ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere problemi spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine
regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)
che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Problemi "facili" possono essere risolti con una sola regola; per problemi "difficili" una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.
Si considerino le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b) regola(2,[m,f],e) regola(3,[m],f)
regola(4,[b,f],g) regola(5,[b,g],c) regola(6,[g,f],c)

Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f** (cioè gli elementi della lista [e,f]); conoscendo **b** ed **f** (cioè gli elementi della lista [b,f]) è possibile dedurre **g** con la regola 4. Quindi, a partire da **e** ed **f** è possibile dedurre prima **b** (con la regola 1) e poi **g** (con la regola 4).
Un *procedimento di deduzione* (o deduttivo, o di calcolo) è rappresentato da un *insieme di regole da applicare in sequenza opportuna* per dedurre un certo elemento (incognito) a partire da certi dati: quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [1,4] descrive la soluzione del problema: "dedurre **g** a partire da **e** ed **f**".
Una maniera grafica per rappresentare le regole è quella mostrata nella seguente figura 1: consiste nell'associare un albero (rovesciato) ad ogni regola: la radice (in alto) è il conseguente, le foglie (in basso) sono gli antecedenti.

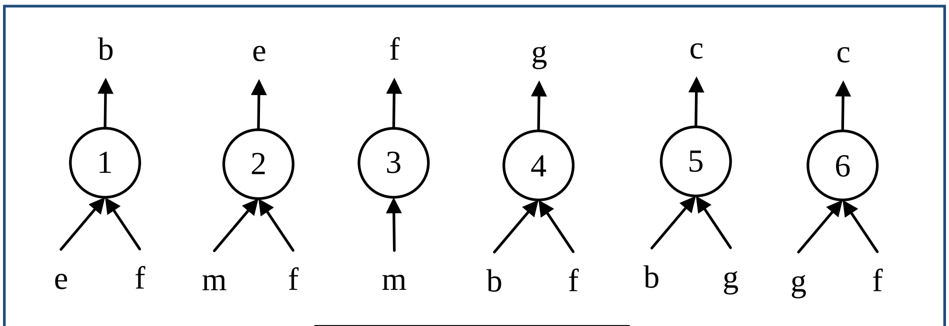


Figura 1

Con questa rappresentazione grafica, risolvere il problema "dedurre **g** a partire da **e** ed **f**" è particolarmente facile; si cerca un "albero" (cioè una regola) che ha come radice l'incognita (cioè **g**): in questo caso ne esiste solo uno che è la regola 4: si veda la figura 2 a sinistra.
Le foglie di questo albero (**b** ed **f**) *non* sono tutte note: quelle note (**f** in questo caso) sono vere e proprie foglie, quelle incognite (**b** in questo caso) vanno considerati come "anelli" a cui "appendere" un altro albero; quindi bisogna continuare *sviluppando* la foglia incognita **b**, cioè "*appendendo*" a **b** l'albero rappresentato dalla regola 1, come illustrato nella figura 2 a destra.
Adesso tutte le foglie dell'albero così ottenuto (**e** ed **f**) sono note e il problema è risolto.
Si può anche dire che un albero le cui foglie sono tutte note rappresenta un procedimento per dedurre la "radice" a partire dalle "foglie". Per costruire la lista corrispondente occorre *partire dal basso*: prima si applica la regola 1, che utilizza solo i dati; poi si può applicare la regola 4. Il procedimento è quindi (individuato dalla lista) [1,4].

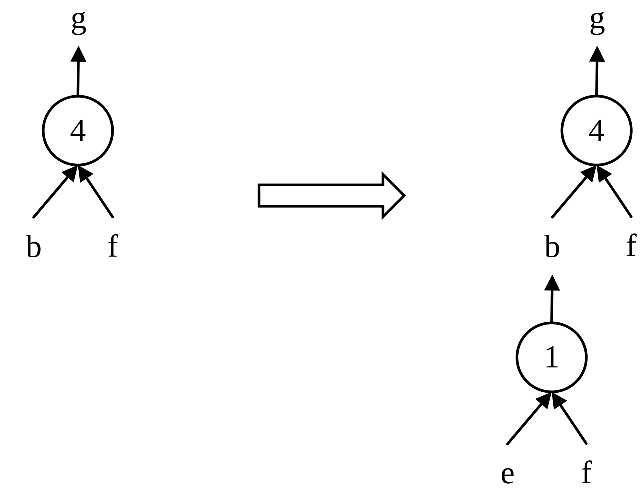


Figura 2

N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l'ultima (a destra) deve essere la sigla della regola che ha come conseguente l'elemento incognito da dedurre.
Nella lista non ci sono regole *ripetute* (infatti un procedimento di deduzione è un *insieme* di regole da applicare in opportuna sequenza). L'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) nell'applicazione di regole successive.
La lista associata a un (ben preciso) procedimento si costruisce quindi per passi successivi a partire dal primo elemento che è la sigla della prima regola da applicare; ad ogni passo, se ci fossero più regole applicabili, occorre dare la precedenza (nella lista) a quella con sigla *inferiore* (questo per rendere *unica* la lista associata al procedimento).

N.B. In alcuni casi esistono più procedimenti deduttivi possibili che permettono di ricavare un certo elemento dagli stessi dati, in maniere diverse (cioè con alberi diversi e quindi con insiemi diversi di regole). Per esempio il problema "dedurre **c** a partire da **b** ed **f**" (dalle regole viste sopra) ha due distinti procedimenti risolutivi; gli alberi relativi ai due procedimenti sono mostrati nella seguente figura 3.

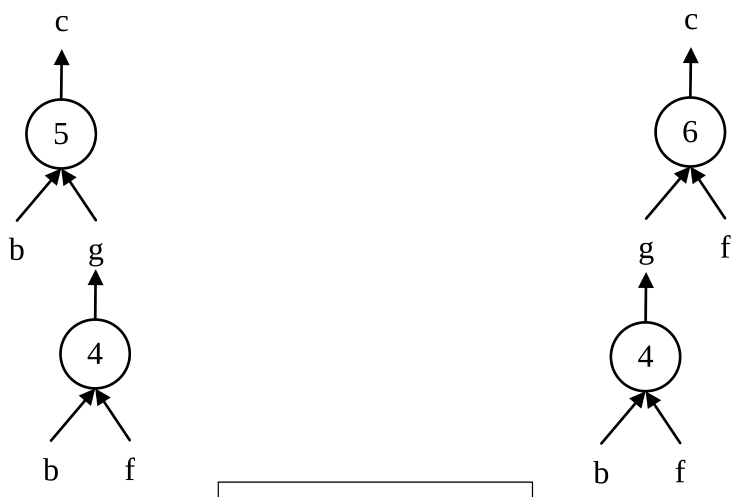


Figura 3

Le liste associate sono, rispettivamente, [4,5] e [4,6].

In un procedimento deduttivo, il numero di regole *differenti* coinvolte (e, quindi, anche il numero di elementi della lista corrispondente al procedimento) si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA

Sono date le seguenti regole:

regola(1,[q,a,z],p)	regola(2,[q,a,f],p)	regola(3,[a,v],p)
regola(4,[g,n,m],h)	regola(5,[g,k],w)	regola(6,[r],q)
regola(7,[n,m],g)	regola(8,[b,g,v],a)	regola(9,[a,q],z)
regola(10,[h],k)	regola(11,[b,g],v)	regola(12,[r,q],a)

Trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **w** a partire da **n** e **m;**
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **p** a partire da **b** e **g**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **p** a partire da **r.**

N.B. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole a partire dal primo elemento (a sinistra) della lista: se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	
L2	
L3	

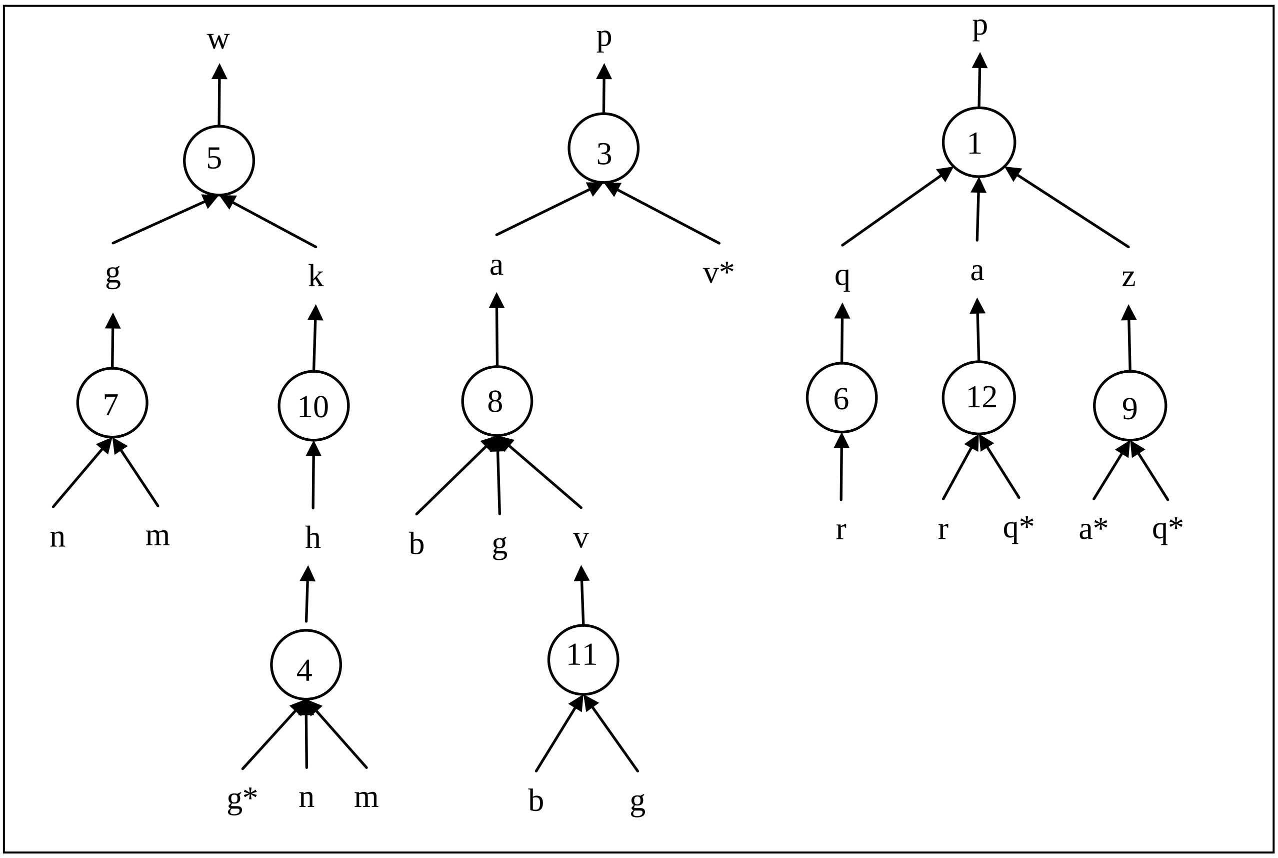
SOLUZIONE

L1	[7,4,10,5]
L2	[11,8,3]
L3	[6,12,9,1]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere questo tipo di problemi si possono usare due metodi: il metodo *backward* (o *top down*) oppure il metodo *forward* (o *bottom up*).

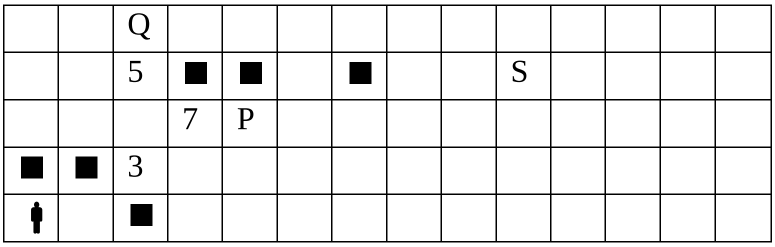
Il primo metodo consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).
Il secondo metodo consiste nel partire dagli *elementi noti* (che, all'inizio, sono solo i dati) e cercare una regola che nella premessa contenga solo tali elementi: se il conseguente è l'incognita cercata, allora il problema è risolto, altrimenti si aggiunge il conseguente agli elementi noti: con questi si ripete il processo, proseguendo finché si trova una regola il cui conseguente è l'incognita.
Quale dei due metodi è più conveniente dipende dal problema: di norma per problemi con "molte" regole e con l'incognita che compare come conseguente in "poche" conviene provare il primo metodo; per problemi con "poche" regole e con l'incognita che compare come conseguente in "molte" conviene provare con il secondo. In casi veramente complessi si possono provare entrambi i metodi, per orientarsi a trovare il processo risolutivo. Queste considerazioni valgono se la soluzione è cercata "manualmente": dovendo scrivere un programma è quasi sempre conveniente il primo metodo.
Gli alberi, che rappresentano graficamente l'applicazione del primo metodo, relativi alle tre domande sono mostrati nella seguente figura.



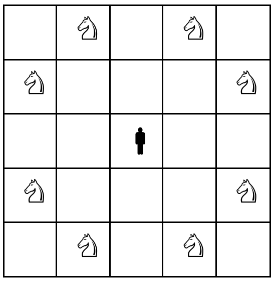
ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).



Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot sono [1,1].
Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).



Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].
Un percorso è descritto dalla *lista delle coordinate delle caselle attraversate*; un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla lista [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]].
In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può *raccogliere* lungo un percorso. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi riportati nella prima figura sono descritti dalla seguente lista [[3,2,3],[4,3,7],[3,4,5]]. Nel percorso da P a Q, sopra descritto, il *totale di premi raccolti* è pari a 10.

PROBLEMA

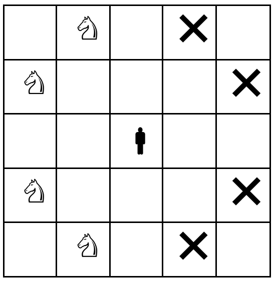
Un campo di gara ha dimensioni 8×8; le caselle interdette sono descritte dalla seguente lista:

[[2,5],[3,3],[3,5],[4,2],[4,4],[5,2],[5,3],[5,4],[5,5],[6,4],[5,7]];

i premi sono descritti dalla seguente lista:

[[3,2,5],[4,6,10],[6,5,11],[6,3,12],[7,2,13]].

Al robot sono *vietati* i movimenti corrispondenti alle direzioni della rosa dei venti indicate nella seguente lista [nne,ene,ese,sse], cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate (col simbolo ♘) nella seguente figura.



Partendo dalla casella [8,4], il robot deve raggiungere la casella [1,3], senza passare più di una volta per una stessa casella. Trovare:

– il percorso L1 in cui si raccoglie il massimo di premi;
– il percorso L2 in cui si raccoglie il minimo di premi;
– il numero N di percorsi possibili da [8,4] a [1,3].

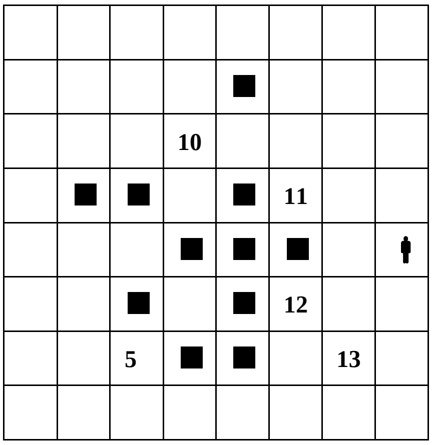
L1	
L2	
N	

SOLUZIONE

L1	[[8,4],[6,5],[4,6],[3,4],[1,3]]
L2	[[8,4],[6,3],[5,1],[3,2],[1,3]]
N	3

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nella figura.



Esiste una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo: costruire l'*albero delle possibili mosse*: si inizia con la *radice* che è la casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Naturalmente il robot non può tornare in una casella in cui è già stato (anche se ciò fosse consentito dalle mosse permesse). Un ramo si arresta quando giunge alla meta o non può più essere sviluppato: sono così evidenti i percorsi utili alla soluzione del problema.

La costruzione e l'esame dell'albero delle possibili mosse viene "sempre" attuata quando si impiega un programma per risolvere il problema.
In casi particolari, come il presente, se non si usa un programma, si può procedere per via euristica (e non esaminare formalmente "tutte" le mosse).
N.B. Spesso è utile la seguente considerazione: se il cavallo è in una casa di coordinate [x,y] e va in una casa di coordinate [z,t], allora la somma delle coordinate x+y ha *parità* diversa da z+t (cioè se la prima somma è pari la seconda è dispari, e viceversa).
Il robot ha 4 possibilità per la prima mossa: [7,2], [6,3], [6,5], [7,6]. Visti i movimenti permessi al robot (che ad ogni mossa deve diminuire l'ascissa) e le caselle interdette, è facile concludere che da [7,6] non si può raggiungere la meta, cioè [1,3]: infatti l'unica mossa possibile è in [6,8] da cui è possibile andare solo in [4,7] o [5,6]: da queste case è (abbastanza) evidente che la meta non è raggiungibile.
Un facile controllo permette di concludere che ognuna delle altre scelte per la prima mossa è l'inizio di un *unico* percorso verso la meta.
Ricapitolando, i percorsi possibili da [8,4] a [1,3] sono:

[[8,4],[7,2],[5,1],[3,2],[1,3]]	premi raccolti	18
[[8,4],[6,3],[5,1],[3,2],[1,3]]	”	17
[[8,4],[6,5],[4,6],[3,4],[1,3]]	”	21

ESERCIZIO 3

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,55,54)	tab(m2,58,57)	tab(m3,51,52)
tab(m4,57,55)	tab(m5,56,51)	tab(m6,59,53)
tab(m7,53,58)	tab(m8,54,59)	tab(m9,52,56)

PROBLEMA

– Disponendo di un carrello con portata massima di 110 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo mezzo cui corrisponde il massimo valore complessivo possibile.
– Disponendo di un carrello con portata massima di 160 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo mezzo cui corrisponde il massimo valore complessivo possibile.
– Disponendo di un carrello con portata massima di 215 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 4 minerali diversi trasportabili con questo mezzo cui corrisponde il massimo valore complessivo possibile.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<… <m9.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[m2,m6]
L2	[m4,m5,m6]
L3	[m1,m2,m5,m6]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, un metodo per risolvere il problema (detto della *forza bruta*) è quello di generare tutte le combinazioni di 2, di 3 o di 4 minerali presi tra i nove del deposito, calcolarne peso e valore e scegliere, tra quelle trasportabili, quella che ha valore maggiore; poiché tali combinazioni sono rispettivamente (9×8)/(2×1) = 36, (9×8×7)/(3×2×1) = 84, e (9×8×7×6)/(4×3×2×1) = 126, tale metodo è pesante (cioè richiede molti “calcoli” e molto “spazio”).

Per particolari problemi esistono spesso modi “più veloci”, detti *euristici* che consentono di (costruire ed) esaminare un minor numero di combinazioni.
Per questo problema si può osservare che si possono facilmente scegliere le combinazioni richieste: basta elencare i minerali in ordine *decrescente* di valore e costruire le combinazioni “a partire da quest’ordine”: la prima combinazione trasportabile risolve il problema.

minerale	valore *decrescente*	peso

m6	59	53
m2	58	57
m4	57	55
m5	56	51
m1	55	54
m8	54	59
m7	53	58
m9	52	56

Per la prima domanda si vede subito che (col primo carrello) la combinazione dei primi due minerali (che ha il valore più alto) è trasportabile.
Per la seconda domanda si vede che la combinazione dei primi tre minerali non è trasportabile, allora si prova con quelle scelte tra i primi 4 minerali; [m6,m4,m5] è (quella di maggior valore) trasportabile e quindi è la soluzione.
Per la terza domanda si vede che la combinazione dei primi quattro minerali non è trasportabile, allora si prova con quelle scelte tra i primi 5 minerali; [m6,m2,m5,m1] è (quella di maggior valore) trasportabile e quindi è la soluzione.
N.B. Naturalmente le liste, nella risposta, vanno scritte con gli elementi nell’ordine richiesto dal problema.

ESERCIZIO 4

PREMESSA

Guardare l’immagine seguente e leggere con attenzione i testi che compaiono nell’immagine: questi sono riportati anche successivamente per maggior chiarezza.

LIBRI

IN FAMIGLIA

MAMME A UN BIVIO, FIGLIE COMPLICATE, ARRIVI INASPETTATI, PERSINO NONNI IN FUGA: CINQUE STORIE CHE PARLANO A TUTTE NOI

DI *Valeria Parrella*

Rumorosa

♥♥♥♥

La stanza tutta per sé invocata dalla scrittrice Virginia Woolf, con intelligente irriverenza diventa per Aurora il bagno. Lì può studiare, mentre fuori i suoi fratelli si inseguono rumorosamente. E studiare significa emanciparsi, costruirsi un futuro lontano dalla famiglia che le sta stretta, la affolla, non le piace. Figlia del direttore fascista del carcere non ha vita facile tra le compagne. Invece Giovanni, terzogenito di un avvocato comunista, prima sigaretta rubata a 11 anni, gode dell’ammirazione e del rispetto dei coetanei. Si incontreranno e la loro storia vivrà del luogo di provenienza piuttosto che di quello di arrivo.

GLI ANNI AL CONTRARIO
Nadia Terranova, Einaudi, pag. 144, € 16

In difficoltà

♥♥

L’amatissima autrice di *Io prima di te* torna con una storia in pieno stile brillante. Jess Tomas e Nathalie Benson sono due amiche che, da quattro anni, nei giorni feriali fanno le pulizie nelle case di ricchi per arrotondare. Non sono povere, Jess in particolare però ha un sacco di problemi che le derivano dall’essere una mamma single. Sua figlia Tanzie si sta iscrivendo a una scuola molto prestigiosa, la St. Anne’s, un posto dove tutti quelli che vanno bene in matematica, come lei, prendono voti alti. E poi c’è l’altro figlio, Nicky, adolescente che viene tiranneggiato dai compagni delle classi superiori. Quando nella vita di Jess arriva Ed, molte cose cambieranno.

UNA PIÙ UNO
Jojo Moyes, Mondadori, pag. 361, € 16

Psicoanalizzata

♥♥♥♥

Analista junghiana e autrice di saggi, tra cui il famoso *Di madre in figlia*, dice: «Riesco a scrivere solo di cose che conosco, però ammiro chi riesce a trovare dentro di sé personaggi da far parlare. Come fa mia figlia». E sua figlia è la blogger e scrittrice Violetta Bellocchio. In questo splendido volume che raccoglie un esperimento condotto come terapeuta, Bellocchio madre rivela che la scelta dei giochi con la sabbia deriva dalla fascinazione per le pietre con cui sono costruite le chiese della sua città. Su sabbia dello stesso colore, chiede a grandi e piccini di disegnare: il risultato è come il calco di un’anima che non ha avuto bisogno di parole.

COME UNA PIETRA LEGGERA
Lella Ravasi Bellocchio, Skira, pag. 124, € 15

Responsabile

♥♥♥

Leggera, tragicomica, scritta bene, è la storia di Annie, cresciuta senza padre e con un nonno strano, che scompare correndo dietro a una giovane amante. Restano lei e sua madre, ma i ruoli sono invertiti: Annie è il sostegno della mamma e di tutta la famiglia. Ha appena 14 anni, ma conosce già il bilancio familiare e deve occuparsi perfino della piantagione di amarene che è quasi pronta per la raccolta. In fondo fin da piccola, con un tamburo legato sulla pancia, faceva da spaventapasseri. E poi c’è un’altra madre in arrivo: Paula, una ragazza incinta che si stabilisce nella piantagione dopo essere scappata di casa.

DOLCE COME LE AMARENE
Claudia Schreiber, Keller, pag. 240, € 14,50

A sorpresa

♥♥♥

A Irene, donna seria e intelligente che nel giorno in cui si laurea pensa subito che è disoccupata. E che non si concede facilmente alle follie, arriva all’improvviso un’incredibile richiesta da sua zia. Quella di tenere con sé Mia, la bimba di sua cugina Viola, morta nella vasca da bagno dopo aver avuto tutto dalla vita: bellezza, viaggi, uomini e spensieratezza. E anche una bambina sana e paffuta. Dall’altro lato c’è il suo (ex?) fidanzato Luca, pure lui serio ma in realtà vile, che le dice chiaramente che la richiesta è assurda e la mette davanti a un aut aut: o la pupetta o lui. Si fa leggere, più per le sfumature che per la trama in sé.

TU O NESSUN’ALTRA
Claudia Zanella, Rizzoli, pag. 324, € 17

♥ trascurabile
♥♥ passabile ♥♥♥ amabile
♥♥♥♥ formidabile
♥♥♥♥♥ irrinunciabile

Testi rilevanti che compaiono nell’immagine

IN FAMIGLIA

MAMME A UN BIVIO, FIGLIE COMPLICATE, ARRIVI INASPETTATI, PERSINO NONNI IN FUGA: CINQUE STORIE CHE PARLANO A TUTTE NOI di Valeria Parrella

Rumorosa - La stanza tutta per sé invocata dalla scrittrice Virginia Woolf, con intelligente irriverenza diventa per Aurora, il bagno. Lì può studiare, mentre fuori i suoi fratelli si inseguono rumorosamente. E studiare significa emanciparsi, costruirsi un futuro lontano dalla famiglia che le sta stretta, la affolla, non le piace. Figlia del direttore fascista del carcere non ha vita facile tra le compagne. Invece Giovanni, terzogenito di un avvocato comunista, prima sigaretta rubata a 11 anni, gode dell'ammirazione e del rispetto dei coetanei. Si incontreranno e la loro storia vivrà del luogo di provenienza piuttosto che di quello di arrivo.
GLI ANNI AL CONTRARIO - Nadia Terranova, Einaudi, pag.144, € 16.

In difficoltà - L'amatissima autrice di *Io prima di te* torna con una storia in pieno stile brillante. Jess Tomas e Nathalie Benson sono due amiche che, da quattro anni, nei giorni feriali fanno le pulizie nelle case di ricchi per arrotondare. Jess in particolare però ha un sacco di problemi che le derivano dall' essere una mamma single. Sua figlia Tanzie si sta iscrivendo a una scuola molto prestigiosa, la St.Anne's, un posto dove tutti quelli che vanno bene in matematica, come lei, prendono voti alti. E poi c'è l'altro figlio, Nicky, adolescente che viene tiranneggiato dai compagni delle classi superiori. Quando nella vita di Jess arriva Ed, molte cose cambieranno.
UNA PIÙ UNO - Jojo Moyes, Mondadori, pag.361, € 16

Psicoanalizzata - Analista junghiana e autrice di saggi, tra cui il famoso *Di madre in figlia,* dice: "Riesco a scrivere solo di cose che conosco, però ammiro chi riesce a trovare dentro di sé personaggi da far parlare. Come fa mia figlia". E sua figlia è la blogger e scrittrice Violetta Bellocchio. In questo splendido volume che raccoglie un esperimento condotto come terapeuta, Bellocchio madre rivela che la scelta dei giochi con la sabbia deriva dalla fascinazione per le pietre con cui sono costruite le chiese della sua città. Su sabbia dello stesso colore, chiede a grandi e piccini di disegnare: il risultato è come il calco di un'anima che non ha avuto bisogno di parole.
COME UNA PIETRA LEGGERA - Lella Ravasi Bellocchio, Skira, pag.124, € 15

Responsabile - Leggera, tragicomica, scritta bene, è la storia di Annie, cresciuta senza padre e con un nonno strano, che scompare correndo dietro a una giovane amante. Restano lei e sua madre, ma i ruoli sono invertiti: Annie è il sostegno della mamma e di tutta la famiglia. Ha appena 14 anni, ma conosce già il bilancio familiare e deve occuparsi perfino della piantagione di amarene che è quasi pronta per la raccolta. In fondo fin da piccola, con un tamburo legato sulla pancia, faceva da spaventapasseri. E poi c' è un'altra madre in arrivo: Paula, una ragazza incinta che si stabilisce nella piantagione dopo essere scappata di casa.
DOLCE COME LE AMARENE - Claudia Schreiber, Keller, pag.240, € 14,50

A sorpresa - A Irene, donna seria e intelligente che nel giorno in cui si laurea pensa subito che è disoccupata. E che non si concede facilmente alle follie, arriva all' improvviso un'incredibile richiesta da sua zia. Quella di tenere con sé Mia, la bimba di sua cugina Viola, morta nella vasca da bagno, dopo avere avuto tutto dalla vita: bellezza, viaggi, uomini e spensieratezza. E anche una bambina sana e paffuta. Dall'altro lato c'è il suo (ex?) fidanzato Luca, pure lui serio ma in realtà vile, che le dice chiaramente che la richiesta è assurda e la mette davanti ad un aut aut: o la pupetta o lui. Si fa leggere, più per le sfumature che per la trama in sé.
TU O NESSUN'ALTRA - Claudia Zanella, Rizzoli, pag.324, € 17

PROBLEMA
Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Chi recensisce i libri, Valeria Parrella, si rivolge:
   A. Ad un pubblico giovanile;
   B. Alle famiglie;

   C. Ad un pubblico femminile;
   D. Soprattutto alle mamme
2. Una caratteristica che accomuna i cinque i libri risiede nel fatto che:
   A. Sono tutte scrittrici italiane;
   B. I titoli sono tutti costituiti da frasi ellittiche;
   C. I personaggi di cui si raccontano le vicende sono tutti femminili;
   D. Sono tutti usciti nel 2015.
3. Immaginiamo di andare in libreria per comperare uno dei romanzi recensiti e scegliere quello in cui tra i protagonisti compaiono adolescenti o bambini, i legami familiari sono problematici, e dove si assiste, ad un certo punto della storia, ad una scelta irreversibile; compreremmo:
   A. Tu o nessun'altra;
   B. Dolce come le amarene;
   C. Una più uno;
   D. Gli anni al contrario.
4. L'autrice che sembra avere riscontrato notevolmente le benevolenze del pubblico per i suoi scritti risulta essere:
   A. Nadia Terranova;
   B. Joio Moyes;
   C. Claudia Schreiber;
   D. Claudia Zanella.
5. Se volessimo leggere la storia di una contrapposizione politico - sociale, potremmo soprattutto scegliere:
   A. Dolce come le amarene;
   B. Come una pietra leggera;
   C. Tu o nessun'altra;
   D. Gli anni al contrario.
6. In quale delle seguenti storie si parla di figli orfani?
   A. Dolce come le amarene;
   B. Gli anni al contrario;
   C. Una più uno;
   D. Tu o nessun'altra.
7. Il titolo che compare nel taglio alto della pagina (In Famiglia...) rispetta alcune caratteristiche tipiche della scrittura giornalistica. Infatti esso presenta:
   A. Un occhiello;
   B. Il nome della rubrica di cui si occupa settimanalmente Valeria Parrella;
   C. Un sommario;
   D. Un catenaccio.
8. Si nota contiguità tra titolo del libro e iconografia della copertina:
   A. In "Dolce come le amarene";
   B. Sia in "Dolce come le amarene" sia in "Tu o nessun'altra";
   C. In "Gli anni al contrario";
   D. Sia in "Dolce come le amarene" sia in "Gli anni al contrario".
9. I libri recensiti in questa pagina sono stati pubblicati:
   A. In prevalenza da case editrici straniere;
   B. Da case editrici italiane con sede nel nord e nel sud Italia;
   C. Da case editrici italiane con sede prevalentemente nel nord Italia;
   D. Da case editrici italiane anche con sede a Roma.
10. Uno dei romanzi recensiti viene accostato ad un genere letterario che è definito con una particolare figura retorica. Individuato nel testo il riferimento al genere, riconosciuta la figura retorica, il romanzo è:

A. Tu o nessun'altra;
B. Dolce come le amarene;
C. Una più uno;
D. Gli anni al contrario.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	C
2	B
3	A
4	B
5	D
6	D
7	C
8	A
9	C
10	B

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Nella parte alta della pagina, compare il titolo: "*In Famiglia. Mamme ad un bivio, figlie complicate, arrivi inaspettati, persino nonni in fuga. Cinque storie che parlano a tutte noi*". L'aggettivo indefinito collettivo "*tutte*" è declinato al femminile plurale, quindi esso evidenzia che i lettori preferenziali sono in realtà delle lettrice che troveranno, probabilmente nei testi, tante vicende al femminile (risposta C, corretta).
2. I cinque titoli, "*Gli anni al contrario*", "*Una più uno*", "*Come una pietra leggera*", "*Dolce come le amarene*", "*Tu o nessun'altra*" non presentano verbi, quindi possono essere definite frasi/periodi ellittici (risposta B, corretta). La scrittrice Jojo Moyes è inglese (risposta A, errata); oltre ai personaggi femminili, sicuramente in maggioranza, compaiono anche personaggi maschili (risposta C, errata); non viene indicata da nessuna parte la data di pubblicazione dei testi (risposta D, errata).
3. Quasi tutti i cinque testi presentano situazioni di famiglie problematiche e in essi compaiono bambini e/o adolescenti, ma nella descrizione/recensione del libro "*Tu o nessun'altra*" ci viene detto che "*Dall'altro lato c'è il suo (ex?) fidanzato Luca, pure lui serio ma in realtà vile che le dice chiaramente che la richiesta è assurda e la mette davanti ad un aut aut (o questo o quello): o la pupetta o lui*" (risposta A, corretta).

4. Nell'incipit della recensione del libro "*Una più uno*", dell'autrice Jojo Moyes si dice: "*L'amatissima autrice di "Io prima di te" …*": si intuisce che lei sia stata molto apprezzata per un suo precedente romanzo (risposta B, corretta).
5. Nel romanzo "*Gli anni al contrario*" si racconta la storia di Aurora, figlia del direttore fascista del carcere che studia per emanciparsi e di Giovanni, terzogenito di un avvocato comunista. Socialmente (direttore carcere/avvocato) e politicamente (fascista/comunista) sono molto differenti, in contrapposizione (risposta D, corretta).
6. Tanzie e Nicky di "*Una più uno*" sono figli di una mamma single e non abbiamo informazioni circa il padre (risposta C, errata); Annie di "*Dolce come le amarene*" è cresciuta senza padre, ma non ci viene chiarito se sia morto (risposta A, errata); dei padri di Aurora e Giovanni, nel romanzo "*Gli anni al contrario*", conosciamo la professione e la fede politica, non abbiamo informazioni circa le madri (risposta B, errata); Mia di "*Tu o nessun'altra*" è la figlia della cugina di Irene, Viola, morta nella vasca da bagno. Mia è dunque sicuramente orfana di madre (risposta D, corretta).
7. Il titolo è così costruito:

   In un articolo giornalistico l'occhiello (che qui non compare) è la breve frase che precede il titolo (risposta A, errata), mentre il sommario è quella che lo segue (risposta C, corretta). Nel titolo non compare il titolo della rubrica, solo il nome di colei che recensisce (risposta B, errata). Il catenaccio (che qui non compare) serve, normalmente, a collegare il fatto descritto nel titolo con altri avvenimenti "caldi" del giorno (risposta D, errata).
8. La copertina del romanzo "*Dolce come le amarene*" presenta un grappolo di amarene, nel riquadro bianco sotto il titolo. È l'unica copertina la cui iconografia ha un preciso riferimento al titolo del libro stesso (risposta A, corretta).
9. Le case editrici per cui sono stati pubblicati questi cinque romanzi sono: Einaudi (Torino), Mondadori (Milano), Skira (Milano), Keller (Rovereto), Rizzoli (Gruppo RCS, Milano). Le sedi dunque sono tutte collocate nel nord Italia. Con una semplice ricerca in Internet, digitando il nome delle singole case editrici, si possono ottenere le informazioni richieste. (risposta C, corretta).
10. L'incipit della recensione del libro "*Dolce come le amarene*" così recita: "*Leggera, tragicomica, scritta bene…*". Si parla così del genere tragicomico. Tragicomico, come figura retorica, è un ossimoro che accosta due termini antitetici, tragico e comico. La risposta B è corretta.

ESERCIZIO 5

PREMESSA

Remember that λ = $[n_1, n_2, \ldots, n_p]$, a list of positive integers in non-increasing order, can be thought as a *shape* of an F-diagram (or *Ferrers diagram*) that is composed of rows of boxes; there are as many rows as elements in the list, and each row has as many boxes as the value of the corresponding element.

If the numbers appearing in λ sum up to *m* then we write λ $\vdash$ *m*; so:

$$[6,5,4,3,2] \vdash 20;\ [2,2,2,2] \vdash 8;\ [5] \vdash 5.$$

If an F-diagram of shape λ $\vdash$ *m* is filled with the numbers 1, 2, …, *m* is called a Y-diagram (or *Young diagram*); examples are:

1	2	3
4	5	
6		

1	3	5
2	6	
4		

1	3	5
2	4	

3	6	5
2	1	
4		

5	3	1
2	4	

A Young diagram is called *standard* if:

- in each row the numbers are increasing (from left to right),
- in each column the numbers are increasing (from top to bottom).

In the examples above, the first three diagrams are standard; the last two diagrams are not standard.

PROBLEMA

Consider the shape [3,3,3,2] $\vdash$ 11; how many standard Y-diagrams of that shape satisfies the following conditions:

1. the last box of first row contains 6,
2. the last box of the second row contains 7,
3. the last box of the third row contains 9,
4. the last box of the fourth row contains 11.

Put your answer, as an integer number, in the box below.

SOLUZIONE

5

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La forma [3,3,3,2] $\vdash$ 11, riempita parzialmente come richiesto dal problema, è mostrata nella seguente figura.

		6
		7
		9
	11	

Il 10 deve per forza comparire (solo) nella prima casella dell’ultima riga e 8 deve per forza comparire solo nella casella a sinistra del 9 (per la standardità). Rimane quindi da riempire la forma [2,2,1] $\vdash 5$. Il 5 può comparire nell’ultima casella in basso o nella seconda della seconda riga. Nel primo caso esistono solo due diagrammi standard:

1	2
3	4
5	

1	3
2	4
5	

Nel secondo caso ne esistono tre:

1	4
2	5
3	

1	3
2	5
4	

1	2
3	5
4	

In totale 5 diagrammi.

1	2	6
3	4	7
5	8	9
10	11	

1	3	6
2	4	7
5	8	9
10	11	

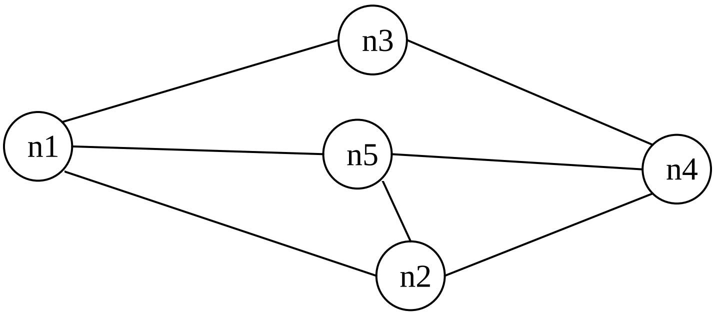
1	4	6
2	5	7
3	8	9
10	11	

1	3	6
2	5	7
4	8	9
10	11	

1	2	6
3	5	7
4	8	9
10	11	

ESERCIZIO 6

PREMESSA
Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6)	arco(n1,n3,5)	arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3)	arco(n2,n4,3)	arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)		

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza K = 2 + 3 + 4 = 9.
Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5]. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA
È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

arco(n1,n6,3)	arco(n6,n4,1)	arco(n7,n4,6)	arco(n3,n7,3)
arco(n3,n8,7)	arco(n2,n8,6)	arco(n5,n2,3)	arco(n1,n5,6)
arco(n1,n4,5)	arco(n2,n3,14)	arco(n4,n3,2)	arco(n1,n2,2)

Disegnare il grafo (è possibile farlo con gli archi che non si incrociano) e determinare:

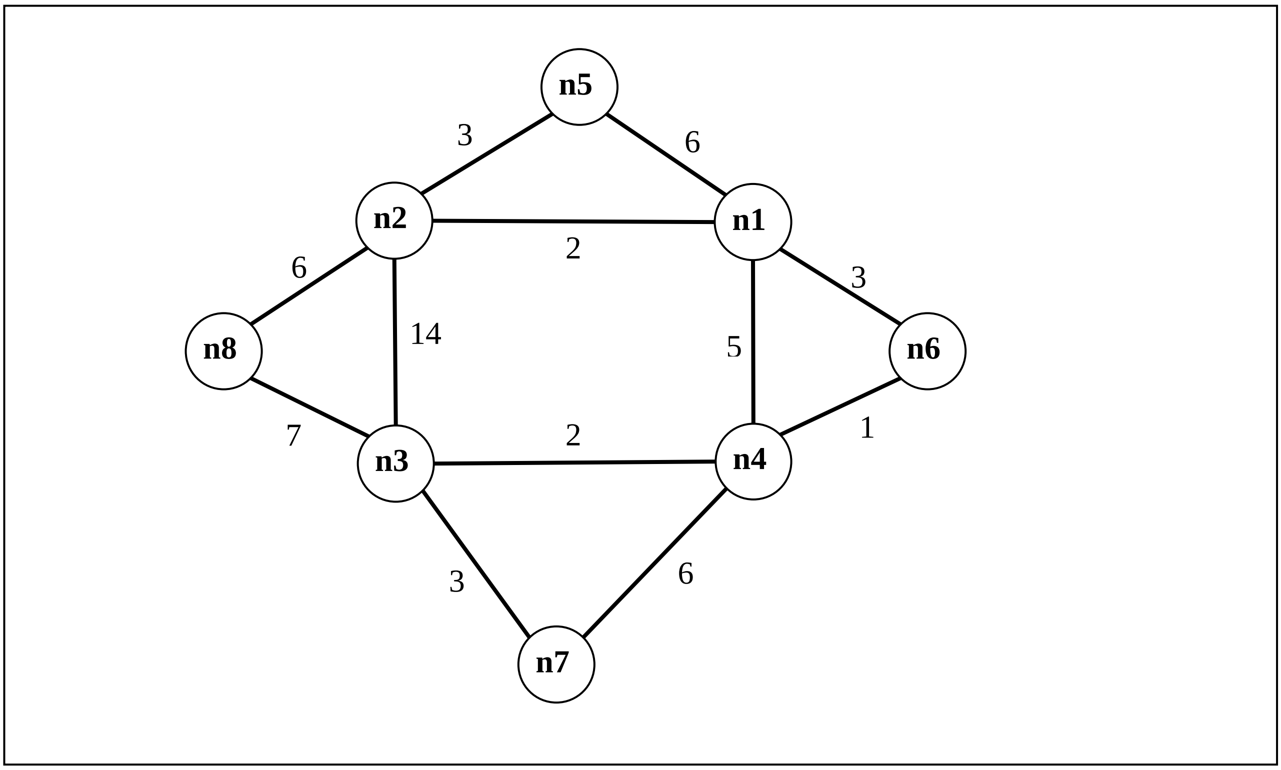
1. la lista L1 del percorso (semplice) *più breve* tra n1 e n7;
2. la lista L2 del percorso semplice *più lungo* tra n1 e n7.

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[n1, n6, n4, n3, n7]
L2	[n1, n5, n2, n3, n4, n7]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Il grafo descritto dal problema è un grafo planare: si può disegnare su un piano in modo che gli archi non si incrocino come, per esempio, mostrato nella seguente figura.



Dal grafo si può costruire l'albero dei percorsi semplici tra il nodo n1 e il nodo n7.
Da quest'ultimo, oppure direttamente dal grafo, si elencano tutti i percorsi semplici tra gli stessi nodi (con la relativa lunghezza):

[n1,n6,n4,n3,n7]	9
[n1,n6,n4,n7]	10
[n1,n5,n2,n8,n3,n7]	25
[n1,n5,n2,n8,n3,n4,n7]	30
[n1,n5,n2,n3,n7]	26
[n1,n5,n2,n3,n4,n7]	31
[n1,n4,n3,n7]	10
[n1,n4,n7]	11
[n1,n2,n8,n3,n7]	18
[n1,n2,n8,n3,n4,n7]	23
[n1,n2,n3,n7]	19
[n1,n2,n3,n4,n7]	24

La soluzione segue facilmente.

ESERCIZIO 7

PROBLEMA
Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti significativi della loro regione per la prossima stagione turistica. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e, per ciascuna di queste stabiliscono quanti di loro devono partecipare e stimano il tempo per portarla a conclusione. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	1
A2	4	2
A3	3	2
A4	3	4
A5	3	2
A6	3	2
A7	4	2
A8	3	2
A9	6	1
A10	3	2
A11	3	3
A12	6	1

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività devono succedersi opportunamente nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi esistono delle *priorità*, descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta *successiva*) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta *precedente*) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando *tutte* le precedenti sono terminate.
In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A3,A6], [A1,A4], [A2,A5], [A5,A7], [A4,A5], [A7,A12],
[A11,A12], [A6,A10], [A6,A8], [A4,A9] [A9,A11], [A10,A12], [A8,A12].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare inoltre Rm: il numero minimo di ragazzi necessario per realizzare il progetto così pianificato.
N.B. In un progetto si dice *percorso critico* una successione di attività (la prima delle quali è la prima attività del progetto e l'ultima è l'ultima attività del progetto) tali che ognuna (tranne la prima) inizia esattamente quando termina la precedente. Nel presente progetto quanti sono i cammini critici? Riportare tale numero nel rigo Pc.

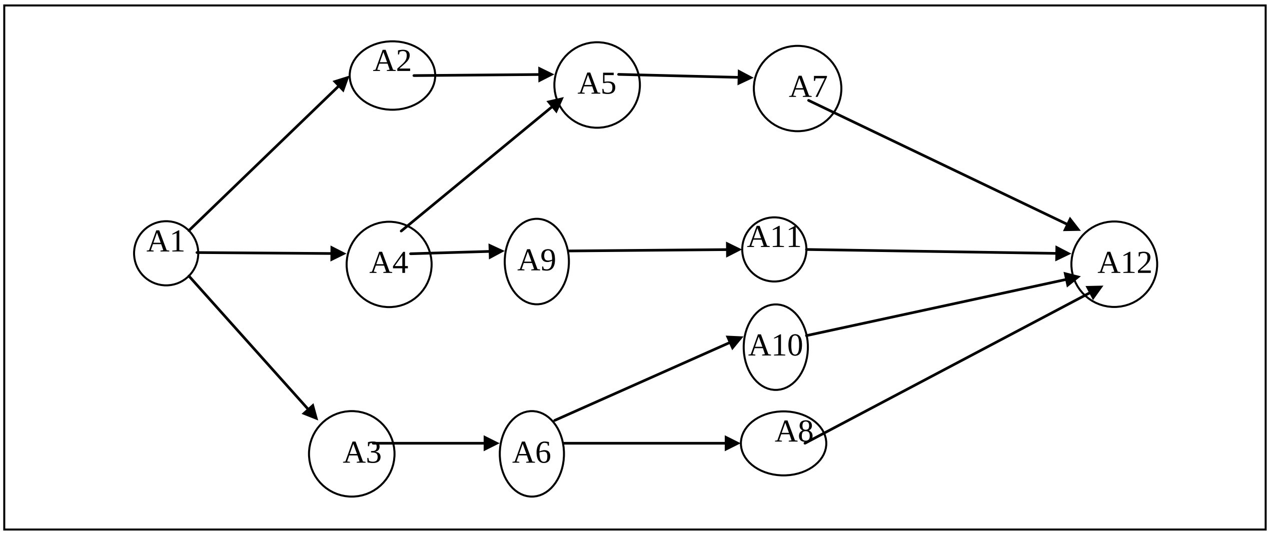
N	
Rm	
Pc	

SOLUZIONE

N	10
Rm	15

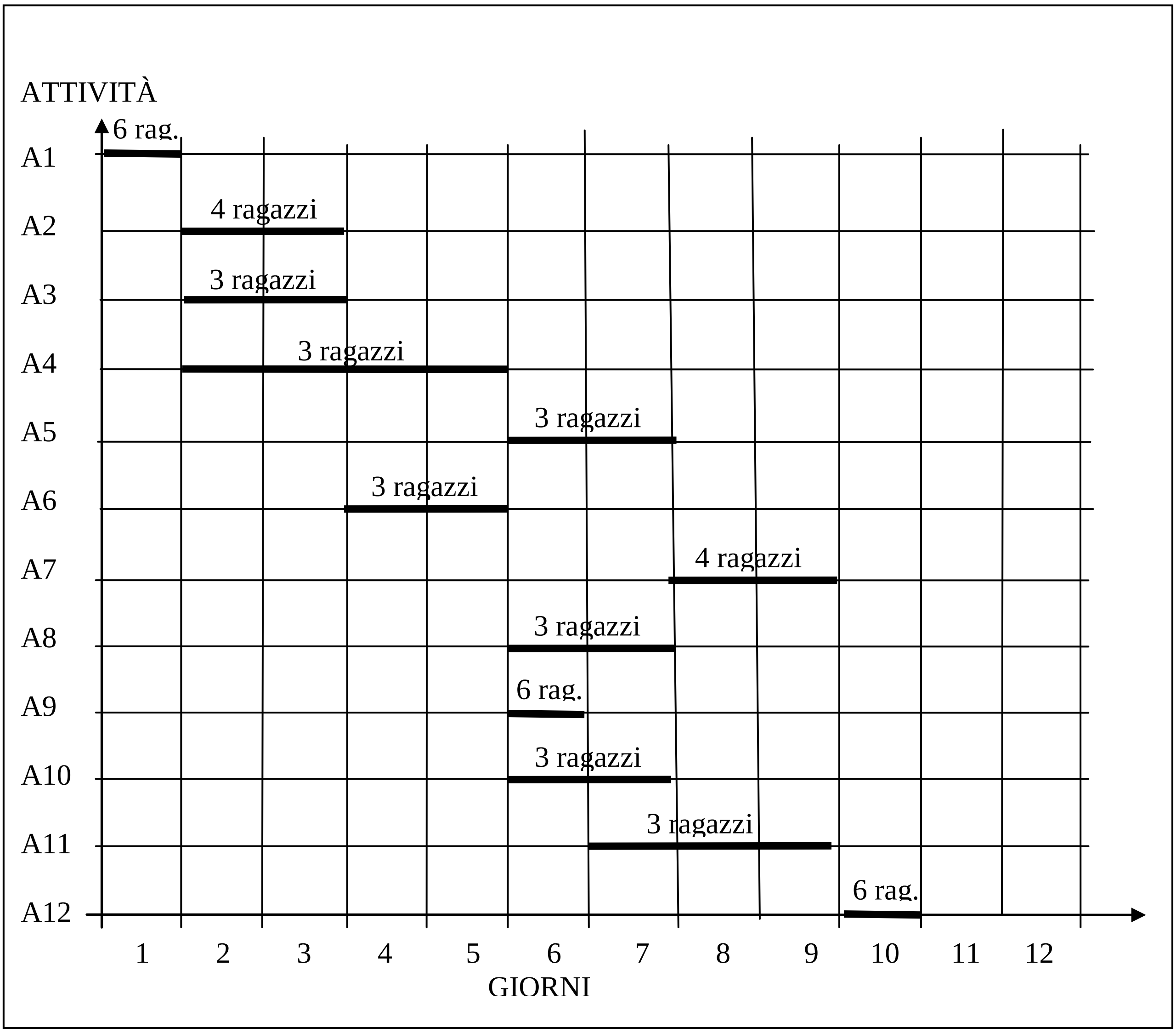
Pc	2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.



Per costruire tale grafo (mostrato in figura) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).
Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.
Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *finale* (in questo caso A12); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.
Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi per cercare di ottenere un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).
Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo); l'attività A5, per esempio, può iniziare solamente quando è terminata sia la A2 sia la A4.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 10 giorni; e che il numero massimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 15 (giorno 6): questo è anche il numero minimo di ragazzi per realizzare il progetto così pianificato. I percorsi critici sono [A1,A4,A5,A7,A12] e [A1,A4,A9,A11,A12]
Il significato "intuitivo" del percorso critico è il seguente. Per quanto sia accurata una pianificazione, può sempre verificarsi che una attività richieda più tempo di quello previsto. Se *ritarda* una attività su un percorso critico, allora ritarda anche la data di fine del progetto.

ESERCIZIO 8

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura.
N.B. L’espressione

A^B

ha valore pari a (quello di) A *elevato* a (quello di) B; il simbolo ^ è un operatore *infisso* che indica l’elevamento a potenza. Una altra maniera per indicare la stessa operazione nello pseudo linguaggio è exp(A,B): exp è un operatore *prefisso*. Talvolta si usa anche la forma (infissa) A**B.

```
procedure PRIMA;
variables A, B, K integer;
A ← -1000;
B ←  1000;
K ←  0;
while A<B do
        K ← K + 1;
        A ← A +5×K^2;
        B ← B – 7×K;
endwhile;
output A, B, K;
endprocedure;
```

Scrivere i valori di output nella seguente tabella.

A	
B	
K	

SOLUZIONE

A	925
B	615
K	10

COMMENTO ALLA SOLUZIONE
Il corpo del ciclo “while” viene ripetuto finché il valore di A diventa minore del valore di B; i valori delle tre variabili (K, A, B) sono mostrati nella seguente tabella, alla fine di ogni ripetizione.

K	A	B
1	-995	993
2	-975	979
3	-930	958
4	-850	930
5	-725	895
6	-545	853
7	-300	804
8	20	748
9	425	685
10	925	615

ESERCIZIO 9

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura.

```
procedure SECONDA;
variables A, B, M, N integer;
M ← 0;
N ←  0;
for I from 1 to 9 step 1 do;
        input A, B;
        if A > M    then M ← A; endif;
        if B > M    then M ← B; endif;
        if A > N    then N ← A; endif;
endfor;
output M, N;
endprocedure;
```

Compreso il significato della procedura, supposto che i valori di input siano i seguenti:
la sequenza 4, 5, 3, 3, 7, 5, 8, 4, 3 per A,
la sequenza 9, 5, 4, 6, 2, 9, 5, 3, 4 per B,
scrivere nella tabella sotto riportata i valori messi in output dalla procedura.

M	
N	

SOLUZIONE

M	9
N	8

COMMENTO ALLA SOLUZIONE
Si osservi che tutti i valori in input sono positivi. La procedura mette in M il più grande tra i valori di A e B e in N il più grande dei valori di A.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura:

```
procedure TERZA;
variables A, B, N, M, J, K integer;
M ← 0;
N ← 0;
K ← 0;
for J = 1 to 9 step 1 do;
        input A, B;
        if A > M    then  M ← A; K ← K+1;
                    else  N ← B;
        endif;
endfor;
output M, N, K;
endprocedure;
```

Compreso il significato della procedura, supposto che i valori di input siano i seguenti:

la sequenza 4, 5, 3, 3, 7, 5, 8, 4, 3 per A,

la sequenza 9, 5, 4, 6, 2, 9, 5, 3, 4 per B,

scrivere nella tabella sotto riportata i valori messi in output dalla procedura.

M	
N	
K	

SOLUZIONE

M	8
N	4
K	4

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si noti che tutti i valori di input sono positivi. In M va il valore massimo tra quelli assunti da A; (il valore di) K conta quanto è lunga la sotto sequenza (strettamente) crescente dei valori di A a partire dal primo (quindi: 4, 5, 7, 8). In N va il valore di B corrispondente (nell’ordine di lettura) all’ultimo valore di A che *non* è stato trasferito in M.

ESERCIZIO 11

PROBLEMA
Marvin covered the first half (uphill) of a bicycle race at 30 km per hour. The second half was a return over the same route (downhill), and his return speed was 70 km per hour. What was the average speed for the entire trip? Think carefully and put your answer, as an integer number, in the box below.

SOLUZIONE

42

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per calcolare la velocità media occorre divider lo spazio percorso per il tempo totale impiegato.
Se si indica con d la distanza percorsa nella prima e nella seconda metà della gara, si può scrivere:

$$velocità\ media = \frac{2d}{tempo\ totale}.$$

Ma

$$tempo\ totale = tempo\ prima\ metà + tempo\ seconda\ metà$$

con

$$tempo\ prima\ metà = \frac{distanza}{velocità} = \frac{d}{30}$$

e

$$tempo\ seconda\ metà = \frac{distanza}{velocità} = \frac{d}{70}$$

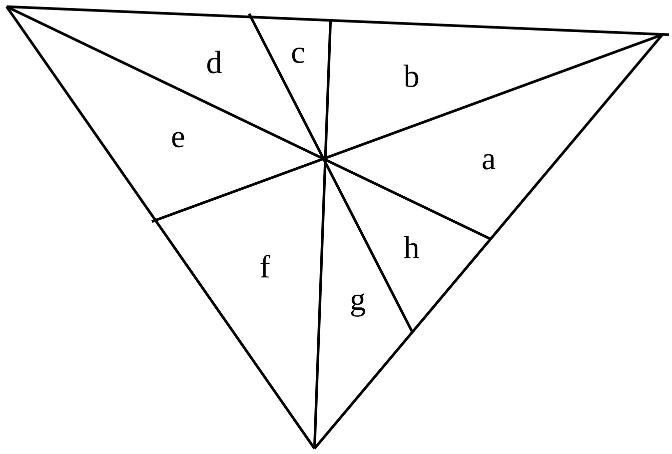
quindi

$$tempo\ totale = \frac{d}{30} + \frac{d}{70} = \frac{7d + 3d}{210} = \frac{10d}{210} = \frac{2d}{42}$$

Da ciò si vede che la velocità media per percorrere la distanza $2d$ è 42 km/h.

ESERCIZIO 12

PROBLEMA
This old puzzle deserves a systematic way to be solved.
How many triangle are there in the following figure?



Put your answer in the box below.

SOLUZIONE

23

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per essere sistematici ed essere sicuri di aver considerato *tutti* i triangoli, conviene dare un nome alle porzioni di piano connesse più piccole, gli *elementari*, che in questo caso sono 8 e sono ancora triangoli (come è stato fatto nella figura, per suggerire il metodo).

Conviene rappresentare ogni triangolo che compare nella figura con la lista degli elementari che lo compongono, *disposti in ordine lessicale* (crescente): così ad ogni triangolo della figura corrisponde una sola lista.

Poi si può compilare una tabella come la seguente, con le colonne indiciate dai nomi degli elementari e le righe dal numero di possibili elementari che compongono triangoli presenti in figura. Naturalmente le righe sono (al massimo) 8.
In ogni cella si indica (se esiste) un triangolo che:

- è composto da tanti elementari quanto è l'indice di riga: per esempio, nella prima riga ci saranno i triangoli composti da un solo elementare, nella seconda riga ci saranno i triangoli composti da due elementari, e così via.
- è rappresentato da una lista il cui primo elemento è l'elementare che dà il nome alla colonna.

N.B. *In generale* sono sicuramente vuote le celle al di sotto della diagonale secondaria (quella che va da destra in alto a sinistra in basso) perché dovrebbero contenere delle liste (con gli elementari in ordine lessicografico) di una lunghezza che è maggiore del numero di elementari successivi al primo della lista (che è quello che dà nome alla colonna).
N.B. *In questo caso* le righe 7, 6 e 5 della tabella sono sicuramente vuote perché togliendo 1, 2 oppure 3 elementari (rispettivamente) dalla figura in qualunque modo, si non si ottiene mai una figura *convessa* (come deve essere un triangolo).

lista che inizia con → è lunga ↓	**a**	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**
1	[a]	[b]	[c]	[d]	[e]	[f]	[g]	[h]
2	[a,h]	[b,c]	[c,d]		[e,f]		[g,h]	
3	[a,g,h]	[b,c,d]						
4	[a,b,c,d] [a,b,c,h] [a,b,g,h] [a,f,g,h]	[b,c,d,e]	[c,d,e,f]		[e,f,g,h]			
5								
6								
7								
8	[a,b,c,d,e,f,g,h]							