GARA 2 2018 - Scuola Sec. Secondo Grado - INDIVIDUALI

ESERCIZIO 1

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI.

PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[b,d],r). regola(2,[u,h,x],s). regola(3,[d,u],c).
regola(4,[c,u],x). regola(5,[d,c],u). regola(6,[d,r],h).
regola(7,[n,b],d). regola(8,[n,q],b). regola(9,[b,h],c).

PROBLEMA

Trovare:

1. la lista L1 che rappresenta il procedimento per dedurre **c** da **[n,b]**;
2. la lista L2 che rappresenta il procedimento per dedurre **s** da **[n,b]**;
3. la lista L3 che rappresenta il procedimento per dedurre **x** da **[n,b].**

Scrivere le soluzioni nella seguente tabella.

L1	[	]
L2	[	]
L3	[	]

SOLUZIONE

L1	[7,1,6,9]
L2	[7,1,6,9,5,4,2]
L3	[7,1,6,9,5,4]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere questo tipo di problemi si può usare il metodo backward (o top down) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti siano tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non siano tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Per la prima domanda (che chiede di dedurre **c**), si osservi come **c** è deducibile con la regola 3 e la regola 9. La regola 3 deduce **c** da **d** e **u**; **d** è deducibile dalla 7 che ha come antecedenti **n** e **b**, entrambi dati, **u** è deducibile con la regola 5 da **d** e **c** che è proprio l'incognita da ricavare. Si utilizzerà quindi la regola 9 che utilizza **b**, data, e **h** ricavabile dalla 6. La 6 necessita degli antecedenti **d** e **r**, **d** deducibile dalla 7, che ha gli antecedenti dati, e **r**, ricavabile dalla 1 con **b,** dato, e **d** appena dedotto. Il procedimento di deduzione è quindi [7,1,6,9].
Per la seconda domanda (che chiede di dedurre s), si osservi come s è deducibile dalla regola 2 che ha come antecedenti **u**, **h**, **x**. La **x** è deducibile dalla regola 4 i cui antecedenti, **c** e **u,** si deducono, la **c** dalla regola 9, e la **u** dalla regola 5 che è utilizzata anche come antecedente per la regola2. La **h**, come già visto, è ricavabile dalla regola 6. Per dedurre **d** e **r** si segue lo stesso procedimento descritto precedentemente. Il procedimento di deduzione è quindi [7,1,6,9,5,4,2].
Per la terza domanda (che chiede di dedurre **x**) utilizzo il procedimento descritto per la seconda domanda per ricavare **x.** Il procedimento di deduzione è quindi [7,1,6,9,5,4].

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente KNAPSACK.
PROBLEMA
In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni:
tab(<sigla del minerale>,<valore in euro>,<peso in Kg>)

Il deposito contiene i seguenti minerali:
tab(m1,11,10)
tab(m2,17,18)
tab(m3,20,14)
tab(m4,12,22)
tab(m5,13,20)

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 52 Kg trovare la lista L delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo; calcolare inoltre questo valore V.
N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3< ... .

L	[ ]
V	

Soluzione

L	[m2,m3,m5]
V	50

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema occorre considerare tutte le possibili combinazioni di tre minerali diversi, il loro valore e il loro peso.
N.B. Le combinazioni corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1,m2,m4" è uguale alla combinazione "m4,m2,m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati, come richiesto dal problema: si veda di seguito.
Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili (cioè con peso complessivo minore o eguale a 52) e tra queste scegliere quella di maggior valore.

Combinazioni	Valore	Peso	Trasportabili
[m1, m2, m3]	48	42	Si
[m1, m2, m4]	40	50	Si
[m1, m2, m5]	41	48	Si
[m1, m3 , m4]	43	46	Si
[m1, m3, m5]	44	44	Si
[m1, m4, m5]	36	52	Si
[m2, m3, m4]	49	54	No
[m2, m3, m5]	50	52	Si
[m2, m4, m5]	42	60	No
[m3, m4, m5]	45	56	No

Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.
N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte la combinazioni che iniziano col "primo" minerale, poi tutte quelle che iniziano col "secondo" minerale, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente CRITTOGRAFIA

PROBLEMA

Usando la semplice crittografia di Giulio Cesare:

data la lista [s,a,n,f,r,a,n,c,e,s,c,o] trovarne la corrispondente L1 crittografata con chiave 12;

data la lista [q,u,a,q,q,u,a,r,a,q,q,u,a,q,q,u,a,q,q,u,a,q,q,u,a] trovarne la corrispondente L2 crittografata con chiave 24;

data la lista [o,s,y,o,o,s,y,p,y,o,o,s,y,o,o,s,y,o,o,s,y,o,o,s,y] trovarne la corrispondente L3 crittografata con chiave 2;

L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]

SOLUZIONE

L1	[e,m,z,r,d,m,z,o,q,e,o,a]
L2	[o,s,y,o,o,s,y,p,y,o,o,s,y,o,o,s,y,o,o,s,y,o,o,s,y]
L3	[q,u,a,q,q,u,a,r,a,q,q,u,a,q,q,u,a,q,q,u,a,q,q,u,a]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

È sufficiente compilare la tabella in cui la prima riga è il normale alfabeto e le tre successive siano “ruotate” rispettivamente di 12, 24, 2.

	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**	**i**	**j**	**k**	**l**	**m**	**n**	**o**	**p**	**q**	**r**	**s**	**t**	**u**	**v**	**w**	**x**	**y**	**z**
12	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
24	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x
2	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b

ESERCIZIO 4

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente FATTI E CONCLUSIONI

PROBLEMA

Luca, Maria e Nicola sono ciclisti. Hanno chiamato le loro biciclette Missile, Saetta, Fulmine. Le bici hanno fatto fino ad ora 1000, 1500, 2000 chilometri. I nomi delle biciclette e chilometraggi sono elencati in ordine casuale (e quindi non si corrispondono ordinatamente).

Dai fatti elencati di seguito, determinare i proprietari delle biciclette e quanti chilometri le bici hanno fatto.

1. La bici di Luca ha fatto 500 chilometri in meno rispetto a quella di Maria.
2. Missile è la bici che ha fatto più chilometri.
3. La bici di Nicola è quella che ha fatto meno chilometri.
4. Fulmine ha fatto più chilometri di Saetta.

NOMI	BICI	KM
Luca		
Maria		
Nicola		

SOLUZIONE

NOMI	BICI	KM
Luca	Fulmine	1500
Maria	Missile	2000
Nicola	Saetta	1000

COMMENTI ALLA SOLUZIONE.

Nell'enunciato del problema compaiono tre entità: nomi, biciclette e distanze percorse in Km

Fatto1. Ipotesi A Luca ha fatto 1000 Km e Maria 1500 Km

Ipotesi B Luca ha fatto 1500 Km e Maria 2000 Km

Fatto 2. Missile è la bicicletta che ha fatto 2000 Km

Fatto 3. La bicicletta di Nicola ha fatto 1000 Km

Conseguenza del fatto 3: l'ipotesi 1A è falsa e l'ipotesi 1B è vera

Conseguenza dell'ipotesi 1B e del Fatto 2: la bicicletta di Maria è Missile

Fatto 4. Saetta è la bicicletta che ha fatto 1000 Km e Fulmine è quella che ha fatto 1500 Km

Conseguenza dei fatti 3 e 4: Saetta è la bicicletta di Nicola e Fulmine quella di Luca.

ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente GRAFI

PROBLEMA

Un grafo, che si può immaginare come rete di strade (archi) che collegano delle città (nodi), è descritto dal seguente elenco di archi:

a(n2,n5,1) a(n1,n6,12) a(n1,n2,7) a(n6,n4,1) a(n2,n4,5)

a(n5,n1,4) a(n1,n3,3) a(n5,n6,9) a(n3,n5,2)

Disegnato il grafo, trovare:

1. la lista L1 del percorso semplice *più breve* tra n1 e n6 e calcolarne la lunghezza K1;
2. la lista L2 del percorso semplice *più lungo* tra n1 e n6 e calcolarne la lunghezza K2;
3. la lista L3 del percorso semplice *più breve* tra n1 e n6 che *non attraversa* n2 e calcolarne la lunghezza K3.

Scrivere la soluzione nella seguente tabella.

L1	[ ]
K1	
L2	[ ]
K2	
L3	[ ]
K3	

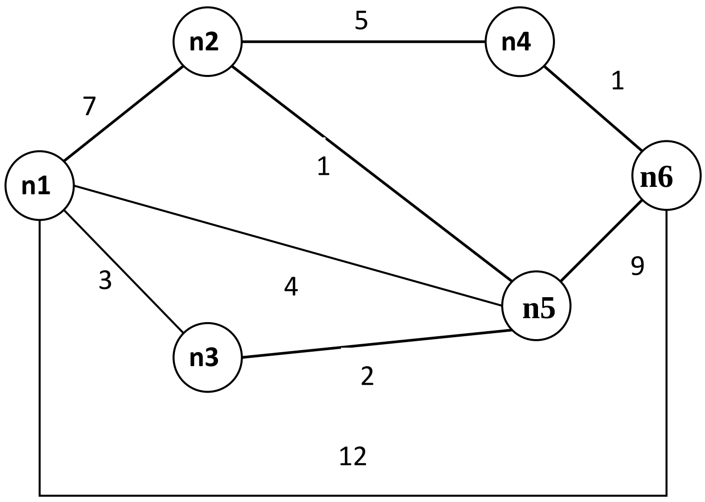
SOLUZIONE

L1	[n1,n5,n2,n4,n6]

K1	11
L2	[n1,n2,n5,n6]
K2	17
L3	[n1,n6]
K3	12

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che vengono menzionati 6 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6); si procede per tentativi; si disegnano i 6 punti nel piano e li si collega con archi costituiti da segmenti: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono (necessariamente) proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono, segmenti di retta).

Per rispondere alle domande occorre elencare sistematicamente *tutti* i percorsi, che non passino più volte per uno stesso punto, tra n1 e n6:

PERCORSO da n1 a n6	LUNGHEZZA
[n1,n2,n4,n6]	7+5+1=13
[n1,n2,n5,n6]	7+1+9=17

[n1,n3,n5,n2,n4,n6]	3+2+1+5+1=12
[n1,n3,n5,n6]	3+2+9=14
[n1,n5,n2,n4,n6]	4+1+5+1=11
[n1,n5,n6]	4+9=13
[n1,n6]	12

L1, K1, L2, K2, L3, K3 seguono immediatamente.

ESERCIZIO 6

Otto amici (Alice, Bob, Carlo, Diana, Elena, Franco, Gino, Hellen) che vanno spesso al cinema e, per evitare di sedersi sempre negli stessi posti, decidono che ogni volta utilizzeranno una stessa regola per **cambiare posto rispetto a dove erano seduti la volta precedente**.

I posti sono numerati da 1 a 8, e gli amici indicati con la loro iniziale maiuscola.

La regola che si sono dati è la seguente:

- Chi era nel posto 1 va nel posto 6 sposta(1,6)
- Chi era nel posto 2 va nel posto 3 sposta(2,3)
- Chi era nel posto 3 va nel posto 4 sposta(3,4)
- Chi era nel posto 4 va nel posto 8 sposta(4,8)
- Chi era nel posto 5 va nel posto 2 sposta(5,2)
- Chi era nel posto 6 va nel posto 1 sposta(6,1)
- Chi era nel posto 7 va nel posto 5 sposta(7,5)
- Chi era nel posto 8 va nel posto 7 sposta(8,7)La prima volta che vanno al cinema (situazione di partenza), sono disposti come indicato nella tabella:

Posto	1	2	3	4	5	6	7	8
Amici (1^ volta)	A	B	C	D	E	F	G	H

La seconda volta applicheranno la regola alla situazione di partenza e si disporranno come indicato in tabella:

Posto	1	2	3	4	5	6	7	8
Amici (2^ volta)	F	E	B	C	G	A	H	D

La terza volta **applicheranno la regola ai posti della seconda volta** e si disporranno come indicato in tabella:

Posto	1	2	3	4	5	6	7	8
Amici (3^ volta)	A	G	E	B	H	F	D	C

PROBLEMA

Data la situazione di partenza:

Posto	1	2	3	4	5	6	7	8
Amici (1^ volta)	A	B	C	D	E	F	G	H

e la regola:
sposta(1,6)
sposta(2,3)
sposta(3,4)
sposta(4,8)
sposta(5,2)
sposta(6,1)
sposta(7,5)
sposta(8,7)

rispondere alle seguenti domande:

1. Quale sarà la disposizione degli amici nei posti la **quinta** volta che vanno al cinema? Inserire l'iniziale (maiuscola) di ciascun partecipante nella seguente tabella.

Posto	Amici (5^ volta)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

1. Quale volta (immediatamente dopo la prima) gli amici si ritroveranno di nuovo nella situazione di partenza?

Volta	

SOLUZIONE

1. Quale sarà la disposizione degli amici nei posti la **quinta** volta che vanno al cinema? Inserire l'iniziale (maiuscola) di ciascun partecipante nella seguente tabella.

Posto	1	2	3	4	5	6	7	8
Amici (5^ volta)	A	D	H	G	C	F	B	E

2. Quale volta (immediatamente dopo la prima) gli amici si ritroveranno di nuovo nella situazione di partenza? Inserire solo un numero (senza ^)

Volta	7

COMMENTO ALLA SOLUZIONE
Basterà applicare la regola per sei volte, per ottenere la tabella che indica dove si siederanno gli amici dalla prima alla settima volta.

Posto	1	2	3	4	5	6	7	8
Amici (1^ volta)	A	B	C	D	E	F	G	H
Amici (2^ volta)	F	E	B	C	G	A	H	D
Amici (3^ volta)	A	G	E	B	H	F	D	C
Amici (4^ volta)	F	H	G	E	D	A	C	B
Amici (5^ volta)	A	D	H	G	C	F	B	E
Amici (6^ volta)	F	C	D	H	B	A	E	G
Amici (7^ volta)	A	B	C	D	E	F	G	H

Notare che, alla settimana volta, gli amici si risiedono negli stessi posti della prima volta, e dunque da questo punto in poi la tabella si ripeterà: in particolare, ogni sei volte si tornerà alla situazione di partenza (1^, 7^, 13^ volta, e così via).

La prima volta che gli amici si trovano di nuovo nella situazione di partenza è dunque la 7^

ESERCIZIO 7

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.
Una possibile evoluzione del concetto di variabile è quello di dotarle di una struttura.

Introduciamo la struttura **vettore**.
Possiamo pensare a un vettore come a una sequenza di variabili semplici, tutte dello stesso tipo. La sequenza avrà un nome unico (esempio V) e ogni variabile semplice sarà indicata da un numero (*indice*), che ne indica la posizione all'interno del vettore. Il numero di "variabili semplici" (d'ora in poi: *elementi*) del vettore è chiamata *lunghezza* o *dimensione* del vettore.
Nell'esempio è mostrato il vettore V di interi (in cui sono già stati letti in input dei valori), che ha lunghezza 6.

	1	2	3	4	5	6
V	42	71	25	32	11	44

Nel nostro pseudolinguaggio, potremo dichiarare il vettore indicandone il nome, il primo e l'ultimo indice (che ne indica anche la lunghezza) e il tipo dei suoi elementi:

variable V(1:6) vector of integer;

Possiamo assegnare un valore ad un elemento del vettore, per esempio:

V(2) ← 66

assegna al secondo elemento il valore 66 (sovrascrivendo il valore precedente, se era presente)
E possiamo accedere al valore di un vettore. Per esempio

output V(5)

restituirà 11.

Possiamo ovviamente usare altre variabili (integer) come indici per gli elementi del vettore. Per esempio

J ← 3

output V(J)

restituirà 25.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```
procedure GAMMA;
variables M, I, J integer;
variables A(1:6) vector of integer;
for I from 1 to 6 step 1 do;
        input A(I);
M = A(1);
for J from 2 to 6 step 1 do;
        if M > A(J) then      M ← A(J);
output M;
endprocedure;
```

Sapendo che i valori di input per il vettore A sono nell'ordine 7, 2, 1, 4, 3, 9, determinare il valore di output di M e scriverlo nella tabella seguente.

M	

SOLUZIONE

M	1

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Basta eseguire passo per passo gli *statement* della procedura. E' facile accorgersi che M contiene, a ogni iterazione, l'elemento minimo trovato fino a quel momento. Se si trova nel vettore un elemento più piccolo, questo viene assegnato ad M. Alla fine dunque M conterrà il minimo tra tutti gli elementi del vettore A.

ESERCIZIO 8

PROBLEM

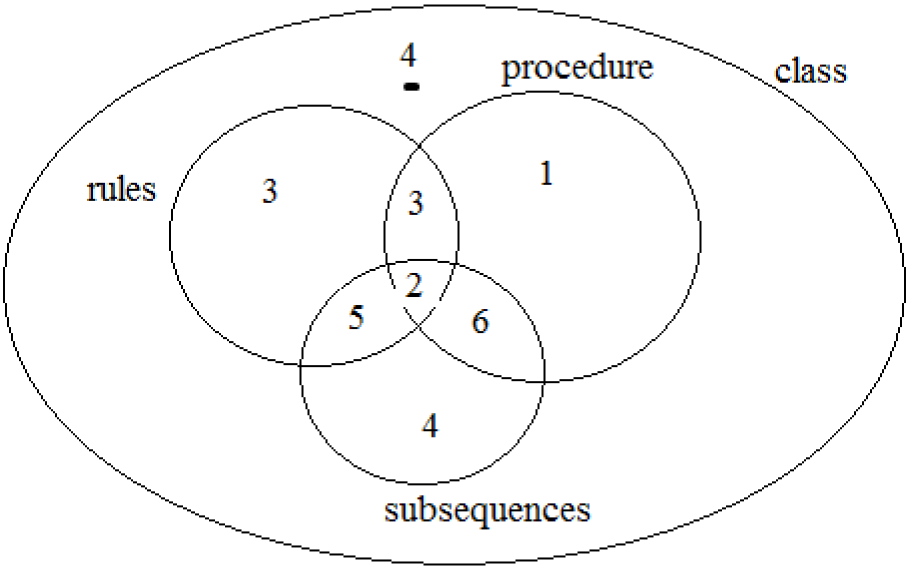
Joe is training a group of student for the next competition of the OPS. 12 of these student are specialized in resolving "procedures", 13 the "rules", 17 the "subsquences"; then 5 students know how to solve "procedures" and "rules", 7 "rules" and "subsequences" and 8 "subsequences" and "procedures". 2 students can solve all of these three categories and 4 none of these. How many students are there in that class? Put your answer in the box below.

SOLUTION

28

TIPS FOR THE SOLUTION

Through a diagram of Euler-Venn



it's easy to find that the answer is

$$12 + 13 + 17 - 5 - 7 - 8 + 2 + 4 = 28$$