

ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere problemi spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Problemi “facili” possono essere risolti con una sola regola; per problemi “difficili” una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

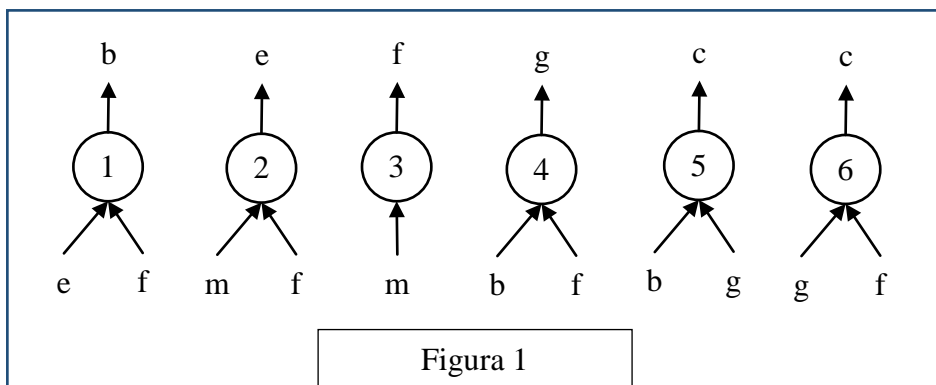
Si considerino le seguenti regole:

- regola(1,[e,f],b) regola(2,[m,f],e) regola(3,[m],f)
- regola(4,[b,f],g) regola(5,[b,g],c) regola(6,[g,f],c)

Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f** (cioè gli elementi della lista [e,f]); conoscendo **b** ed **f** (cioè gli elementi della lista [b,f]) è possibile dedurre **g** con la regola 4. Quindi, a partire da **e** ed **f** è possibile dedurre prima **b** (con la regola 1) e poi **g** (con la regola 4).

Un *procedimento di deduzione* (o deduttivo, o di calcolo) è rappresentato da un *insieme di regole da applicare in sequenza opportuna* per dedurre un certo elemento (incognito) a partire da certi dati: quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [1,4] descrive la soluzione del problema: “dedurre **g** a partire da **e** ed **f**”.

Una maniera grafica per rappresentare le regole è quella mostrata nella seguente figura 1: consiste nell’associare un albero (rovesciato) ad ogni regola: la radice (in alto) è il conseguente, le foglie (in basso) sono gli antecedenti.

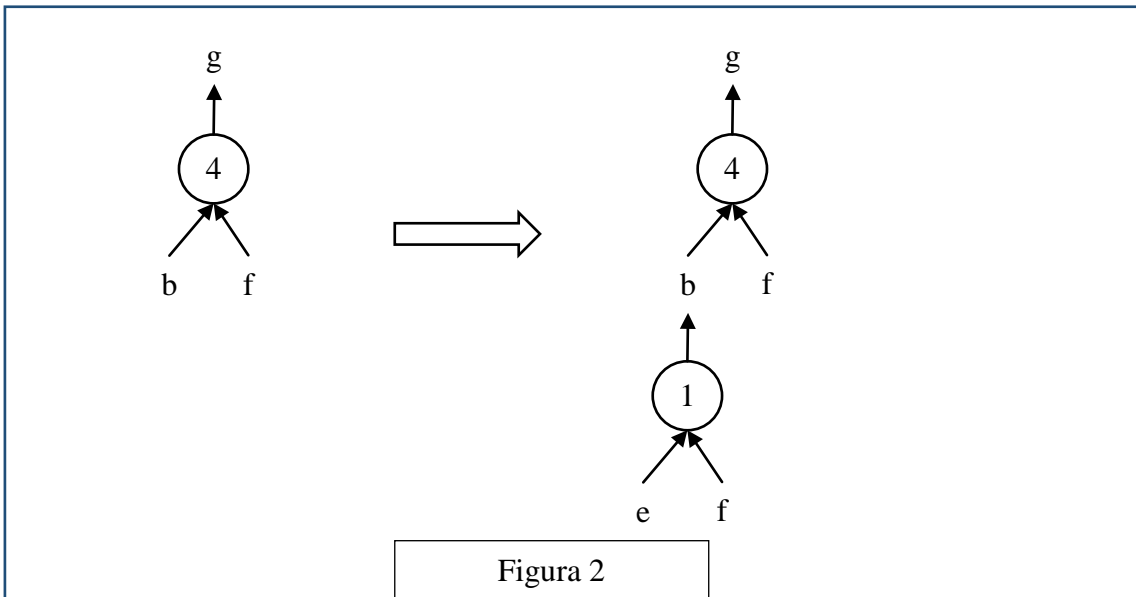


Con questa rappresentazione grafica, risolvere il problema “dedurre **g** a partire da **e** ed **f**” è particolarmente facile; si cerca un “albero” (cioè una regola) che ha come radice l’incognita (cioè **g**): in questo caso ne esiste solo uno che è la regola 4: si veda la figura 2 a sinistra.

Le foglie di questo albero (**b** ed **f**) *non* sono tutte note: quelle note (**f** in questo caso) sono vere e proprie foglie, quelle incognite (**b** in questo caso) vanno considerati come “anelli” a cui “appendere” un altro albero; quindi bisogna continuare *sviluppando* la foglia incognita **b**, cioè “appendendo” a **b** l’albero rappresentato dalla regola 1, come illustrato nella figura 2 a destra.

Adesso tutte le foglie dell’albero così ottenuto (**e** ed **f**) sono note e il problema è risolto.

Si può anche dire che un albero le cui foglie sono tutte note rappresenta un procedimento per dedurre la “radice” a partire dalle “foglie”. Per costruire la lista corrispondente occorre *partire dal basso*: prima si applica la regola 1, che utilizza solo i dati; poi si può applicare la regola 4. Il procedimento è quindi (individuato dalla lista) [1,4].

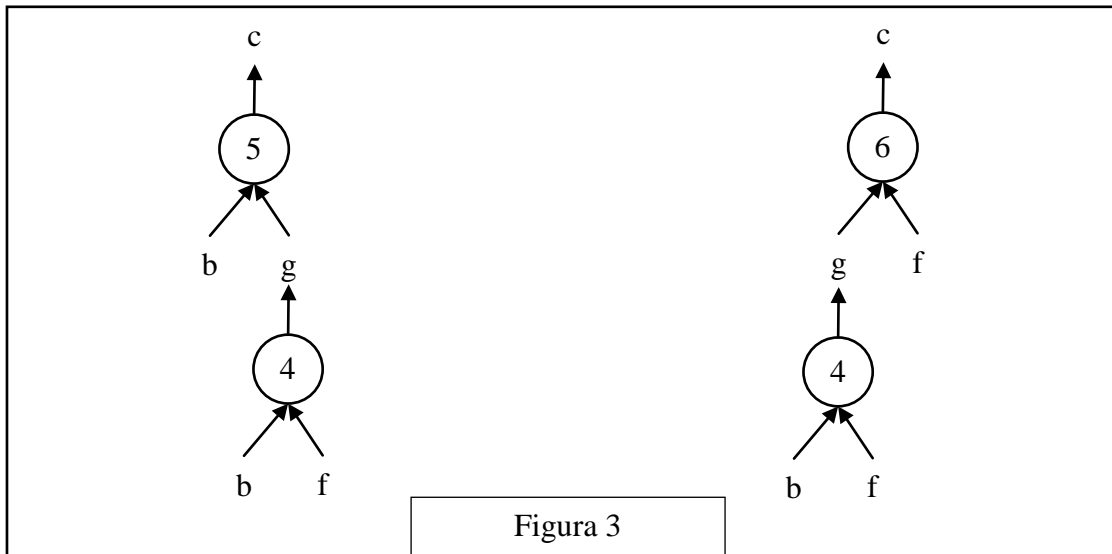


N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l'ultima (a destra) deve essere la sigla della regola che ha come conseguente l'elemento incognito da dedurre.

Nella lista non ci sono regole *ripetute* (infatti un procedimento di deduzione è un *insieme* di regole da applicare in opportuna sequenza). L'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) nell'applicazione di regole successive.

La lista associata a un (ben preciso) procedimento si costruisce quindi per passi successivi a partire dal primo elemento che è la sigla della prima regola da applicare; ad ogni passo, se ci fossero più regole applicabili, occorre dare la precedenza (nella lista) a quella con sigla *inferiore* (questo per rendere *unica* la lista associata al procedimento).

N.B. In alcuni casi esistono più procedimenti deduttivi possibili che permettono di ricavare un certo elemento dagli stessi dati, in maniere diverse (cioè con alberi diversi e quindi con insiemi diversi di regole). Per esempio il problema “dedurre **c** a partire da **b** ed **f**” (dalle regole viste sopra) ha due distinti procedimenti risolutivi; gli alberi relativi ai due procedimenti sono mostrati nella seguente figura 3.



Le liste associate sono, rispettivamente, [4,5] e [4,6].

In un procedimento deduttivo, il numero di regole *differenti* coinvolte (e, quindi, anche il numero di elementi della lista corrispondente al procedimento) si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| regola(1,[q,r],t) | regola(2,[n,o],m) | regola(3,[t,q],m) |
| regola(4,[n,p],o) | regola(5,[x],n) | regola(6,[p,q],r) |
| regola(7,[x,n],p) | regola(8,[r,s],n) | regola(9,[x],r) |

Trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **m** conoscendo **n** e **p**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **m** conoscendo **p** e **q**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **m** conoscendo **x**.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[4,2]
L2	[6,1,3]
L3	[5,7,4,2]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si vede immediatamente che l'incognita **m** (*comune alle tre domande*) si può ottenere da due regole: la 2 e la 3.

Per la prima domanda è una buona ipotesi partire dalla regola 2 che ha come antecedente un dato (**n**); infatti l'altro antecedente, **o**, è deducibile dai dati con la regola 4: il procedimento è quindi [4,2].

Per la seconda domanda, in cui sono noti **p** e **q**, la regola 3 è il primo tentativo da fare perché ha un antecedente che è un dato. L'altro antecedente, **t**, è conseguente solo della regola 1, che ha come an-

tecedenti q (dato) ed r (incognito); quest'ultimo è deducibile con due regole: la 6 e la 9; la prima è quella da applicare perché gli antecedenti sono dati. Il procedimento è [6,1,3].

Per rispondere alla terza domanda occorre una analisi più accurata per decidere quale regola usare per dedurre m ; conviene partire dal dato: x ; da x è deducibile n (con la regola 5) e r con la regola 9. La prima possibilità è suggestiva perché richiama la prima domanda: se fosse possibile dedurre anche p si potrebbe continuare col primo procedimento trovato; è proprio il caso, infatti siccome sono noti x (dato) e n (appena dedotto), con la regola 7 si ottiene proprio p . Il procedimento è quindi [5,7,4,2].

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni.

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i minerali descritti dai seguenti termini:

tab(m1,63,184) tab(m2,62,183) tab(m3,61,180)
 tab(m4,63,188) tab(m5,69,189) tab(m6,67,188)

PROBLEMA

Disponendo di un motocarro con portata massima di 370 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il valore complessivo pari a 130.

Disponendo di un secondo motocarro con portata massima di 400 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3<... .

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[m3,m5]
L2	[m5,m6]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre applicare il *metodo della forza bruta*: considerare tutte le possibili *combinazioni* di due (o tre) minerali diversi, il loro valore e il loro peso.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione “m1, m4” è uguale alla combinazione “m4, m1”. Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati come richiesto dal problema.

Costruite le combinazioni, occorre individuare quelle trasportabili da ciascun motocarro e tra queste scegliere quella di valore opportuno.

In questo problema però si può fare di meglio (cioè risolverlo più rapidamente). Si elenchino i minerali in ordine crescente di valore (in questo problema coincide anche col peso decrescente).

m5 69 189
 m6 67 188
 m4 63 188
 m1 63 184
 m2 62 183
 m3 61 180

Tra i primi 4 minerali nessuna coppia è trasportabile col primo motocarro (370 kg); tra i primi 5 solo la coppia [m1,m2] è trasportabile (e vale 125); se si considerano tutti i minerali è evidente che ol-

tre alla precedente è trasportabile ogni coppia che contiene m_3 ; ma allora quella di maggior valore (130, come richiesto dal problema) cioè $[m_3, m_5]$ è quella cercata.

Per la seconda domanda si vede subito che tutte le coppie sono trasportabili: quindi occorre scegliere quella di maggior valore in assoluto: $[m_5, m_6]$.

ESERCIZIO 3

PROBLEMA

Suppose:

- B is A increased by 30%
- C is B decreased by 40%
- D is C increased by 20%

What percent of B is D? Put your answer in the box below as an integer (with two digit).

SOLUZIONE

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Let's compute all in terms of A:

$$B = 1.30 \times A$$

$$C = 0.60 \times B = 0.60 \times 1.30 \times A = 0.78 \times A$$

$$D = 1.20 \times C = 1.20 \times 0.78 \times A = 0.936 \times A$$

Then:

$$\frac{D}{B} = \frac{0.936 \times A}{1.30 \times A} = \frac{0.936}{1.30} = 0.72$$

So D is 72% of B.

ESERCIZIO 4

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate.

```
procedure PROVA1;  
variables A, B, C integer;  
A ← 1;  
B ← A+1;  
C ← A+B+1;  
A ← C+B+A+1;  
B ← C+B+A+1;  
C ← A+B+C+1;  
output A, B, C;  
endprocedure;
```

Determinare i valori di output.

A	
B	
C	

SOLUZIONE

A	8
B	15
C	28

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

È sufficiente eseguire, passo passo, i calcoli indicati.

ESERCIZIO 5

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```

procedure PROVA2;
variables A, B, M, N, K integer;
input A;
M ← 0;
N ← 0;
for K = 1 to 8 step 1 do
    input B;
    if A < B then M ← M+B; endif;
    if A > N then N ← N+B; endif;
endfor;
output M, N;
endprocedure;
    
```

I valori di input per A è 10 e per B sono 7, 14, 8, 16, 18, 9, 12, 6.
 Determinare i valori di output per M ed N.

M	
N	

SOLUZIONE

M	60
N	21

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La procedura acquisisce un valore positivo per A e 8 valori positivi per B; alla fine M è uguale alla somma dei valori di B che sono più grandi di (quello di) A ($14+16+18+12 = 60$). N è uguale alla somma dei primi valori di B in modo che tale somma sia *appena* maggiore del valore di A ($7+14 = 21$).

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```

procedure PROVA2;
variables A, B, M, N, K integer;
input A;
M ← 0;
N ← 0;
for K = 1 to 8 step 1 do
    input B;
    if A < B then M ← M+B; endif;
    if A > N then N ← N+B; endif;
endfor;
output M, N;
endprocedure;
    
```

I valori di input per A è 15 e per B sono 8, 18, 7, 15, 10, 14, 15, 16.
 Determinare i valori di output per M ed N.

M	
N	

SOLUZIONE

M	34
N	26

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La procedura acquisisce un valore positivo per A e 8 valori positivi per B; alla fine M è uguale alla somma dei valori di B che sono più grandi di (quello di) A ($18 + 16 = 34$). N è uguale alla somma dei primi valori di B in modo che tale somma sia *appena* maggiore del valore di A ($8+18 = 26$).