



ESERCIZIO 1

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI, pagina 2.

PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[b,x],a)	regola(2,[d,w],a)	regola(3,[t],c)
regola(4,[a,b,c],v)	regola(5,[a],t)	regola(6,[a,u],z)
regola(7,[a,b,c],y)	regola(8,[b,x,y],z)	regola(9,[a,w],b)

Trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **z** conoscendo **b** e **x**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **y** conoscendo **d** e **w**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **v** conoscendo **d** e **w**.

L1	[]
L2	[]
L3	[]

SOLUZIONE

L1	[1,5,3,7,8]
L2	[2,5,3,9,7]
L3	[2,5,3,9,4]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per la prima domanda, con il metodo *backward*, **z** è deducibile con la regola 6 da **a** e **u**, oppure con la regola 8 da **b**, **x** e **y**; è evidente che conviene provare per prima la regola 8 (poiché **b** e **x** sono dati) e vedere se e come sia possibile dedurre **y**. Questo è deducibile solo con la regola 7 da **a**, **b**, **c**; **a** è deducibile con la regola 1 dai dati; **c** è deducibile solo con la regola 3 da **t** che, a sua volta è deducibile da **a** (appena dedotto) con la regola 5. Ricapitolando il procedimento è [1,5,3,7,8].

Per la seconda domanda, **y** è deducibile solo con la regola 7 da **a**, **b**, **c** (tutti incogniti); **a** è deducibile con la regola 2 da **d** e **w** (dati); **b** è deducibile con la regola 9 da **a** (appena dedotto) e **w** (dato); **c** è deducibile solo con la regola 3 da **t** che, a sua volta è deducibile da **a** (appena dedotto) con la regola 5. Ricapitolando il procedimento è [2,5,3,9,7] (occorre dare la precedenza alle regole 5 e 3 rispetto alla regola 9).

Per la terza domanda, **v** è deducibile solo con la regola 4 da **a**, **b**, **c**. A questo punto si procede come nella domanda precedente. Il procedimento è [2,5,3,9,4].

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento all’Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente PERCORSI IN UN GRAFO, pagina 6.

PROBLEMA

Un grafo (che corrisponde alla rete di strade che collegano delle città) è descritto dal seguente elenco di archi:

- | | | |
|----------------|---------------|---------------|
| arco(n1,n3,1) | arco(n5,n6,7) | arco(n2,n4,2) |
| arco(n2,n6,3) | arco(n4,n5,1) | arco(n1,n5,4) |
| arco(n3,n6,10) | arco(n4,n1,6) | |

Disegnare il grafo e trovare:

1. la lista L1 del percorso semplice più breve tra n1 e n6;
2. la lista L2 del percorso semplice più breve tra n1 e n2.
3. la lunghezza M del percorso tra n1 e n2 che passa (una sola volta) per *tutti* i nodi.

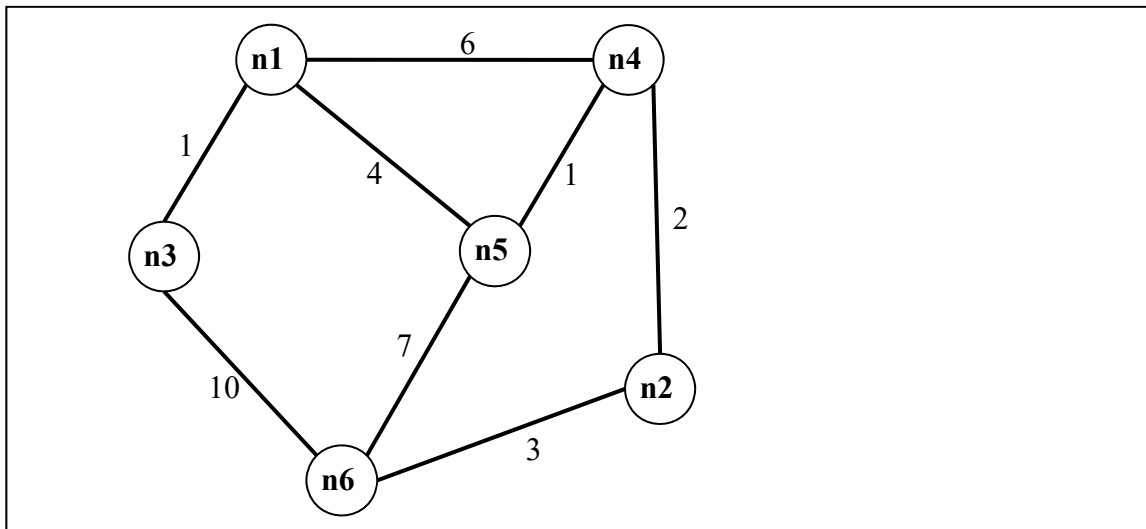
L1	[]
L2	[]
M	

SOLUZIONE

L1	[n1,n5,n4,n2,n6]
L2	[n1,n5,n4,n2]
M	21

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Un possibile *layout* del grafo è mostrato nella seguente figura.



N.B. Il grafo è planare, cioè è possibile disegnarlo su un piano senza che gli archi si incrocino. Le lunghezze associate agli archi (che rappresentano delle strade) non sono legate alle reali lunghezze dei segmenti che li rappresentano nel grafo.

Per rispondere alla prima domanda occorre enumerare tutti i percorsi (semplici) tra n1 e n6.

PERCORSO	LUNGHEZZA
[n1, n3, n6]	11
[n1, n5, n6]	11



[n1, n5, n4, n2, n6]	10
[n1, n4, n5, n6]	14
[n1, n4, n2, n6]	11

Per rispondere alle altre domande occorre enumerare tutti i percorsi (semplici) tra n1 e n2.

PERCORSO	LUNGHEZZA
[n1, n3, n6, n5, n4, n2]	21
[n1, n3, n6, n2]	14
[n1, n5, n6, n2]	14
[n1, n5, n4, n2]	7
[n1, n4, n5, n6, n2]	17
[n1, n4, n2]	8

N.B. Questi percorsi possono essere facilmente “organizzati” in un albero; la radice è il nodo di partenza; ogni nodo dell’albero ha tanti figli quanti sono i nodi a lui adiacenti nel grafo, purché non compaiono già nell’albero come suoi antenati; i percorsi sono i “rami” che dalla radice vanno alle foglie dell’albero etichettate col nodo finale.

ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento all’Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente PROGRAMMAZIONE DEI MOVIMENTI DI UN ROBOT, pagina 17.

PROBLEMA

In un campo di gara sufficientemente ampio, il robot è nella casella [15,15] con orientamento verso il basso: trovare la lista L dei comandi da assegnare al robot per fargli compiere il percorso descritto dalla seguente lista di caselle:

[(15,15), (15,14), (15,13), (16,13), (16,14), (17,14), (17,13)].

(Individuare le caselle nelle quali è necessario cambiare orientamento con uno dei comandi che consentono al robot di girarsi in senso *orario* o *antiorario*).

N.B. Si ricordi che il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*, comando: o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*, comando: a;
- avanzare di una casella (nel verso dell’orientamento), comando: f.

N.B. Quando il robot deve cambiare direzione, prima di avanzare deve girarsi!

L	
---	--

SOLUZIONE

L	[f,f,a,f,a,f,o,f,o,f]
---	-----------------------

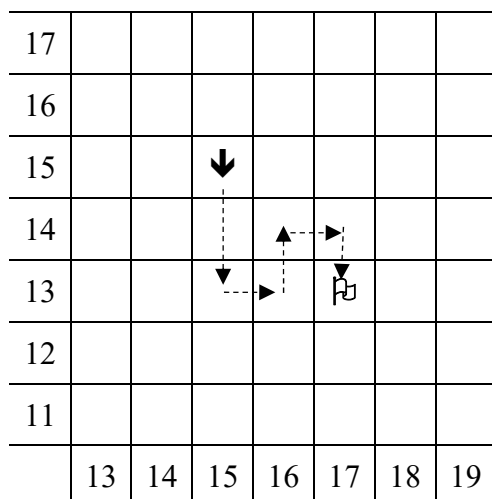
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per descrivere l’orientamento del robot, conviene far riferimento alla rosa dei venti e chiamare:

n, e, s, w

rispettivamente l’orientamento verso l’alto, destra, il basso, sinistra. In questo modo lo stato del robot alla partenza è [15,15,s]

Per risolvere il problema è opportuno visualizzare le caselle del percorso, come nella figura che segue.



N.B. Naturalmente nella figura è mostrata solamente la parte rilevante del campo di gara; in basso e a sinistra sono mostrate le coordinate delle caselle disegnate. Inoltre nella casella [15,15] è mostrato l’orientamento *iniziale* del robot.

Dalla figura è immediato che la sequenza di comandi relativa al percorso è la seguente:



STATO
DEL ROBOT

alla partenza		[15,15,s]
dopo il comando 1	f	[15,14,s]
dopo il comando 2	f	[15,13,s]
dopo il comando 3	a	[15,13,e]
dopo il comando 4	f	[16,13,e]
dopo il comando 5	a	[16,13,n]
dopo il comando 6	f	[16,14,n]
dopo il comando 7	o	[16,14,e]
dopo il comando 8	f	[17,14,e]
dopo il comando 9	o	[17,14,s]
dopo il comando 10	f	[17,13,s]



ESERCIZIO 4

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 23.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura ALFA.

```
procedure ALFA;  
variables A, B, C, K integer;  
B ← 0;  
C ← 0;  
for K = 1 to 6 step 1 do;  
  input A;  
  if A > 10 then B ← B + 1;  
  else C ← C + 1;  
endif;  
endfor;  
output B, C;  
endprocedure;
```

I valori di input per A sono 5, 12, 9, 15, 10, 10: determinare il valore della variabile in output.

B	
C	

SOLUZIONE

B	2
C	4

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La procedura assegna come valore di B il numero dei valori letti per A che sono maggiore di 10 e assegna come valore di C il numero dei valori letti per A che non sono maggiori di 10 (cioè che sono eguali o minori di 10). Si noti la tecnica: le variabili B e C vengono “azzerate” (cioè il loro valore viene posto a 0); successivamente per ogni valore di A acquisito dall'esterno viene sommato 1 al valore di B o a quello di C, a seconda se tale valore è o no maggiore di 10..

ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 23.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura BETA.

```

procedure BETA;
variables A, B, K integer;
B ← 0;
for K = 1 to 6 step 1 do;
    input A;
    if A > B then B ← B + A; endif;
endfor;
output B;
endprocedure;
    
```

I valori di input per A sono 5, 2, 9, 15, 28, 30: determinare il valore della variabile in output.

B	
---	--

SOLUZIONE

B	59
---	----

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La procedura accumula in B la somma dei valori letti per A se questi sono maggiori del valore (corrente) di B. La seguente tabella riporta i valori delle tre variabili alla fine di ognuno dei 6 cicli "for".

valore di K	valore letto per A	valore di B
1	5	5
2	2	5
3	9	14
4	15	29
5	28	29
6	30	59



ESERCIZIO 6

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 23.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura GAMMA.

```
procedure GAMMA;  
variables A, B, C, K integer;  
B ← 0;  
C ← 0;  
for K = 1 to 8 step 1 do;  
  input A;  
  if 20 > A > 10 then B ← B + A;  
  else C ← C + A;  
endif;  
endfor;  
output B, C;  
endprocedure;
```

I valori di input per A sono 15, 2, 19, 15, 10, 54, 10, 20: determinare il valore delle variabili in output.

B	
C	

SOLUZIONE

B	49
C	96

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La procedura “accumula” in B la somma dei valori letti per A se sono minori di 20 e maggiori di 10, altrimenti li “accumula” in C. La seguente tabella riporta i valori delle quattro variabili alla fine di ognuno degli otto cicli “for”.

valore di K	valore letto per A	valore di B	valore di C
1	15	15	0
2	2	15	2
3	19	34	2
4	15	49	2
5	10	49	12
6	54	49	66
7	10	49	76
8	20	49	96



ESERCIZIO 7

PROBLEM

A four-story house is to be painted by six different colors such that each story is painted in one color different from the colors of the adjacent stories. How many ways are there to paint the house?

Put your answer in the box below.

SOLUTION

TIPS FOR THE SOLUTION

There are six ways to paint the first story, $(6 - 1)$ ways to paint the second story, again $(6 - 1)$ ways to paint the third story and again $(6 - 1)$ ways to paint the fourth story. Hence $6 \times 5 \times 5 \times 5 = 750$ is the required number of different ways.



ESERCIZIO 8

PROBLEM

Find the number of positive divisors of 3600, inclusive of 1 and 3600 itself. Put your answer in the box below.

N.B. You are requested to look for all positive divisors not only prime divisors.

SOLUTION

TIPS FOR THE SOLUTION

The number 3600 has a unique prime factorization, namely, $3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$. It thus follows that a positive integer is a divisor of 3600 if and only if it is of the form

$$2^a \times 3^b \times 5^c$$

where a, b and c are integer such that:

$$0 \leq a \leq 4; 0 \leq b \leq 2; 0 \leq c \leq 2.$$

There are five choices for a , three choices for b and three choices for c ; for each choice, we have a divisor of 3600: hence, there are $5 \times 3 \times 3 = 45$ of them.

Note that $2^0 \times 3^0 \times 5^0 = 1$.