

Per la seconda domanda, **w** è deducibile solo con la regola 2 da **g**, **h**, **k** tutti incogniti. Come prima **g** è deducibile con la sequenza di regole [6,1,5] visto che i dati sono gli stessi; **h** è deducibile dalla 6 (essendo noti entrambi gli antecedenti); **k** è ricavabile utilizzando la **e** (data dalla 1) e la **g** (data dalla 5). Il procedimento di deduzione è quindi [6,1,5,4,2].

Per la terza domanda **e** è deducibile con la regola 1 e la regola 3. Non si può usare la regola 3 perché un antecedente è proprio il conseguente della regola 5; si utilizza la regola 1 che ha come antecedenti **b** (dato) e **h** ricavabile dalla regola 6 in cui gli antecedenti sono entrambi dati. Il procedimento di deduzione è quindi [6,1].

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente KNAPSACK.

PROBLEMA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>,<valore in euro>,<peso in Kg>)

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,13,20)

tab(m2,15,12)

tab(m3,22,17)

tab(m4,8,32)

tab(m5,11,24)

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 61 Kg trovare la lista L delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo; calcolare inoltre questo valore V.

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine:

m1<m2<m3<

| | |
|---|-----|
| L | [] |
| V | |

Soluzione

| | |
|---|------------|
| L | [m1,m2,m3] |
| V | 50 |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema occorre considerare tutte le possibili combinazioni di tre minerali diversi, il loro valore e il loro peso.

N.B. Le combinazioni corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per

esempio la combinazione “m1,m2,m4” è uguale alla combinazione “m4,m2,m1”. Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati, come richiesto dal problema: si veda di seguito.

Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili (cioè con peso complessivo minore o eguale a 61) e tra queste scegliere quella di maggior valore.

| Combinazioni | Valore | Peso | Trasportabili |
|--------------|--------|------|---------------|
| [m1,m2,m3] | 50 | 49 | Si |
| [m1,m2,m4] | 36 | 64 | No |
| [m1,m2,m5] | 39 | 56 | Si |
| [m1,m3 ,m4] | 43 | 69 | No |
| [m1,m3,m5] | 46 | 61 | Si |
| [m1,m4,m5] | 32 | 76 | No |
| [m2,m3 m4] | 45 | 61 | Si |
| [m2,m3,m5] | 48 | 53 | Si |
| [m2,m4,m5] | 34 | 68 | No |
| [m3,m4,m5] | 41 | 73 | No |

Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col “primo” minerale, poi tutte quelle che iniziano col “secondo” minerale, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente CRITTOGRAFIA

PROBLEMA

Usando la semplice crittografia di Giulio Cesare:

data la lista [c,a,r,t,a,g,i,n,e,s,i] trovarne la corrispondente L1 crittografata con chiave 5;



data la lista [a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,c,a,c,a,c,a,c] trovarne la corrispondente L2 crittografata con chiave 25;

data la lista [k,n,x,h,m,n,f,n,q,a,j,s,y,t,n,s,k,z,w,n,f,q,f,x,j,y,j] trovarne la corrispondente L3 crittografata con chiave 21;

| | |
|----|-----|
| L1 | [] |
| L2 | [] |
| L3 | [] |

SOLUZIONE

| | |
|----|---|
| L1 | [h,f,w,y,f,l,n,s,j,x,n] |
| L2 | [z,a,z,a,z,a,z,a,z,a,z,a,z,a,z,b,z,b,z,b,z,b] |
| L3 | [f,i,s,c,h,i,a,i,l,v,e,n,t,o,i,n,f,u,r,i,a,l,a,s,e,t,e] |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

È sufficiente compilare la tabella in cui la prima riga è il normale alfabeto e le tre successive siano “ruotate” rispettivamente di 5, 25, 21.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | c | d | e | f | g | h | i | j | k | l | m | n | o | p | q | r | s | t | u | v | w | x | y | z |
| 5 | f | g | h | i | j | k | l | m | n | o | p | q | r | s | t | u | v | w | x | y | z | a | b | c | d | e |
| 25 | z | a | b | c | d | e | f | g | h | i | j | k | l | m | n | o | p | q | r | s | t | u | v | w | x | y |
| 21 | v | w | x | y | z | a | b | c | d | e | f | g | h | i | j | k | l | m | n | o | p | q | r | s | t | u |

ESERCIZIO 4

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente SOTTOSEQUENZE

PROBLEMA

Considerate la sequenza descritta dalla seguente lista:

[91,80,66,99,95,40,24,3,57,51]

Si trovi la lista L che elenca i numeri che formano la più lunga sottosequenza decrescente.

| | | | |
|---|---|--|---|
| L | [| |] |
|---|---|--|---|

SOLUZIONE

| | |
|---|--------------------|
| L | [91,80,66,40,24,3] |
|---|--------------------|

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La sequenza data è composta da 10 numeri, quindi contiene un elevato numero di sottosequenze. Tuttavia, osservandola bene si nota che essa è composta da 4 sottosequenze decrescenti unite una dietro l'altra:

- $S1=[91,80,66]$
- $S2=[99,95]$
- $S3=[40,24,3]$
- $S4=[57,51]$

Inoltre, si vede immediatamente che sia S1 che S2 possono essere concatenate o con S3 o con S4 ottenendo una sequenza decrescente più lunga. D'altro canto, non ci può essere una sottosequenza decrescente composta sia da elementi di S1 che da elementi di S2 (in quanto tutti gli elementi di S2 sono maggiori di tutti gli elementi di S1) né una sottosequenza decrescente composta sia da elementi di S3 che da elementi di S4 (in quanto tutti gli elementi di S4 sono maggiori di tutti gli elementi di S3). Da ciò si capisce che la soluzione al problema si trova in una delle 4 combinazioni con cui una sequenza scelta tra S1 ed S2 può essere concatenata con una scelta tra S3 ed S4. Dunque la sottosequenza decrescente più lunga è quella formata concatenando S1 (che è più lunga di S2) con S3 (che è più lunga di S4).

ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente GRAFI.

PROBLEMA

Un commesso viaggiatore deve effettuare un *tour* di un insieme di città, ovvero deve percorrere un ciclo che attraversa senza passare due volte per la stessa città (tranne il caso della città iniziale che è ovviamente uguale alla città finale) tutte le città. Le distanze tra le coppie di città, in chilometri, sono date dai seguenti termini, che hanno la struttura arco(<nome di città>,<nome di città>,<distanza>):

arco(n1,n4,4)

arco(n1,n3,3)

arco(n3,n4,4)

arco(n2,n4,6)

arco(n2,n1,2)

arco(n3,n2,1)

Disegnato il grafo, trovare:

1. la lista L1 del tour *più breve* che inizia da n1 e visita n4 prima di n2, nonché la sua lunghezza K1;
2. la lista L2 del tour *più breve* che inizia da n1 e visita n2 prima di n4, nonché la sua lunghezza K2;
3. la lista L3 del tour *più breve* che inizia da n1, non attraversa l'arco che collega n1 ed n2 e visita n4 prima di n2, nonché la sua lunghezza K3;

Nota: le liste che elencano un tour devono riportare i nodi nell'ordine in cui sono visitati, e la città iniziale va ripetuta anche alla fine

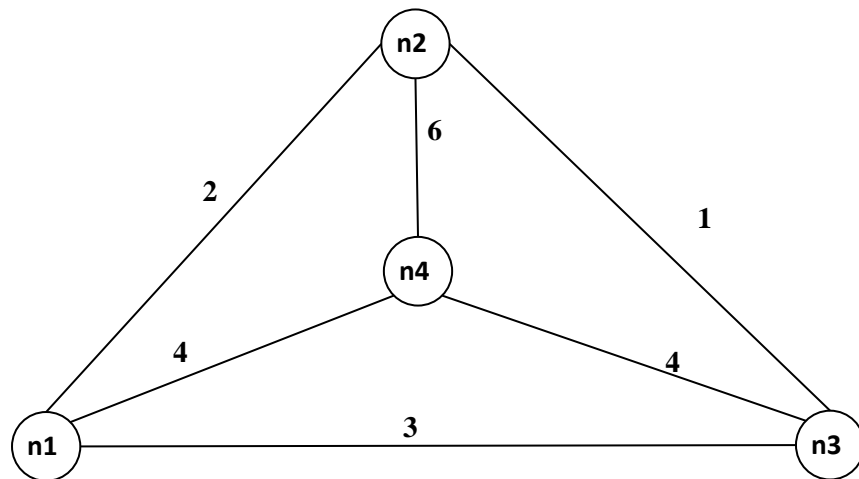
| | |
|----|-----|
| L1 | [] |
| K1 | |
| L2 | [] |
| K2 | |
| L3 | [] |
| K3 | |

SOLUZIONE

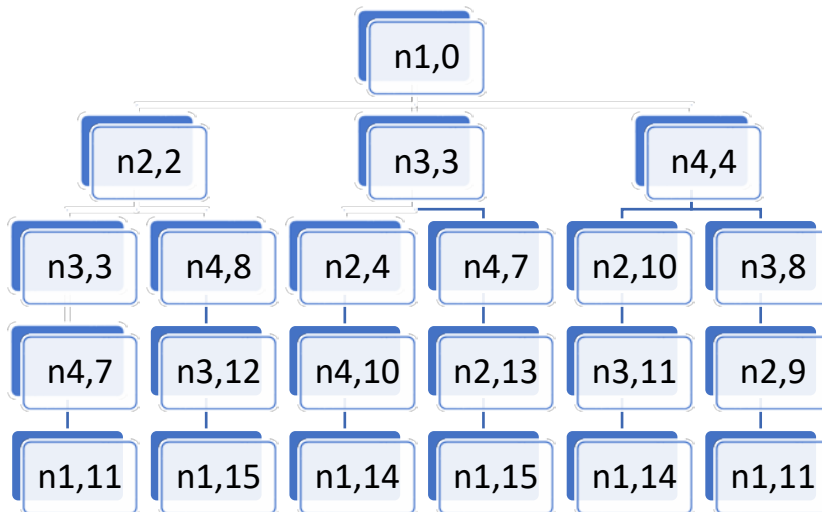
| | |
|----|------------------|
| L1 | [n1,n4,n3,n2,n1] |
| K1 | 11 |
| L2 | [n1,n2,n3,n4,n1] |
| K2 | 11 |
| L3 | [n1,n4,n2,n3,n1] |
| K3 | 14 |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il grafo è il seguente:



Poiché un tour è un ciclo che attraversa tutte le città, e la traccia del problema indica come città di partenza n1, un metodo risolutivo generale è quello di considerare tutti i percorsi che partono da n1, attraversano una sola volta ciascuna delle altre città e infine tornano a n1. Ciò può essere fatto tramite la costruzione dell'albero dei percorsi, come nella seguente figura:



L1, K1, L2, K2, L3, K3 seguono immediatamente.

ESERCIZIO 6

Sei amici (Alice, Bob, Carlo, Diana, Elena, Franco) che vanno spesso al cinema e, per evitare di sedersi sempre negli stessi posti, decidono che ogni volta utilizzeranno una stessa regola per **cambiare posto rispetto a dove erano seduti la volta precedente.**

I posti sono numerati da 1 a 6, e gli amici indicati con la loro iniziale maiuscola.

La regola che si sono dati è la seguente:

- Chi era nel posto 1 va nel posto 2 sposta(1,2)
- Chi era nel posto 2 va nel posto 6 sposta(2,6)
- Chi era nel posto 3 va nel posto 4 sposta(3,4)
- Chi era nel posto 4 va nel posto 5 sposta(4,5)
- Chi era nel posto 5 va nel posto 3 sposta(5,3)
- Chi era nel posto 6 va nel posto 1 sposta(6,1)

La prima volta che vanno al cinema (situazione di partenza), sono disposti come indicato nella tabella:

| | | | | | | |
|------------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Posto | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Amici (1 ^a volta) | A | B | C | D | E | F |

La seconda volta applicheranno la regola alla situazione di partenza e si disporranno come indicato in tabella:

| | | | | | | |
|------------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Posto | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Amici (2 ^a volta) | F | A | E | C | D | B |

La terza volta **applicheranno la regola ai posti della seconda volta** e si disporranno come indicato in tabella:

| | | | | | | |
|------------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Posto | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Amici (3 ^a volta) | B | F | D | E | C | A |

PROBLEMA

Data la situazione di partenza:

| | | | | | | |
|------------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Posto | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Amici (1 ^a volta) | A | B | C | D | E | F |

e la regola:
 sposta(1,2)
 sposta(2,6)
 sposta(3,4)
 sposta(4,5)
 sposta(5,3)
 sposta(6,1)

rispondere alle seguenti domande:

1. Quale sarà la disposizione degli amici nei posti la **quarta** volta che vanno al cinema? Inserire l'iniziale (maiuscola) di ciascun partecipante nella seguente tabella.

| Posto | Amici (4 ^a volta) |
|-------|------------------------------|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |

2. Quale sarà l'associazione posti-amici la **nona** volta? Inserire l'iniziale (maiuscola) di ciascun partecipante nella seguente tabella.

| Posto | Amici (9 ^a volta) |
|-------|------------------------------|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |

SOLUZIONE

1. Quale sarà la disposizione degli amici nei posti la **quarta** volta che vanno al cinema? Inserire l'iniziale (maiuscola) di ciascun partecipante nella seguente tabella.

| Posto | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Amici (4 ^a volta) | A | B | C | D | E | F |

2. Quale sarà l'associazione posti-amici la **nona** volta?

| | | | | | | |
|------------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Posto | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Amici (9 ^a volta) | B | F | D | E | C | A |

COMMENTO ALLA SOLUZIONE

Basterà applicare la regola per tre volte, per ottenere la tabella che indica dove si siederanno gli amici dalla prima alla quarta volta.

| | | | | | | |
|------------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Posto | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Amici (1 ^a volta) | A | B | C | D | E | F |
| Amici (2 ^a volta) | F | A | E | C | D | B |
| Amici (3 ^a volta) | B | F | D | E | C | A |
| Amici (4 ^a volta) | A | B | C | D | E | F |

Notare che, alla quarta volta, gli amici si risiedono negli stessi posti della prima volta, e dunque da questo punto in poi la tabella si ripeterà: in particolare, ogni tre volte si tornerà alla situazione di partenza (1^a, 4^a, 7^a volta, e così via).

Pertanto la 9^a volta equivarrà alla 3^a volta.

ESERCIZIO 7

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```

procedure BETA;
variables A, B, D integer;
D ← 0;
B ← 8;
input A;
D ← A + B;
D ← D - 1;
output D;

```

endprocedure;

Sapendo che il valore di output di D è 25, determinare il valore di **input** di A (sapendo che è un numero positivo) e scriverlo nella seguente tabella:

| | |
|---|--|
| A | |
|---|--|

SOLUZIONE

| | |
|---|----|
| A | 18 |
|---|----|

COMMENTO ALLA SOLUZIONE

Basta procedere “a ritroso”.

Sappiamo che il valore di output di D è 25.

Nell’istruzione precedente il valore di D è stato decrementato di 1, quindi era, prima del decremento, 26.

Nell’istruzione ancora precedente il valore di D era calcolato come la somma di A (valore preso in input) e B (a cui era stato assegnato in precedenza il valore 8).

E’ immediato calcolare che il valore di A deve essere 18 (cioè $26 - 8$).

ESERCIZIO 8

PROBLEM

Seven kids eat a cake in 45 minutes, how many kids will eat the cake in 35 minutes? Put your answer in the box below.

| |
|--|
| |
|--|

SOLUTION

| | |
|---|--|
| 9 | |
|---|--|

TIPS FOR THE SOLUTION

We suppose, for convenience, that the cake has 63 slices. Each kid eats 9 slices of cake in 45 minutes or 7 slices in 35 minutes ($9:45 = 7:35$). So to “get” to 63 slices we need $63/7 = 9$ kids