ESERCIZIO 1

PREMESSA

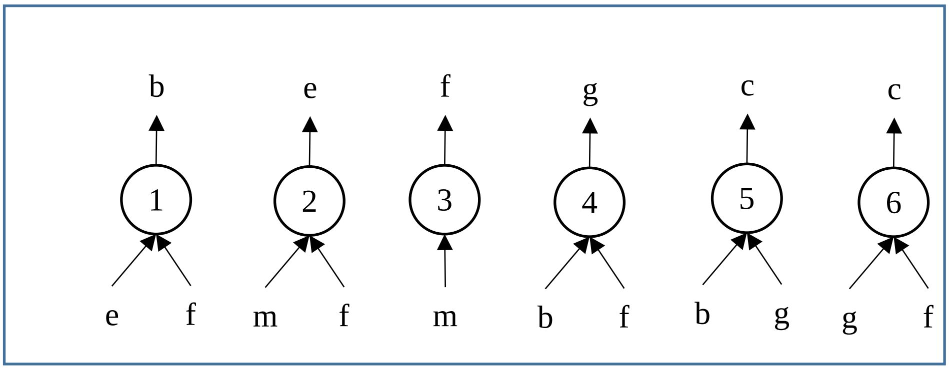
Per risolvere problemi spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Problemi "facili" possono essere risolti con una sola regola; per problemi "difficili" una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.
Si considerino le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b)	regola(2,[m,f],e)	regola(3,[m],f)
regola(4,[b,f],g)	regola(5,[b,g],c)	regola(6,[g,f],c)

Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f** (cioè gli elementi della lista [e,f]); conoscendo **b** ed **f** (cioè gli elementi della lista [b,f]) è possibile dedurre **g** con la regola 4. Quindi, a partire da **e** ed **f** è possibile dedurre prima **b** (con la regola 1) e poi **g** (con la regola 4).
Un *procedimento di deduzione* (o deduttivo, o di calcolo) è rappresentato da un *insieme di regole da applicare in sequenza opportuna* per dedurre un certo elemento (incognito) a partire da certi dati: quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [1,4] descrive la soluzione del problema: "dedurre **g** a partire da **e** ed **f**".
Una maniera grafica per rappresentare le regole è quella mostrata nella seguente figura: consiste nell'associare un albero (rovesciato) ad ogni regola: la radice (in alto) è il conseguente, le foglie (in basso) sono gli antecedenti.



Con questa rappresentazione grafica, risolvere il problema "dedurre **g** a partire da **e** ed **f**" è particolarmente facile; si cerca un "albero" (cioè una regola) che ha come radice l'incognita (cioè **g**): in questo caso ne esiste solo uno che è la regola 4: si veda la seguente figura 1 a sinistra.

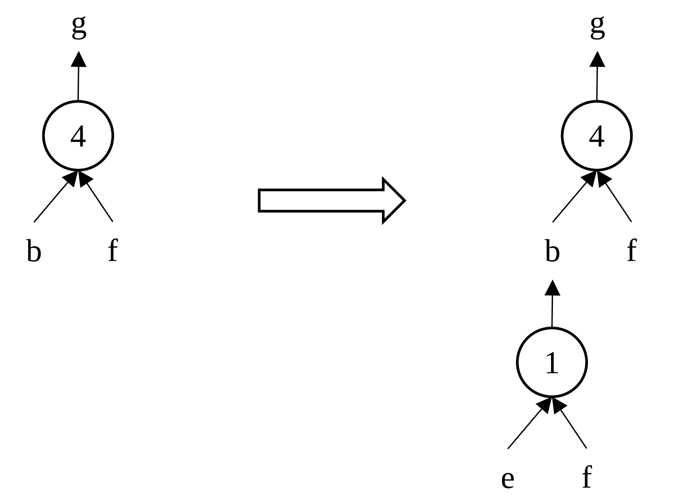


Figura 1

Le foglie di questo albero (**b** ed **f**) *non* sono tutte note: quelle note (**f** in questo caso) sono vere e proprie foglie, quelle incognite (**b** in questo caso) vanno considerati come “anelli” a cui “appendere” un altro albero; quindi bisogna continuare *sviluppando* la foglia incognita **b**, cioè “*appendendo*” a **b** l’albero rappresentato dalla regola 1, come illustrato nella figura 1 a destra.
Adesso tutte le foglie dell’albero così ottenuto (**e** ed **f**) sono note e il problema è risolto.
Si può anche dire che un albero le cui foglie sono tutte note rappresenta un procedimento per dedurre la “radice” a partire dalle “foglie”. Per costruire la lista corrispondente occorre *partire dal basso*: prima si applica la regola 1, che utilizza solo i dati; poi si può applicare la regola 4. Il procedimento è quindi (individuato dalla lista) [1,4].

Come altro esempio, in figura 2 è illustrata la soluzione del problema: “dedurre **e** a partire da **m**”. Tale soluzione si ottiene costruendo successivamente i due alberi mostrati; il procedimento è [3,2].

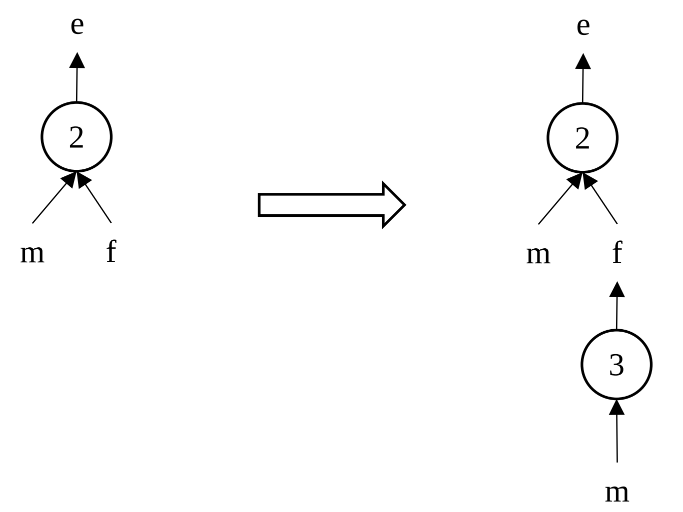


Figura 2

N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l'ultima (a destra) deve essere la sigla della regola che ha come conseguente l'elemento incognito da dedurre.
Nella lista non ci sono regole *ripetute* (infatti un procedimento di deduzione è un *insieme* di regole da applicare in opportuna sequenza). L'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) nell'applicazione di regole successive.

La lista associata a un (ben preciso) procedimento si costruisce quindi per passi successivi a partire dal primo elemento che è la sigla della prima regola da applicare; ad ogni passo, se ci fossero più regole applicabili, occorre dare la precedenza (nella lista) a quella con sigla *inferiore* (questo per rendere *unica* la lista associata al procedimento).

N.B. In alcuni casi esistono più procedimenti deduttivi possibili che permettono di ricavare un certo elemento dagli stessi dati, in maniere diverse (cioè con alberi diversi e quindi con insiemi diversi di regole). Per esempio il problema "dedurre **c** a partire da **b** ed **f**" (dalle regole viste sopra) ha due distinti procedimenti risolutivi; gli alberi relativi ai due procedimenti sono mostrati nella seguente figura 3.

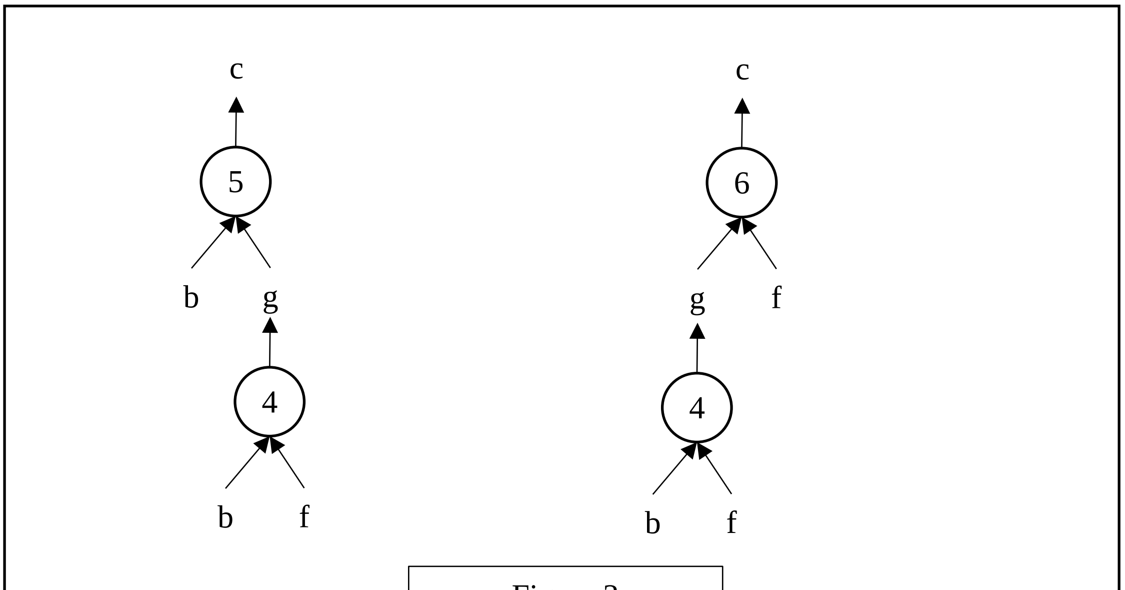


Figura 3

Le liste associate sono, rispettivamente, [4,5] e [4,6].

In un procedimento deduttivo, il numero di regole *differenti* coinvolte (e, quindi, anche il numero di elementi della lista corrispondente al procedimento) si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA
Siano date le seguenti regole:

regola(1,[a,b],g)	regola(2,[f,g],s)	regola(3,[r,q],s)
regola(4,[w,f],r)	regola(5,[p,q],r)	regola(6,[a,r],w)
regola(7,[a,g],w)	regola(8,[r,s],w)	regola(9,[t],a)

Trovare:
1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **w** conoscendo **t** e **r**;

2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **w** conoscendo **p** e **q**.

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[9,6]
L2	[5,3,8]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si vede immediatamente che l'incognita **w** (comune alle due domande) si può ottenere da tre regole: la 6, la 7 e la 8.

Per la prima domanda sono noti **t** e **r**: quindi, per risolverla, conviene esaminare per prime le regole 6 e 8 che hanno come uno degli antecedenti un dato: **r**. Per decidere quale delle due applicare, si esaminano gli antecedenti non noti: rispettivamente **a** e **s**; a prima vista si constata che **a** è deducibile (solo con la regola 9) dai dati, mentre **g** richiede (regola 1) **a** e **b** (quest'ultimo, poi non è né dato, né deducibile). Ricapitolando, le regole impiegate sono la 6 e la 9, quindi la lista L1 è [9,6].

Per la seconda domanda, in cui sono noti **p** e **q**, occorre esaminare più dettagliatamente le tre regole per vedere quale applicare. La regola 6 richiede **a** e **r**; ma **a** è deducibile solo con la regola 9 che richiede **t**: questo elemento non è un dato e non è deducibile da alcuna regola: quindi la regola 6 non può essere applicata. La regola 7 richiede **a** e **g**: ragionando come sopra (per **a**) si vede che non può essere impiegata. La regola 8 richiede **r** e **s**: ognuno di questi è deducibile con due regole. È abbastanza facile, però, vedere che **r** è deducibile dai dati con la regola 5 e **s** (con la regola 3) è deducibile da un dato (**q**) e da **s**, appena dedotto. Ricapitolando, le regole impiegate sono la 8, la 5 e la 3; la lista L2 è [5,3,8]; un po' di attenzione deve essere posta nel costruire la lista con gli elementi nel giusto ordine: disegnare l'albero della deduzione può essere utile.

ESERCIZIO 2

PREMESSA
In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni.

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i minerali descritti dai seguenti termini:

tab(m1,63,88)	tab(m2,65,83)	tab(m3,60,83)
tab(m4,61,84)	tab(m5,62,89)	tab(m6,64,88)

PROBLEMA
Disponendo di un motocarro con portata massima di 170 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.
Disponendo di un secondo motocarro con portata massima di 250 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.
N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3<… .

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[m2,m4]
L2	[m2,m3,m4]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
In generale, in problemi di questo tipo, occorre applicare il *metodo della forza bruta*: considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di due (o tre) minerali diversi, il loro valore e il loro peso.
N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1, m4" è uguale alla combinazione "m4, m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati come richiesto dal problema.
Costruite le combinazioni, occorre individuare quelle trasportabili da ciascun motocarro e tra queste scegliere quella di maggior valore.

Per la prima domanda le 6×5/2 = 15 combinazioni sono:

COMBINAZIONI	VALORE	PESO	TRASPORTABILITÀ PRIMO MOT.
[m1,m2]	128	171	no
[m1,m3]	123	171	no
[m1,m4]	124	172	no
[m1,m5]	125	177	no
[m1,m6]	127	176	no
[m2,m3]	125	166	si
[m2,m4]	126	167	si
[m2,m5]	127	172	no

[m2,m6]	129	171	no
[m3,m4]	121	167	si
[m3,m5]	122	172	no
[m3,m6]	124	171	no
[m4,m5]	123	173	no
[m4,m6]	125	172	no
[m5,m6]	126	177	no

La combinazione trasportabile di maggior valore è [m2,m4].

Una maniera più rapida di risolvere questo problema (se si procede "manualmente") è quella di elencare i minerali in ordine crescente di peso, come nel seguente elenco.

MINERALE	VALORE	PESO
m2	65	83
m3	60	83
m4	61	84
m1	63	88
m6	64	88
m5	62	89

Per la prima domanda si vede abbastanza rapidamente che solo coppie dei primi tre minerali sono trasportabili: occorre quindi esaminare solo tre combinazioni (comunque si vede subito quale ha maggior valore).
Per la seconda domanda si vede pure abbastanza rapidamente che solo la terna costituita dai primi tre materiali è trasportabile.

ESERCIZIO 3

PROBLEMA
In a strange, distant land, they have a slightly different number system than ours. For instance, $4 \times 5 = 26$ and $4 \times 6 = 33$. Based on this, what is the value of $5 \times 4 \times 6$ in this land? Enter your answer in the box below and remember that this is a *number system*.

SOLUZIONE

231

COMMENTO ALLA SOLUZIONE
Il problema specifica che si tratta di un particolare sistema di numerazione: è in base 7. Infatti:

- esistono (almeno) i simboli fino a 6;
- le (singole) cifre in base 7 hanno lo stesso "valore" delle cifre in base 10;
- $4_{10} \times 5_{10} = 20_{10}$ ma $4_7 \times 5_7 = 26_7$ inoltre $4_{10} \times 6_{10} = 24_{10}$ ma $4_7 \times 6_7 = 33_7$ come indicato dal testo del problema;
- quindi $5_{10} \times 4_{10} \times 6_{10} = 120_{10}$ ma $5_7 \times 4_7 \times 6_7 = 231_7$;

ESERCIZIO 4

PROBLEMA
Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate.

```
procedure PROVA1;
variables A, B, C integer;
A ← 1;
B ← A;
C ← A+B;
A ← C+B+A;
B ← C+B+A;
C ← A+B+C;
output A, B, C;
endprocedure;
```

Determinare i valori di output.

A	
B	
C	

SOLUZIONE

A	4
B	7
C	13

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
È sufficiente eseguire, passo passo, i calcoli indicati.

ESERCIZIO 5

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```
procedure PROVA2;
variables A, B, M, N, K integer;
input A;
M ← 0;
N ← 0;
for K = 1 to 8 step 1 do
        input B;
        if A < B  then M ←  M+1;   endif;
        if A > B  then N ← N+1;   endif;
endfor;
output M, N;
endprocedure;
```

I valori di input per A è 20 e per B sono 15, 21, 9, 20, 24, 33, 9, 12.
Determinare i valori di output per M ed N.

M	
N	

SOLUZIONE

M	3
N	4

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
La procedura acquisisce un valore per A e 8 valori per B; M conta quanti valori di B sono più grandi di (quello di) A e N conta quanti valori di B sono più piccoli (quindi $M + N \leq 8$).

ESERCIZIO 6

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA3.

```
procedure PROVA3;
variables A, K, J integer;
A ← 0;
for J from 1 to 3 step 1 do
    A ← A+A;
    for K from 1 to 5 step 1 do
        A ← A+ K;
    endfor;
endfor;
output A;
endprocedure;
```

Determinare il valore di output.

A	

SOLUZIONE

A	105

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
La variabile A viene inizializzata al valore 0. Lo statement

A ← A+ A;

che raddoppia il valore di A, viene eseguito 3 volte, come il ciclo “for” interno, il quale aumenta il valore di A della somma dei primi 5 numeri naturali (cioè 15). Alla fine della prima ripetizione del ciclo interno A vale 15; alla fine della seconda vale (15 × 2) + 15 = 45; alla fine della terza vale (45 × 2) + 15 = 105.