e la colonna che inizia con la seconda lettera; all'incrocio si trova la lettera da sostituire nel messaggio crittato. Per le altre lettere del messaggio si procede similmente, ma utilizzando le successive lettere della chiave; siccome in generale la chiave è più corta del messaggio, la stessa chiave verrà usata ripetutamente fino a completare la crittazione del messaggio. Ad esempio: usando come chiave TRE, la parola STELLA è crittata in LKIECE.

PROBLEMI

a) Usando il cifrario di Cesare, decrittare il messaggio BZQOD CHDL sapendo che è stato crittato con chiave 25 e scriverlo in A conservando gli spazi tra le parole

b) Usando la chiave di crittazione:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
W	X	Y	U	V	N	K	L	M	O	P	Q	R	S	T	Z	D	E	F	A	B	C	G	H	I	J

crittare il messaggio STIAMO TUTTI BENE e scriverlo in B conservando gli spazi tra le parole

c) Usando un algoritmo di crittazione a sostituzione polialfabetica, con chiave VERBO e considerando la tavola Vigenère, crittare il medesimo messaggio STIAMO TUTTI BENE e scriverlo in C conservando gli spazi tra le parole

A	
B	
C	

Soluzione

A	CARPE DIEM
B	FAMWRT ABAAM XVSU
C	NXZBAJ XLUHD FVOS

Commenti alla soluzione.

a)

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
25	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y

b) S T I A M O T U T T I B E N E
F A M W R T A B A A M X V S V

Come detto nella premessa per crittare si scrive la frase eliminando gli spazi tra le parole e a partire da sinistra si ripete più volte la chiave VERBO.

S	T	I	A	M	O	T	U	T	T	I	B	E	N	E
V	E	R	B	O	V	E	R	B	O	V	E	R	B	O

Poi si procede cercando la lettera che incrocia la colonna (lettera_frase) con la riga (lettera_chiave associata). Alcuni esempi :

(V,S) genera N ; (V,O) genera J ; (R,E) genera V.

ESERCIZIO 4

Premessa

Sono date alcune scatole, designate da lettere A, B, C, ...; queste scatole contengono dei numeri. La scrittura

$$F = A + B;$$

significa: sommare i numeri contenuti nelle scatole A e B e inserire il numero risultato nella scatola F; il numero precedentemente contenuto in F viene perso.

Se per le scatole A, B, e D vengono acquisiti i seguenti valori $A=2$, $B=3$, $D=7$ e vengono poi eseguiti i seguenti calcoli

$$C = A + D - B;$$

$$A = C - A;$$

al termine, il contenuto delle quattro scatole sarà il seguente: $C = 6$, $A = 4$, $B = 3$, $D = 7$.

PROBLEMA

Si devono eseguire nell'ordine indicato i seguenti calcoli, dove il simbolo * è usato per indicare la moltiplicazione, il simbolo / è usato per indicare la divisione:

$$A = 4*B + C*B;$$

$$B = B*2;$$

$$D = (A + B - C + 1)/2;$$

$$B = A*B+D;$$

Se all'inizio per le scatole B e C vengono acquisiti i seguenti valori $B = 2$ e $C = 3$, calcolare i contenuti finali delle scatole A, B e D.

A	
B	
D	

Soluzione

A	14
B	64

D	8
---	---

Commento

Operazioni	Calcoli
$A = 4*B + C*B$	$A = 4*2 + 3*2 = 14$
$B = B*2$	$B = 2*2=4$
$D = (A + B - C + 1)/2$	$D = (14 + 4 - 3 + 1)/2 = 8$
$B = A*B + D$	$B = 14*4 + 8 = 64$

ESERCIZIO 5

Premessa

Le scatole vengono simbolicamente usate come contenitori di valori. Durante lo svolgimento dei calcoli i valori contenuti in una scatola possono variare: per questo i nomi delle scatole possono essere interpretati come nomi di variabili.

D'ora in avanti l'insieme dei calcoli proposti sarà presentato come una procedura da eseguire.

PROBLEMA

Data la seguente procedura

Procedura Calcolo 1;

Elenco delle variabili (scatole) utilizzate: A, B, C, D;

acquisire i valori di B, C;

$$A = B*C + 14;$$

$$D = (A + 4*B + 5*C + 6)/2;$$

$$B = A + D;$$

$$C = A + B;$$

rendere disponibili i valori di A, B, C e D;

Fine procedura;

Se all'inizio per le scatole B e C vengono acquisiti i seguenti valori $B = 7$ e $C = 3$, calcolare i contenuti finali delle variabili (o scatole) A, B, C e D.

A	
B	
C	
D	

Soluzione

A	35
B	77
C	112
D	42

Commenti alla soluzione.

Operazioni	Calcoli
$A = B*C + 14$	$A = 7*3 + 14 = 35$
$D = (A + 4*B + 5*C + 6)/2$	$D = (35 + 4*7 + 5*3 + 6)/2 = 42$

$B = A + D$	$B = 35 + 42 = 77$
$C = A + B$	$C = 35 + 77 = 112$

ESERCIZIO 6

Premessa

Una procedura parla essenzialmente di oggetti che si chiamano *variabili*; in questo esempio, le variabili sono A e B. Per capire cosa sia una variabile si può pensare a una *scatola* che ha un *nome* e un contenuto o *valore*, che può variare. All’inizio della procedura, vengono elencate tutte le variabili che saranno utilizzate e le rispettive scatole sono vuote. Quando viene attribuito un nuovo valore ad una scatola, **il valore precedente viene perso**.

Per uniformare la scrittura al gergo dei linguaggi di programmazione, l’operazione per acquisire i valori iniziali viene indicata dal comando *read* e quella per indicare la disponibilità dei valori finali viene indicata dal comando *write*.

PROBLEMA

Procedura Calcolo 2 ;

Variabili: A, B;

read A, B;

$A = A + 5*B$;

$B = A + 4*B$;

$A = A + 2*B$;

$B = A - B$;

write A, B;

Fine procedura;

Calcolare i valori finali di A, B corrispondenti ai seguenti valori iniziali $A = 8$, $B = 12$.

A	
B	

Soluzione

A	300
B	184

Commento

istruzione	A	B
<i>read</i> A,B;	8	12
$A=A+5*B$	68	12
$B=A+4*B$	68	116
$A=A+2*B$	300	116
$B=A-B$	300	184

ESERCIZIO 7

Premessa

In questo PROBLEMA si deve sostituire il carattere X col nome di una delle tre variabili A, B e C dichiarate nella procedura in modo che la esecuzione della procedura scambi i valori delle variabili A e B: se all'inizio si ha $A = 1$ e $B = 3$, alla fine si deve avere $A = 3$ e $B = 1$.

PROBLEMA

Procedura Calcolo 3;
 Variabili A, B, C;
 read A, B;
 C = B;
 B = A;
A = X;
 write A, B;
 Fine procedura;

Nella istruzione sottolineata (A = X), trovare il nome della variabile da sostituire a X in modo che alla fine della procedura i valori delle variabili A e B risultino scambiati.

X	
---	--

Soluzione

X	C
---	---

Commenti alla soluzione.

Nella scatola C viene conservato (salvato) il valore di B; in B viene posto il valore di A e in A viene messo il valore precedentemente contenuto in B che è stato salvato in C!

istruzione	A	B	C
Read A,B	1	3	=
C = B	1	3	3
B = A	1	1	3
A = C	3	1	3

ESERCIZIO 8

Premessa

L'alternativa semplice. Se in una procedura compaiono le seguenti istruzioni

```

...
if B > A then ;
  M = B;
else ;
  M = A;
endif;
write M ;

```

l'operazione $M = B$ viene eseguita se e solo se B è maggiore di A, altrimenti viene eseguita l'istruzione $M = A$.

Ad esempio, se $B = 5$ e $A = 3$ il valore finale sarà $M = 5$ (perché $5 > 3$ è vero e $M = B$ viene eseguita); se $B = 4$ e $A = 6$ il valore finale sarà $M = 6$ (perché $4 > 6$ è falso e quindi viene seguita l'istruzione $M = A$).

PROBLEMA

```
Procedura Calcolo 4;  
Variabili: A, B, C, M;  
read A, B, C;  
if B > A then M = B;  
  else M = A;  
endif;  
if C > M then M = C;  
endif;  
write M;  
Fine procedura;
```

Calcolare il valore finale di M corrispondente ai seguenti valori iniziali $A = 3$, $B = 5$, $C = 4$.

M	
---	--

Soluzione

M	5
---	---

Commenti alla soluzione.

La sequenza dei valori attribuiti alla variabile M è la seguente

$M = B$ cioè $M = 5$ poiché $5 > 3$ è vero

if $4 > 5$ then ($M = 4$ non viene eseguita perché $4 > 5$ è falso); Rimane $M = 5$.

write $M = 5$;