GARA 5 2018 – Scuola sec. di secondo grado - INDIVIDUALI

ESERCIZIO 1

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI.

PROBLEMA
Siano date le seguenti regole:
regola(1,[a,p],q). regola(2,[a,c],d). regola(3,[p,q],r).
regola(4,[a,b],p). regola(5,[q,r],x). regola(6,[a,b],c).
regola(7,[c,d],y). regola(8,[p,q],z). regola(9,[n,p],q).
regola(10,[n,t],p). regola(11,[a,t],b). regola(12,[a,u],b).

PROBLEMA
Trovare:
la lista L1 che rappresenta il procedimento per dedurre **x** da **[n,t]**;
la lista L2 che rappresenta il procedimento per dedurre **y** da **[a,t]**;
la lista L3 che rappresenta il procedimento per dedurre **z** da **[a,u].**
Scrivere le soluzioni nella seguente tabella.

L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]

SOLUZIONE

L1	[10,9,3,5]
L2	[11,6,2,7]
L3	[12,4,1,8]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. **x** si deduce dalla regola 5 conoscendo **q** ed **r** non dati. **q** si ottiene dalla 9 dopo aver ricavato **p** con la 10. **r** si ottiene dalla regola 3 con **p** dedotto dalla 10 e **q** dedotto precedentemente. Dunque [10,9,3,5]

2. **y** si deduce dalla regola 7 conoscendo **c** e **d** non dati. **c** si ottiene determinando **b** con la regola 11 e applicando successivamente la regola 6. **d** si ottiene applicando la 2. Dunque [11,6,2,7]

3. **z** si deduce dalla regola 8 conoscendo **p** e **q** non dati. **p** si ricava applicando successivamente la 12 per ricavare **b** e poi la regola 4. **q** si ottiene mediante la regola 1 da **a** e **p** . Dunque [12,4,1,8]

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente KNAPSACK

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti

informazioni:
tab(<sigla del minerale>,<valore in euro>,<peso in kg>)

Il deposito contiene i seguenti minerali:
tab(m1,6,13)
tab(m2,9,15)
tab(m3,12,22)
tab(m4,18,28)
tab(m5,13,23)
tab(m6,10,61)

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 59 kg trovare la lista L delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo; calcolare inoltre questo valore V.
N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3< ... .

L	[ ]
V	

Soluzione

L	[m1,m2,m4]
V	33

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema occorre considerare tutte le possibili combinazioni di tre minerali diversi, il loro valore e il loro peso.
N.B. Le combinazioni corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall’ordine; per esempio la combinazione “m1,m2,m4” è uguale alla combinazione “m4,m2,m1”. Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati, come richiesto dal problema: si veda di seguito.
Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili (cioè con peso complessivo minore o eguale a 59 kg) e tra queste scegliere quella di maggior valore.
Si noti anche che il peso di m6 è da solo maggiore di 59 kg, quindi non potrà mai essere caricato. Invece che costruire tutte le 20 combinazioni di m1,..,m6 basterà considerare solo quelle di m1,.., m5 (le quali sono solo 10).

Combinazioni	Valore	Peso	Trasportabili
[m1,m2,m3]	27	50	Si

[m1,m2,m4]	33	56	Si
[m1,m2,m5]	28	51	Si
[m1,m3,m4]	36	63	No
[m1,m3,m5]	31	58	Si
[m1,m4,m5]	37	64	No
[m2,m3,m4]	39	65	No
[m2,m3,m5]	34	60	No
[m2,m4,m5]	40	66	No
[m3,m4,m5]	43	73	No

Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.
N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col “primo” minerale, poi tutte quelle che iniziano col “secondo” minerale, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente FATTI E CONCLUSIONI

PROBLEMA

Angelo, Bruno e Ciro sono tre pescatori di mare. Uno pesca sempre in Oceano Atlantico, uno in Oceano Pacifico e l’altro nel Mar Mediterraneo. Durante l’ultima uscita, uno ha pescato 100 kg di pesce, uno 200 kg e l’altro 300 kg. Mari e quantità pescate sono elencate in ordine casuale (nella colonna “Mare” scrivere il nome completo (Oceano Atlantico, Oceano Pacifico e Mar Mediterraneo).

Dai fatti elencati di seguito, determinare in quale mare pescano i tre pescatori e le quantità pescate.

1. La maggior quantità di pesce è stata pescata nel mare che ha estensione maggiore.
2. Angelo ha pescato una quantità di pesce dal peso pari alla metà di quella pescata da Bruno.
3. La barca che ha pescato 100 kg era a Sud della Sicilia.

PESCATORE	MARE	QUANTITA' (kg)
Angelo		
Bruno		
Ciro		

SOLUZIONE

PESCATORE	MARE	QUANTITA' (kg)
Angelo	Mar Mediterraneo	100
Bruno	Oceano Atlantico	200
Ciro	Oceano Pacifico	300

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il mare che ha estensione maggiore è l'Oceano Pacifico. Pertanto la 1 afferma che in tale oceano sono stati pescati 300 kg di pesce.
L'affermazione 2 dice che Angelo ha pescato 100 kg di pesce e Bruno 200 kg.
La 3 dice che i 100 kg sono stati pescati nel mar Mediterraneo e quindi da Angelo.
Di conseguenza Bruno ha pescato nell'Oceano Atlantico e Ciro nel Pacifico.
Questi dati permettono di completare la tabella.

ESERCIZIO 4

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente STATISTICA DESCRITTIVA ELEMENTARE

È data la seguente lista di numeri interi: [89, 55, 34, 21, 21, 21, 13]

Trovare la mediana M1.
Trovare la media M2 senza decimali (troncata, non arrotondata).
Trovare la moda M3

M1	
M2	
M3	

Soluzione

M1	21
M2	36
M3	21

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I risultati seguono immediatamente dalle definizioni di mediana, media e moda

ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente GRAFI

L'ufficio tecnico di un piccolo comune deve scegliere dove piazzare dei nuovi lampioni. Il paese di cui si parla può essere pensato come un insieme di piazzette collegate da strade, descritte dal seguente grafo (dove i nodi sono le piazze e gli archi sono le strade):

arco(n4,n6) arco(n4,n2) arco(n8,n1) arco(n6,n8) arco(n3,n6) arco(n5,n7)

arco(n2,n8) arco(n6,n7) arco(n5,n1) arco(n4,n3) arco(n8,n3)

Ogni lampione illumina la piazza in cui è collocato, le strade da essa uscenti, e le piazze direttamente collegate alla piazza in cui si trova il lampione. Il sindaco, per risparmiare, vuole utilizzare il minor numero possibile di lampioni.

Trovare:

1. Il numero minimo N di lampioni necessari ad illuminare tutte le *strade* del paese
2. La lista L di N lampioni che illuminano tutte le strade del paese

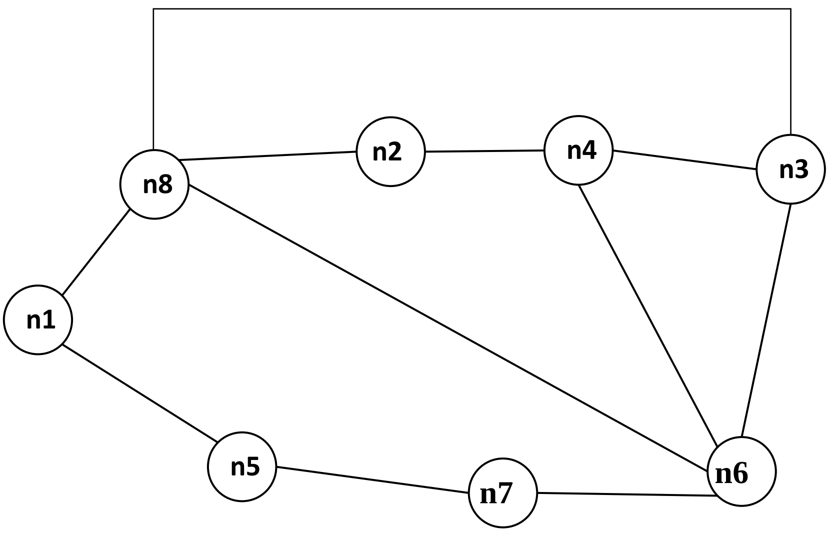
N	
L	[ ]

SOLUZIONE

N	4
L	[n4,n5,n6,n8]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che sono menzionati 8 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6, n7, n8); si procede per tentativi; si disegnano gli 8 punti nel piano e li si collega con archi costituiti da segmenti: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi. Un modo, che evidenzia la soluzione, è il seguente.



Il primo passo da fare è calcolare qual è il numero minimo N di lampioni necessario ad illuminare tutte le strade del paese. Si capisce a vista d'occhio che tale numero non è 1. Generando in modo sistematico tutte liste di 2 nodi, si verifica che nessuna di esse permette di illuminare tutte le strade del paese. Passiamo quindi a generare in modo sistematico tutte le liste di 3 nodi, e anche in questo caso di verifica che nessuna di esse permette di illuminare tutte le strade. Dunque generiamo in modo sistematico tutte le liste di 4 nodi e troviamo che vi e un’unica lista di 4 nodi che illumina tutte le strade del paese, ovvero [n4,n5,n6,n8]. Quindi N = 4 e L = [n4,n5,n6,n8].

ESERCIZIO 6

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```
procedure BETA;
variables B, K, I, C integer;
variables A(1:5) vector of integer;
A ← [3,2,10,8,5];
K ← 0;
while K < 2 do;
     for I from 1 to 4 step 1 do;
          B ← A(I+1);
          C ← A(I);
          if C > B then;
               A(I) ← B;
               A(I+1) ← C;
          endif;
      endfor;
     K ← K + 1;
endwhile;
output A;
```

endprocedure;

Determinare il valore di output di A e scriverlo nella tabella seguente (come lista; le parentesi quadre sono già presenti).

A	[ ]

SOLUZIONE

A	[2,3,5,8,10]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La procedura realizza il cosiddetto “ordinamento a bolle”. Si scambiano tra loro i valori adiacenti se il primo è maggiore del secondo. Si eseguono tante “passate” (in questo caso K = 2) finché l’array non è ordinato.

Il ciclo “while” viene eseguito due volte. Vediamo i valori di I, A, B, C dopo ogni iterazione del ciclo.

Per K=0

	valore di I	valore di A	valore di B	valore di C
prima del ciclo	indefinito	[3,2,10,8,5]	indefinito	indefinito
dopo la prima ripetizione	1	[2,3,10,8,5]	2	3
dopo la seconda ripetizione	2	[2,3,10,8,5]	10	3
dopo la terza ripetizione	3	[2,3,8,10,5]	8	10
dopo la quarta ripetizione	4	[2,3,8,5,10]	5	10

Per K=1

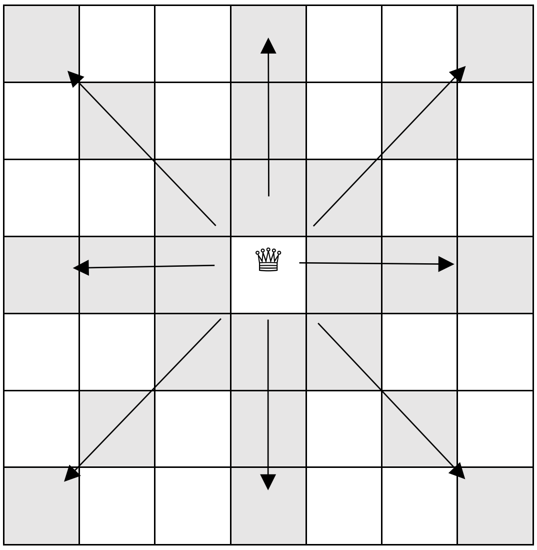
	valore di I	valore di A	valore di B	valore di C
dopo la prima ripetizione	1	[2,3,8,5,10]	3	2
dopo la seconda ripetizione	2	[2,3,8,5,10]	8	3
dopo la terza ripe tizione	3	[2,3,5,8,10]	5	8
dopo la quarta ripetizione	4	[2,3,5,8,10]	10	8

ESERCIZIO 7

Un giocatore di scacchi vuole posizionare 7 regine su un campo di gara (scacchiera 7×7), senza che le regine possano attaccarsi l'una con l'altra.

Ricordiamo che la regina degli scacchi può muoversi in orizzontare, verticale e diagonale di un numero qualsiasi di caselle.

La regina nell'esempio seguente può attaccare tutti i pezzi posizionati sulle caselle grigie, e dunque in tali caselle non potranno essere posizionate altre regine.



Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la regina dell'esempio è nella quarta colonna (da sinistra) e nella quarta riga (dal basso): brevemente si dice che ha coordinate [4,4].

PROBLEMA

Data la seguente scacchiera, in cui il giocatore ha già posizionato 4 regine nelle caselle [1,7], [3,6], [5,5] e [7,4]

♕						
		♕				
				♕		
						♕

determinare le coordinate [X1,Y1] in cui posizionare la regina sulla prima riga, quelle [X2,Y2] della regina sulla seconda riga e quelle [X3,Y3] della regina sulla terza riga, di modo che le regine non possano attaccarsi l'una con l'altra.

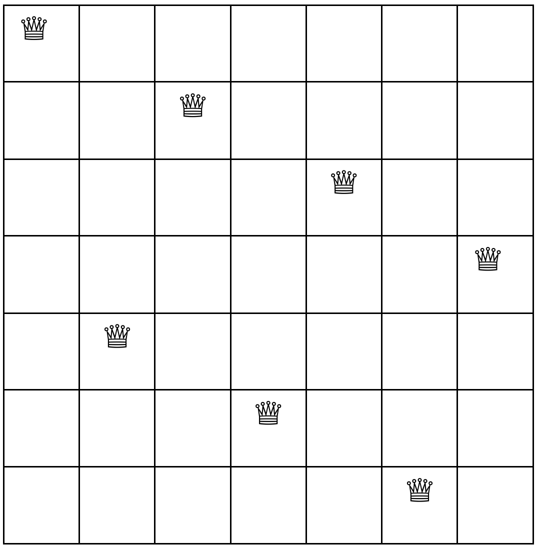
X1	
Y1	
X2	
Y2	
X3	
Y3	

SOLUZIONI

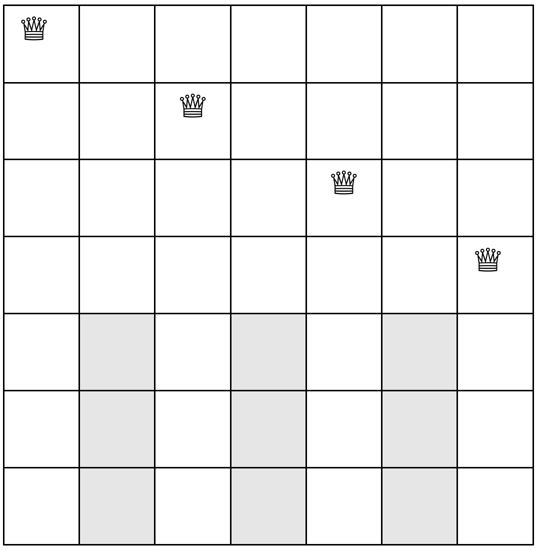
X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3
6	1	4	2	2	3

COMMENTO ALLE SOLUZIONI

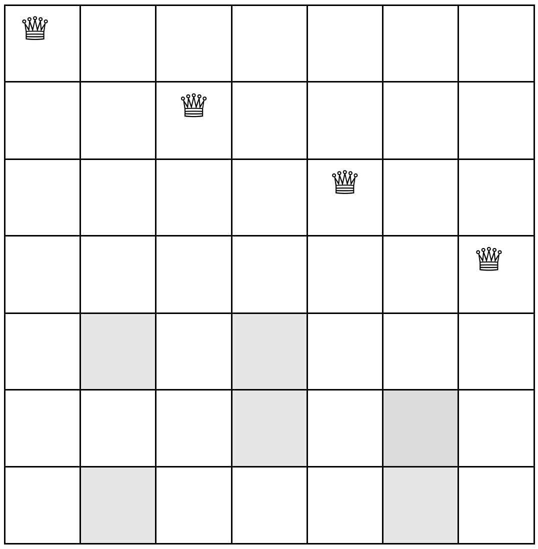
La scacchiera sarà



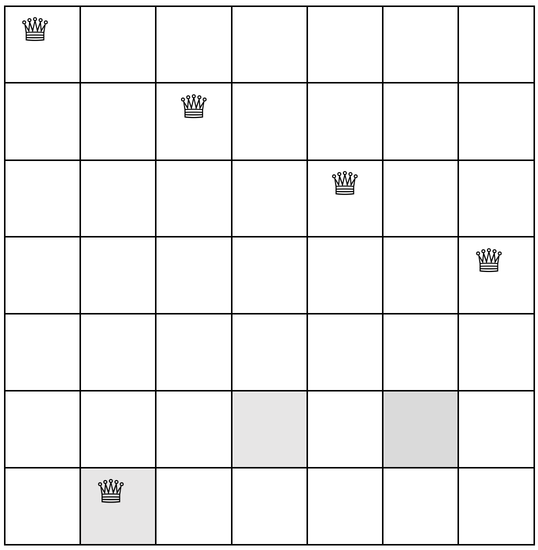
Le tre regine mancanti andranno disposte agli incroci delle righe e delle colonne libere, ovvero nelle posizioni colorate in grigio nella figura seguente



Eliminiamo però le caselle che si trovano sulla diagonale di altre regine



Proviamo a posizionare ora una regina in [2,1]



Tale regina non attacca e non viene attaccata, ma non potrà fare parte della soluzione: infatti non avremo la possibilità di posizionare le due regine rimanenti avendo a disposizione due caselle sulla stessa riga.

Torniamo allora sui nostri passi e posizioniamo la regina in [2,3]

♕						
		♕				
				♕		
						♕
	♕					

Osserviamo che ora siamo obbligati a posizionare le restanti regine in [4,2] e [6,1], ottenendo una soluzione.

ESERCIZIO 8

PROBLEM

Eric is a doctor and he is driving from his house to get to the hospital. After covering $1/4$ of the distance (always at the same speed) he received an emergency call and he increased his speed of the 30%. So he arrived one hour ahead of his schedule. What is the duration of the trip of Eric?

Put the number H of hours and the number M of minutes (eventually rounded) in the box below.

H	
M	

SOLUTION

H	4
M	47

TIPS FOR THE SOLUTION

We suppose, for convenience, that the “first speed” of Eric was 100 mph: as a consequence the “second speed” was 130 mph. Remembering that time=space/speed and denoting with t the “expected duration” (in hours) of the trip and with s the lenght (in miles) of the trip we can write:

$$\begin{cases} t = \dfrac{s}{100} \\ t - 1 = \dfrac{\frac{1}{4}s}{100} + \dfrac{\frac{3}{4}s}{130} \end{cases}$$

We obtain that $t - 1 = 4.777 \ldots$ that is equal to 4 hours and 47 minutes.