ESERCIZIO 1

PREMESSA

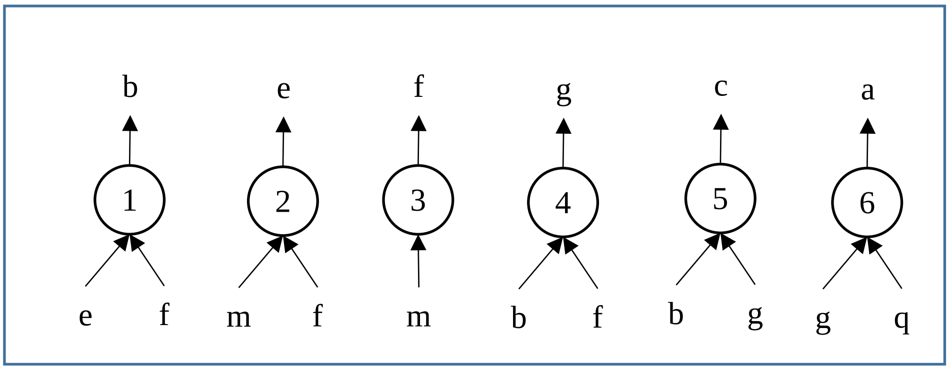
Per risolvere problemi spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Problemi "facili" possono essere risolti con una sola regola; per problemi "difficili" una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.
Si considerino le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b)	regola(2,[m,f],e)	regola(3,[m],f)
regola(4,[b,f],g)	regola(5,[b,g],c)	regola(6,[g,q],a)

Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f** (cioè gli elementi della lista [e,f]); conoscendo **b** ed **f** (cioè gli elementi della lista [b,f]) è possibile dedurre **g** con la regola 4. Quindi, a partire da **e** ed **f** è possibile dedurre prima **b** (con la regola 1) e poi **g** (con la regola 4).
Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [1,4] descrive la soluzione del problema: "dedurre **g** a partire da **e** ed **f**".
Una maniera grafica per rappresentare le regole è quella mostrata nella seguente figura: consiste nell'associare un albero (rovesciato) ad ogni regola: la radice (in alto) è il conseguente, le foglie (in basso) sono gli antecedenti.



Con questa maniera grafica risolvere il problema "dedurre **g** a partire da **e** ed **f**" è particolarmente facile; si cerca un "albero" (cioè una regola) che ha come radice l'incognita (cioè **g**): in questo caso ne esiste solo uno che è la regola 4: si veda la seguente figura 1 a sinistra.

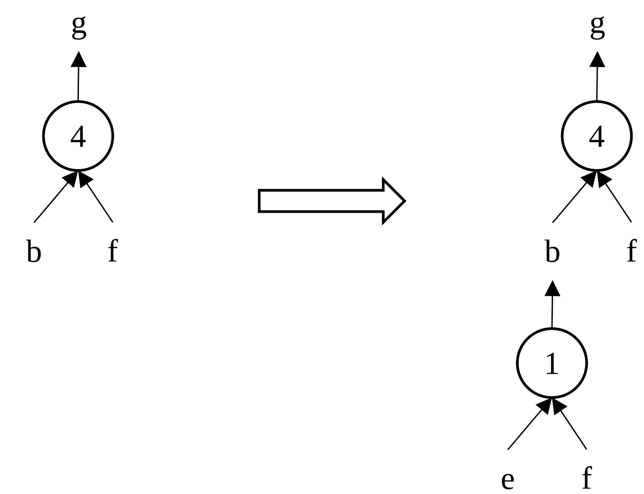


Figura 1

Le foglie di questo albero (**b** ed **f**) *non* sono tutte note: quelle note (**f** in questo caso) sono vere e proprie foglie, quelle incognite (**b** in questo caso) vanno considerati come “anelli” a cui “appendere” un altro albero; quindi bisogna continuare *sviluppando* la foglia incognita **b**, cioè “*appendendo*” a **b** l’albero rappresentato dalla regola 1, come illustrato nella figura 1 a destra.
Adesso tutte le foglie dell’albero così ottenuto (**e** ed **f**) sono note e il problema è risolto. Per costruire la lista occorre *partire dal basso*: prima si applica la regola 1, che utilizza solo i dati; poi si può applicare la regola 4. Il procedimento è quindi [1,4].

Come altro esempio, in figura 2 è illustrata la soluzione del problema: “dedurre **e** a partire da **m**”. Tale soluzione si ottiene costruendo successivamente i due alberi mostrati; il procedimento è [3,2].

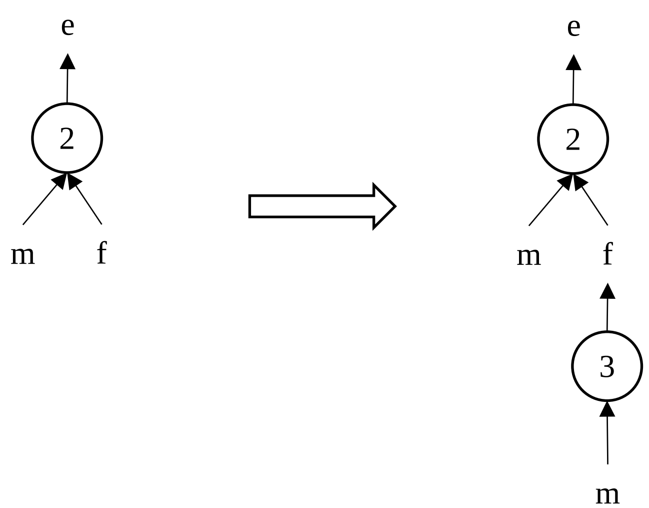


Figura 2

N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell’ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l’ultima (a destra) deve essere la sigla che ha come conseguente l’elemento incognito da dedurre richiesto dal problema.

In ogni procedimento di deduzione, l'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) per poter applicare regole successive: la prima regola è sempre applicabile a partire *solo* dai dati e non ci sono regole *ripetute*.
Inoltre, ad ogni passo del procedimento, se ci fossero più regole applicabili contemporaneamente, nella lista occorre dare la precedenza a quella con sigla inferiore.
Il numero di elementi della lista si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA
Sono date le seguenti regole:

regola(1,[b,t],f)	regola(2,[t],b)	regola(3,[a],u)
regola(4,[x],j)	regola(5,[f,t],p)	regola(6,[x,j],k)
regola(7,[j,h,k],e)	regola(8,[u,k],e)	regola(9,[a,u],k)
regola(10,[j,k],h)	regola(11,[f,t],u)	regola(12,[u,p],e)

Trovare:

- la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **e** a partire da **t**,
- la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **e** a partire da **x**,
- la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **e** a partire da **a**.

N.B. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole a partire dal primo elemento (a sinistra) della lista: se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

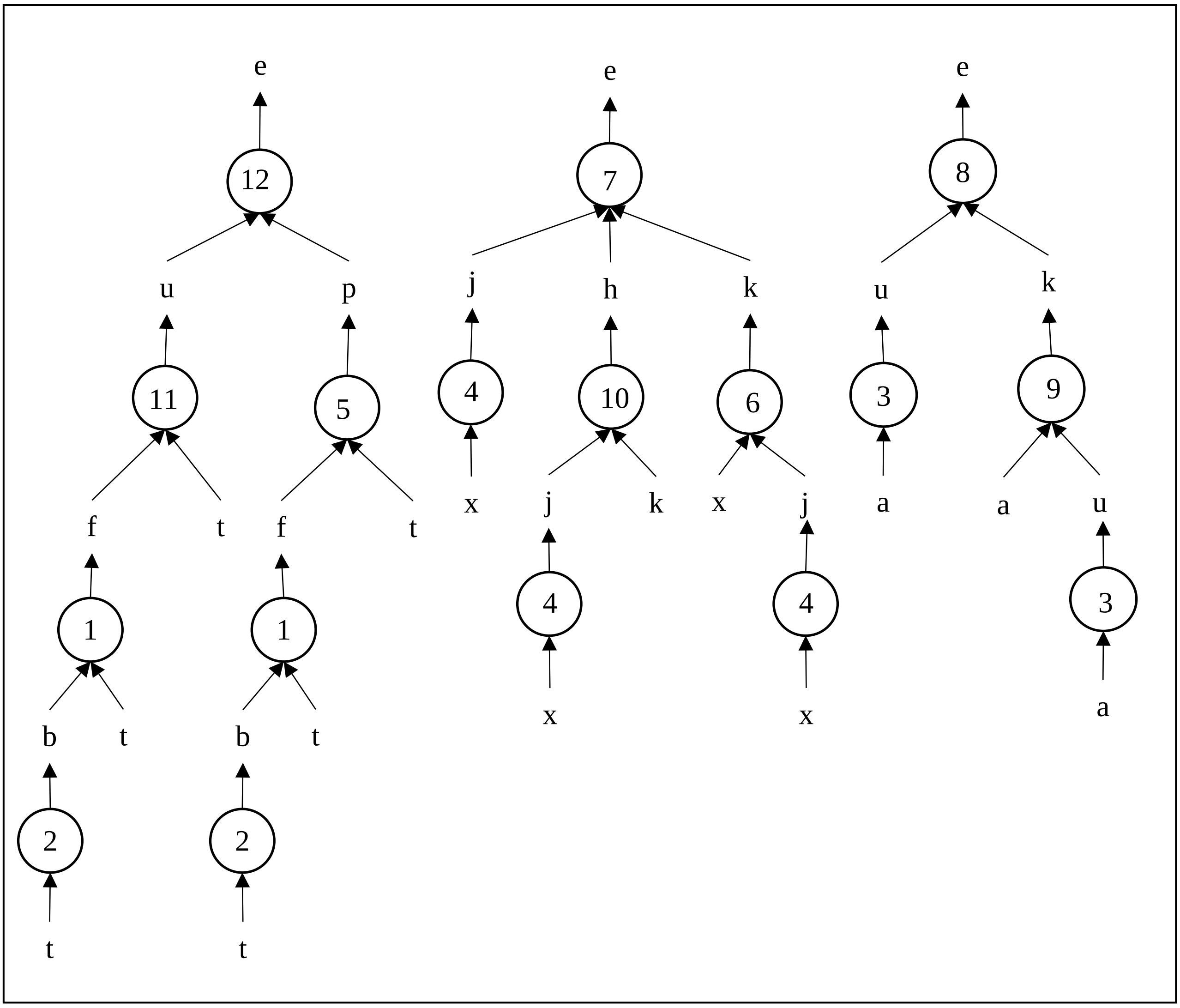
L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[2,1,5,11,12]
L2	[4,6,10,7]
L3	[3,9,8]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per risolvere questo tipo di problemi si possono usare due metodi: il metodo *backward* (o *top down*) oppure il metodo *forward* (o *bottom up*).
Il primo metodo consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).
Il secondo metodo consiste nel partire dagli *elementi noti* (che, all'inizio, sono solo i dati) e cercare una regola che nella premessa contenga solo tali elementi: se il conseguente è l'incognita cercata, allora il problema è risolto, altrimenti si aggiunge il conseguente agli elementi noti: con questi si ripete il processo, proseguendo finché si trova una regola il cui conseguente è l'incognita.
Quale dei due metodi è più conveniente dipende dal problema: di norma per problemi con "molte" regole e con l'incognita che compare come conseguente in "poche" conviene provare il primo metodo; per problemi con "poche" regole e con l'incognita che compare come conseguente in "molte" conviene provare con il secondo. In casi veramente complessi si possono provare entrambi i metodi, per orientarsi a trovare il processo risolutivo. Queste considerazioni valgono se la soluzione è cercata "manualmente": dovendo scrivere un programma è quasi sempre conveniente il primo metodo.

Gli alberi, derivanti dall'applicazione del primo metodo, relativi alle tre domande sono mostrati nella seguente figura.



Naturalmente particolare cura deve essere impiegata per scrivere il procedimento sotto forma di lista (le regole non devono essere ripetute e se due o più sono applicabili, deve comparire prima quella con sigla inferiore)

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q											
		5	■	■		■			S				
			7	P									
■	■	3											
🧍		■											

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot 🧍 sono [1,1].
Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

	♘		♘	
♘				♘
		🧍		
♘				♘
	♘		♘	

Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].
Un percorso è descritto dalla *lista delle coordinate delle caselle attraversate*; un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla lista [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]].
In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può *raccogliere* lungo un percorso. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi riportati nella prima figura sono descritti dalla seguente lista [[3,2,3],[4,3,7],[3,4,5]]. Nel percorso da P a Q, sopra descritto, il *totale di premi raccolti* è pari a 10.

PROBLEMA

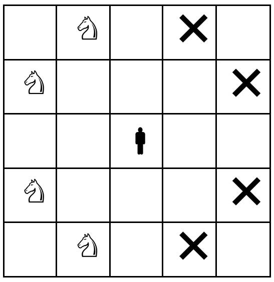
Un campo di gara ha dimensioni 7×7; le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[1,3],[2,3],[3,3],[3,5],[4,2],[5,2],[5,4],[5,5]];

i premi sono descritti dalla seguente lista:

[[2,5,8],[5,3,10],[4,6,11],[5,6,12],[4,4,13]].

Al robot sono *vietati* i movimenti corrispondenti alle direzioni della rosa dei venti indicate nella seguente lista [nne,ene,ese,sse], cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate (col simbolo ♘) nella seguente figura.



Partendo dalla casella [7,7], il robot deve raggiungere la casella [1,1], senza passare più di una volta per una stessa casella. Trovare:

- il percorso L1 in cui si raccoglie il massimo di premi;
- il percorso L2 in cui si raccoglie il minimo di premi;
- il numero N di percorsi possibili da [7,7] a [1,1].

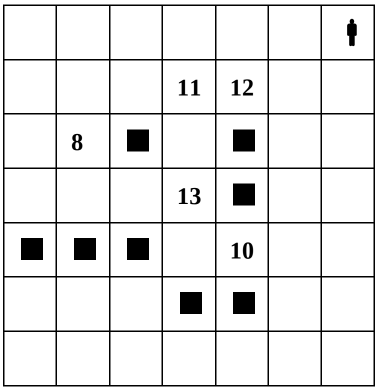
L1	
L2	
N	

SOLUZIONE

L1	[[7,7],[5,6],[4,4],[3,2],[1,1]]
L2	[[7,7],[6,5],[5,3],[3,2],[1,1]]
N	3

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nella figura.



Esiste una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo: costruire l'*albero delle possibili mosse*: si inizia con la *radice* che è la casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Naturalmente il robot non può tornare in una casella in cui è già stato. Un ramo si arresta quando giunge alla meta o non può più essere sviluppato: sono così evidenti i percorsi utili alla soluzione del problema.

La costruzione e l'esame dell'albero delle possibili mosse viene sempre attuata quando si impiega un programma per risolvere il problema. In casi particolari, come il presente, se si usa un procedimento manuale, si può procedere per via euristica.
Visti i movimenti permessi al robot e le caselle interdette, il robot può arrivare in [1,1] solo da [3,2]; in questa casella può arrivare solo da [4,4], [5,3] e [5,1]. L'ultima di queste posizioni è irraggiungibile perché, per arrivare alla ordinata 1, al robot (dal punto di partenza) occorrono almeno tre mosse, ma i movimenti permessi lo obbligano a diminuire l'ascissa ad ogni mossa: quindi dopo tre mosse non può trovarsi all'ascissa 5.
Una rapida (e facile analisi) permette di stabilire che il robot può arrivare in [4,4] in due maniere diverse e in [5,3] in un sol modo. Ricapitolando, i percorsi possibili da [7,7] a [1,1] e i premi accumulati sono:

[[7,7],[6,5],[5,3],[3,2],[1,1]]	10
[[7,7],[6,5],[4,4],[3,2],[1,1]]	13
[[7,7],[5,6],[4,4],[3,2],[1,1]]	25

ESERCIZIO 3

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,12,14)	tab(m2,17,17)	tab(m3,15,13)
tab(m4,16,15)	tab(m5,15,12)	tab(m6,19,18)
tab(m7,16,12)	tab(m8,18,17)	tab(m9,17,19)

PROBLEMA

– Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 30 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo mezzo cui corrisponde il massimo valore complessivo possibile.
– Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 45 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo mezzo cui corrisponde il massimo valore complessivo possibile.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<… <m9.

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[m6,m7]
L2	[m4,m6,m7]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, un metodo per risolvere il problema (detto della *forza bruta*) è quello di generare tutte le combinazioni di 2 o di 3 minerali presi tra i nove del deposito, calcolarne peso e valore e scegliere, tra quelle trasportabili, quella che ha valore maggiore; poiché tali combinazioni sono rispettivamente (9×8)/(2×1) = 36 e (9×8×7)/(3×2×1) = 84, tale metodo è pesante (cioè richiede molti “calcoli” e molto “spazio”).

Per particolari problemi esistono comunque modi “più veloci”, detti *euristici* che consentono di (costruire ed) esaminare un minor numero di combinazioni.

Per la prima domanda si può osservare che si possono escludere a priori alcuni materiali: basta elencarli in ordine crescente di valore.

minerale	valore	peso
m1	12	14
m5	15	12
m3	15	13
m7	16	12
m4	16	15
m2	17	17

m9	17	19
m8	18	17
m6	19	18

Cominciando dal basso (quelli con maggior valore) si vede che m6 è trasportabile solo con m7 (con valore complessivo 35) e m5 (valore 34); m8 è trasportabile solo con m7 (valore34), m3 (valore33) e m5 (valore33). Tutte le altre coppie (indipendentemente dal peso) hanno valore minore di 35.
Per la seconda domanda si può provare a partire dalla soluzione della prima [m6,m7] e aggiungere un minerale (con peso minore di 15): m4 è il più conveniente. Non è difficile verificare che il valore complessivo di 51 non è raggiungibile da nessuna altra terna trasportabile.

ESERCIZIO 4

PREMESSA
Osservare le immagini e leggere i testi con attenzione.

Tre immagini tratte da "*Campagna per l'uso responsabile dell'acqua*", a cura dell'ASPEM.
Le tre immagini contengono tre "slogan" differenti ("Acqua. Il miglior investimento", "Acqua 2000 – Acqua 2007", " Acqua. Giusto quella che ti serve"), mentre tutte e tre i "manifesti" presentano lo stesso "corpo" informativo: *"Campagna per l'uso responsabile dell'acqua. La siccità più grave degli ultimi 50 anni richiede che ogni cittadino stia attento ad evitare sprechi d'acqua. Aspem sta lavorando per evitare disagi, ma è indispensabile il contributo di tutti"*.

PROBLEMA
Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Se prendiamo in considerazione i tre slogan ("Acqua. Il miglior investimento", "Acqua 2000 – Acqua 2007", "Acqua. Giusto quella che ti serve") abbiamo una prevalenza di:
   A. Aggettivazione;
   B. Subordinazione;
   C. Frasi nominali;
   D. Coordinazione.
2. I tre manifesti sono "strumenti" di comunicazione il cui referente è:
   A. L'acqua;
   B. Noi cittadini;
   C. L'Aspem;
   D. Chi lavora in campo agricolo e deve fronteggiare problemi di siccità.
3. I tre manifesti uniscono:
   A. Il linguaggio orale e quello figurativo;
   B. Il linguaggio grafico e quello astratto;
   C. Il linguaggio verbale e quello sonoro;
   D. Il linguaggio verbale e quello iconico.
4. Se si pensa alle funzioni della comunicazione e del linguaggio individuate da Jakobson, questi manifesti rappresentano:
   A. Soprattutto la funzione emotiva;
   B. Un po' tutte le funzioni, anche se quella metalinguistica è più debole;
   C. Soprattutto la funziona fàtica;
   D. Soprattutto la funzione metalinguistica.
5. Se dovessimo equiparare le tre immagini presenti nei tre manifesti ad una figura retorica, potremmo dire che esse sono "costruite" come:
   A. Chiasmi;
   B. Climax;
   C. Iperboli;
   D. Endiadi.
6. Questi tre manifesti contengono messaggi:
   A. Di tipo non commerciale;
   B. Di tipo commerciale;
   C. Di tipo artistico;
   D. Di tipo salutista.
7. Un messaggio "pubblicitario", anche sociale, deve essere per prima cosa visto, letto e ricordato. Per ottenere questi effetti, si ricorre:
   A. Ad immagini neutrali, sofisticate e sproporzionate;
   B. Ad immagini trasparenti, insieme a specificità e ricercatezza;
   C. Ad immagini pregnanti, insieme a semplicità e simmetria;
   D. A linee ammorbidite e dal vago equilibrio percettivo.
8. Il "corpo" informativo scritto a caratteri più piccoli (*"Campagna per l'uso responsabile dell'acqua. La siccità più grave degli ultimi 50 anni richiede che ogni cittadino stia attento ad evitare sprechi d'acqua. Aspem sta lavorando per evitare disagi, ma è indispensabile il contributo di tutti".)* può anche essere chiamato:
   A. *Target*;
   B. Testimonial;
   C. *Reason why*;
   D. Catenaccio.

9. Il fine di pubblicità di questo tipo è:
   A. La ricerca di assenso e un contributo di adeguatezza collettiva;
   B. Proporre un prodotto o un comportamento utile, ma che può non esserlo nella realtà;
   C. Aumentare gli acquirenti;
   D. Inventare neologismi affinché un certo termine diventi di uso comune.
10. Se si dovesse usare una locuzione *matematica* per individuare uno dei tre manifesti presentati, quale presenta una *similitudine ma non una eguaglianza*:
   A. Il manifesto numero uno;
   B. Il manifesto numero due;
   C. Il manifesto numero tre;
   D. Nessuno dei manifesti si presta a questa descrizione.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	C
2	A
3	D
4	B
5	D
6	A
7	C
8	C
9	A
10	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. I tre slogan (“*Acqua. Il miglior investimento*”, “*Acqua 2000 – Acqua 2007*”, “*Acqua. Giusto quella che ti serve*”) presentano solo un aggettivo (buono\migliore), una sola subordinata relativa *(che ti serve)* e non c’è coordinazione. Le frasi sono fondamentalmente prive di verbo quindi si dicono “nominali” (risposta C).
2. Gli elementi fondamentali della comunicazione sono sei:
   - Emittente: la persona che emette il messaggio (Aspem),
   - Ricevente: colui che riceve il messaggio emanato dall’emittente (lettore/cittadino),
   - Messaggio: corpo della comunicazione,

- Referente: scopo ed argomento della comunicazione (Acqua) (A è la risposta corretta),
- Codice: insieme delle regole utilizzate per comunicare,
- Canale: strumento della comunicazione.

3. Nei tre manifesti rintracciamo immagini (linguaggio iconico) e frasi, parole (linguaggio verbale) (risposta D). Il linguaggio orale è fondamentalmente quello parlato e non scritto, non c'è astrazione perché i referenti sono tutti oggettivi e riconoscibili ed essendo una pubblicità da "manifesto", non ci sono elementi sonori, tipici degli spot pubblicitari.
4. Secondo Jakobson esistono sei funzioni del linguaggio:
   - la funzione referenziale (riferita al *contesto*)
   - la funzione emotiva (riferita al *mittente*)
   - la funzione conativa (riferita al *destinatario*)
   - la funzione fàtica (riferita al *contatto*)
   - la funzione poetica (riferita al *messaggio*)
   - la funzione metalinguistica (riferita al *codice*).

   Nella pubblicità appare più intenso che in altre forme di comunicazione il ricorso all'uso contemporaneo di tutte o quasi le funzioni linguistiche individuate da Jakobson: infatti, accanto alla sempre presente funzione referenziale (almeno con il nome del prodotto o dell'impresa) e alla spesso prevalente funzione fàtica, vi ritroviamo quella emotiva e, in connessione a essa, quella poetica, mentre la funzione conativa costituisce sempre, direttamente o indirettamente, lo specifico pragmatico del messaggio. Tutt'al più resta in ombra, ma non sempre, la funzione metalinguistica. (La risposta corretta è la B)
5. L'endiadi consiste nell'esprimere con due termini coordinati un unico concetto. In questo caso tutti e tre i manifesti presentano una coppia di elementi "coordinati" che esprimono un unico concetto: usare meglio l'acqua. Il chiasmo propone due elementi ripetuti con forma invertita (x – y; y – x); l'iperbole esagera un concetto, lo rende eccessivo e sproporzionato; il climax propone un ordine di elementi in forma crescente.
6. Questi tre "manifesti" fanno parte di una campagna di utilità sociale: non contengono messaggi di tipo commerciale (vendita di prodotti), non sono immagini d'arte né di tipo "salutista": usare meglio l'acqua è una buona condotta, ma in questi messaggi non si fa cenno alla salute di ognuno di noi.
7. Le immagini di questi tre manifesti (le ampolle con l'acqua e il pesciolino rosso, il salvadanaio sono proprie\consone (pregnanti) dal momento che si parla d'acqua, semplici e organizzate per simmetria (coppie di elementi simili o assomiglianti per forma – ampolla\salvadanaio) – (risposta C); non si rintraccia sproporzionalità o sofisticatezza (risposta A), trasparenza e ricercatezza (risposta B) e si evince un ottimo equilibrio percettivo, non vago (impreciso, offuscato, indefinito) – (risposta D).
8. Le scritte più piccole di supporto offrono, a chi le vuole leggere, alcune spiegazioni razionali (nel linguaggio pubblicitario la *reason why*) per rendere ancora più credibili i vantaggi dichiarati negli slogan. "*Target*" è la definizione precisa della categoria di pubblico cui rivolgersi. Il *testimonial* è una persona famosa o conosciuta, autorevole o influente che può facilitare la trasmissione del messaggio pubblicitario. Con il termine "catenaccio" si indica, nel linguaggio giornalistico, quella parte scritta che serve, normalmente, a collegare l'argomento del titolo con altri avvenimenti "caldi" del giorno; se collocato in un titolo di prima pagina che rimanda ad un articolo delle pagine interne, può riassumere la notizia, dando ad essa maggiore visibilità.
9. Una campagna pubblicitaria di utilità "sociale" non vende nessun prodotto, quindi non prevede acquirenti; in questi manifesti non si inventano nuovi termini (neologismi) e la condotta che viene proposta, è assolutamente veritiera e utile, non un bisogno indotto e superfluo. Una comunicazione di questo tipo verte a cercare consenso e a portare la collettività ad adeguarsi ad un buon comportamento (risposta corretta A).

10. La similitudine, in matematica, è una trasformazione geometrica che conserva i rapporti tra le distanze: la similitudine mantiene la “forma” di una figura (perché mantiene gli angoli) ma non le dimensioni. Nel manifesto numero tre, i vasi sono simili: hanno, appunto, la stessa forma; nel primo manifesto i vasi sono completamente differenti, nel secondo sono (simili ma) uguali.

ESERCIZIO 5

PREMESSA

Remember that λ = $[n_1, n_2, \ldots, n_p]$, a list of positive integers in non-increasing order, can be thought as a *shape* of an F-diagram (or *Ferrers diagram*) that is composed of rows of boxes; there are as many rows as elements in the list, and each row has as many boxes as the value of the corresponding element.

If the numbers appearing in λ sum up to *m* then we write λ ⊦ *m*; so:

[6,5,4,3,2] ⊦ 20; [2,2,2,2] ⊦ 8; [5] ⊦ 5.

If an F-diagram of shape λ ⊦ *m* is filled with the numbers 1, 2, …, *m* is called a Y-diagram (or *Young diagram*); examples are:

1	2	3
4	5	
6		

1	3	5
2	6	
4		

1	3	5
2	4	

3	6	5
2	1	
4		

5	3	1
2	4	

A Young diagram is called *standard* if:

- in each row the numbers are increasing (from left to right),
- in each column the numbers are increasing (from top to bottom).

In the examples above, the first three diagrams are standard; the last two diagrams are not standard.

PROBLEMA

Consider the shape [3,2,2,1] ⊦ 8; enumerate the standard Y-diagrams of that shape, which satisfies the following conditions:

1. the last box of first row contains 6,
2. the last box of the third row contains 7,
3. the (last) box of the fourth row contains 8,

Put your answer (as an integer number) in the box below,

SOLUZIONE

5

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La forma [3,2,2,1] $\vdash$ 8, riempita parzialmente come richiesto dal problema, è mostrata nella seguente figura.

		6
	7	
8		

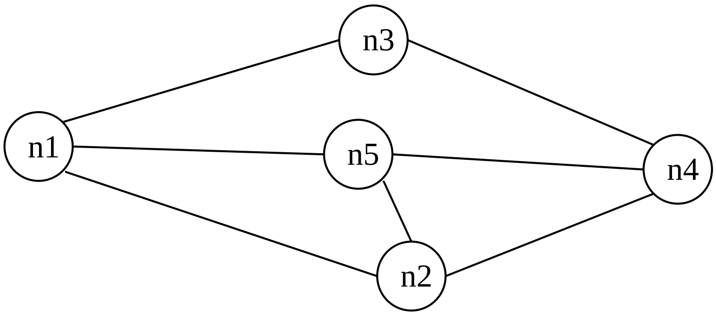
La parte rimanente deve essere riempita con i numeri da 1 a 5 in maniera standard; questo problema è stato risolto nell’esercizio 5 della gara precedente.

N.B. In un diagramma di Young standard, un sottodiagramma (ottenuto rimuovendo, successivamente, una o più caselle che siano *contemporaneamente* le ultime di una riga e di una colonna) è ovviamente ancora standard.

ESERCIZIO 6

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6)	arco(n1,n3,5)	arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3)	arco(n2,n4,3)	arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)		

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza K = 2 + 3 + 4 = 9.
Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5]. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

a(n1,n7,10)	a(n1,n6,4)	a(n6,n4,6)	a(n1,n3,14)
a(n3,n5,2)	a(n4,n2,7)	a(n6,n7,5)	a(n7,n2,20)
a(n2,n5,1)	**a(n7,n5,6)**	**a(n7,n4,4)**	**a(n7,n3,3)**

Attenzione: gli archi in grassetto (gli ultimi 3) sono a senso unico dal primo al secondo nodo.

Disegnare il grafo (i collegamenti non devono incrociarsi) e determinare:

1. la lista L1 del percorso semplice *più lungo* tra n1 e n2;
2. la lista L2 del percorso semplice *più breve* tra n1 e n2.

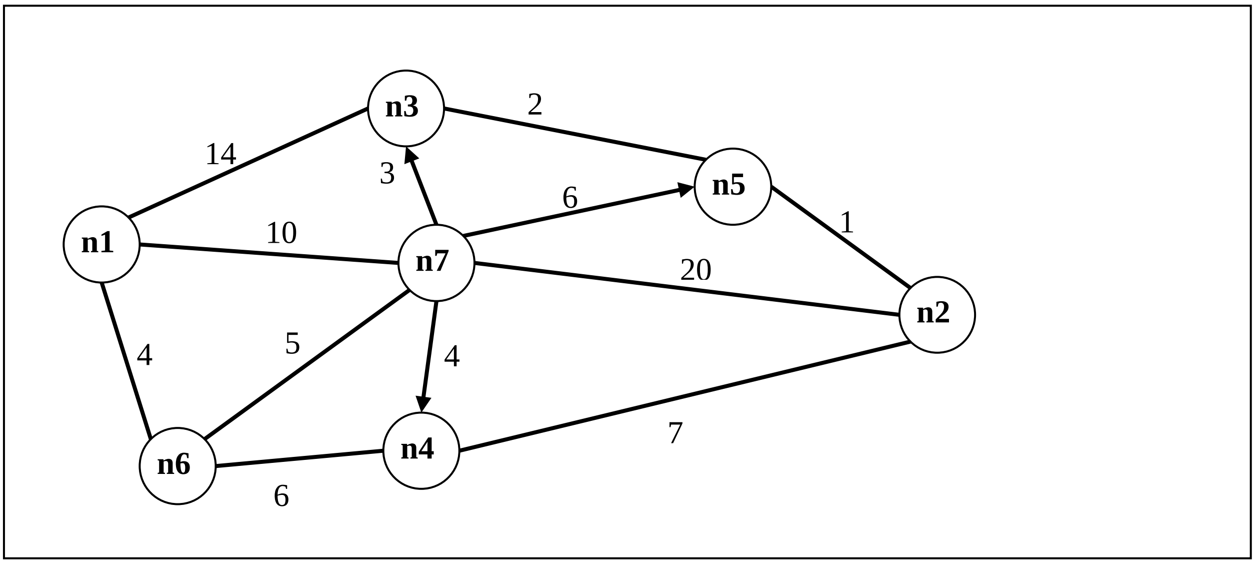
L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[n1, n7, n2]
L2	[n1, n6, n7, n3, n5, n2]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il grafo descritto dal problema è un grafo planare: si può disegnare su un piano in modo che gli archi non si incrocino come, per esempio, mostrato nella seguente figura.



Dal grafo si costruisce l'albero dei percorsi semplici tra n1 e n2.
Da questo, o direttamente, si elencano tutti i percorsi semplici tra gli stessi nodi (con la relativa lunghezza):

[n1, n7, n4, n2]	21
[n1, n7, n5, n2]	17
[n1, n7, n3, n5, n2]	16
[n1, n7, n2]	30
[n1, n7, n6, n4, n2]	28
[n1, n6, n4, n2]	17
[n1, n6, n7, n4, n2]	20
[n1, n6, n7, n5, n2]	16
[n1, n6, n7, n3, n5, n2]	15
[n1, n6, n7, n2]	29
[n1, n3, n5, n2]	17

La soluzione segue facilmente.

ESERCIZIO 7

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti significativi della loro regione per la prossima stagione turistica. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e, per ciascuna di queste stabiliscono quanti di loro devono partecipare e stimano il tempo per portarla a conclusione. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	4	2
A3	3	2
A4	3	4
A5	3	2
A6	3	2
A7	4	2
A8	3	2
A9	6	1
A10	3	2
A11	3	3

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività devono succedersi opportunamente nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi esistono delle *priorità*, descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta *successiva*) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta *precedente*) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando *tutte* le precedenti sono terminate.
In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A3,A6], [A2,A4], [A2,A5], [A4,A7], [A3,A4],
[A5,A7], [A6,A8], [A7,A9], [A8,A10], [A10,A9] [A8,A11], [A11,A9].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare inoltre Rm: il numero minimo di ragazzi necessario per realizzare il progetto così pianificato.

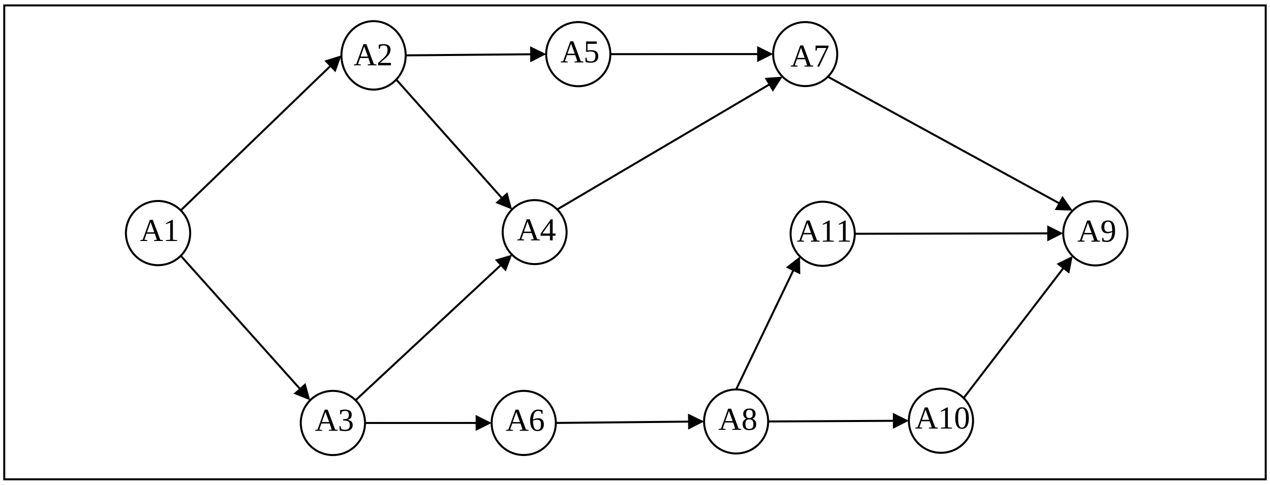
N	
Rm	

SOLUZIONE

N	12
Rm	10

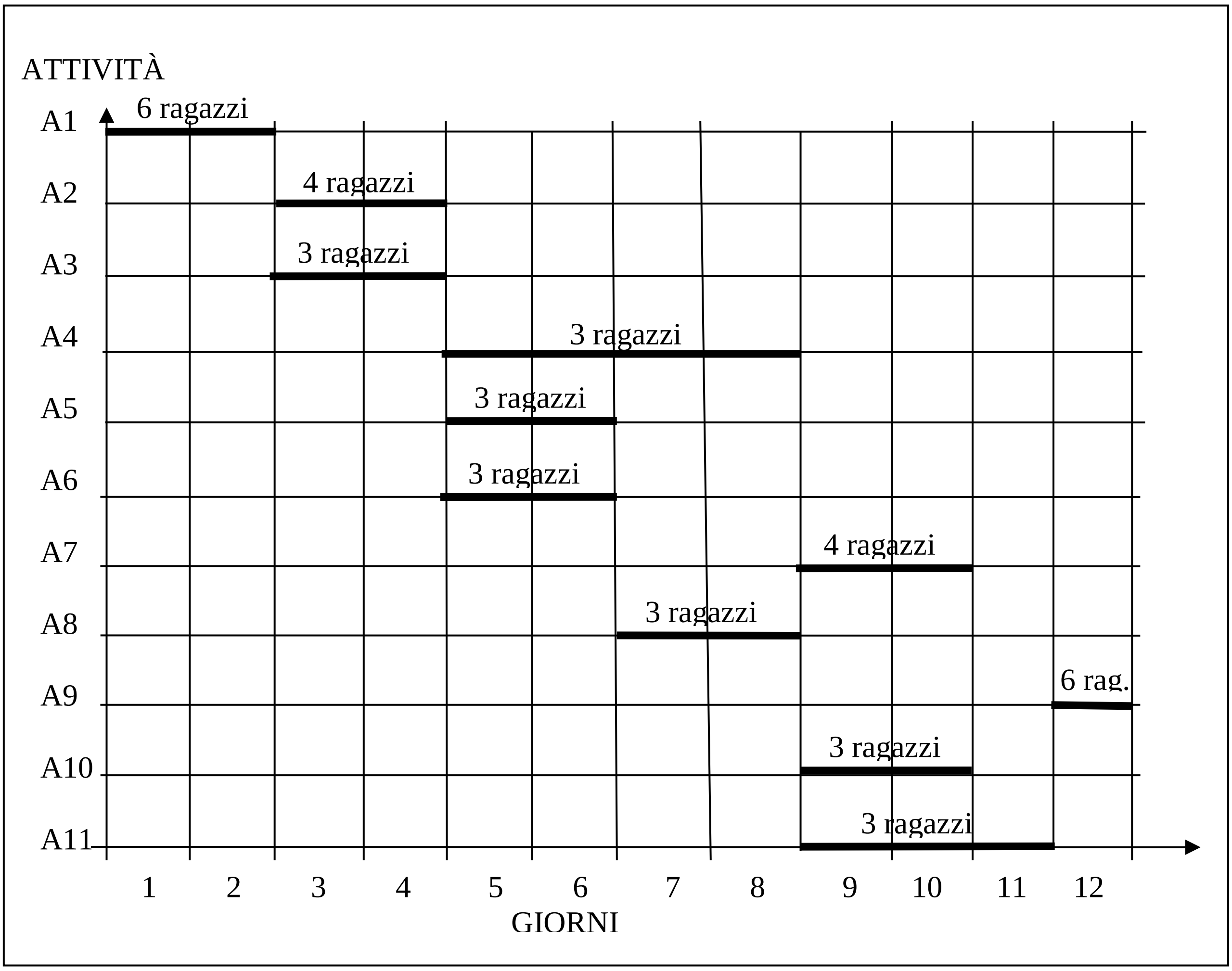
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.



Per costruire tale grafo (mostrato in figura) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).
Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.
Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *finale* (in questo caso A9); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.
Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi per cercare di ottenere un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).
Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2 e A3 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo); l'attività A4 può iniziare solamente quando è terminata sia A2 sia A3.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 12 giorni e che il numero massimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 10 (giorni 9, 10): questo è anche il numero minimo di ragazzi per realizzare il progetto così pianificato.

.

ESERCIZIO 8

PROBLEMA

Date le due successioni:

$a_0 = 10;$ $\quad a_n = a_{n-1} + k \times n \quad$ per $n > 0;$

$b_0 = -10;$ $\quad b_n = b_{n-1} + \frac{n^2}{k} \quad$ per $n > 0;$

trovare il valore intero positivo $\bar{n}$ più piccolo per cui risulta

$$a_{\bar{n}} < b_{\bar{n}}$$

quando k vale 2; scrivere tale valore nel riquadro seguente.

$\bar{n}$	

SOLUZIONE

$\bar{n}$	8

COMMENTO ALLA SOLUZIONE

Poiché si cerca l'indice più piccolo che soddisfa una certa condizione, basta esaminare i primi valori delle successioni, come nella seguente tabella.

n	a_n	b_n
0	10	-10
1	12	-9.5
2	16	-7.5
3	22	-3.0
4	30	5.0
5	40	17.5
6	52	35.5
7	66	60.0
8	82	92.0

ESERCIZIO 9

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura.

```
procedure PRIMA;
variables A, B, C, I, N, Z integer;
input N, A, B;
Z ← A×B;
 for I from 1 to N step 1 do;
                input A, B;
                C ← A×B;
                if  C>Z  then Z ← C; endif;
endfor;
output Z;
endprocedure;
```

Compreso il significato della procedura, supposto che i valori di input siano i seguenti:
8 per N,
la sequenza 1, 5, 3, 2, 7, 5, 8, 9, 3 per A,
la sequenza 7, 3, 4, 6, 1, 9, 5, 3, 8 per B,
scrivere nella tabella sotto riportata il valore messo in output dalla procedura per la variabile Z.

Z	

SOLUZIONE

Z	45

COMMENTO ALLA SOLUZIONE
La procedura calcola i prodotti delle 9 coppie dei valori letti per A e B e, dalla seconda coppia, rende disponibile in output il valore massimo di tale prodotto. Si noti che il ciclo viene ripetuto 8 volte (il valore di N) perché una coppia di valori per A e B è “letta” prima del ciclo.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura:

```
procedure SECONDA;
variables A, B, M, J, K integer;
input A, B;
for J = 1 to 2 step 1 do;
        A ←A+J;
        B ← B-J;
        M ← 0;
        for K = 1 to 4 step 1 do;
                M ← (A+K)×(B-K)+M;
        endfor;
        output M;
endfor;
endprocedure;
```

Compreso il significato della procedura, supponendo che i valori di input siano 4 per A e 5 per B: trovare i 2 valori prodotti in output per M.

Primo valore di output per M	
Secondo valore di output per M	

SOLUZIONE

Primo valore di output per M	40
Secondo valore di output per M	-24

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il corpo del ciclo "for" esterno (che ha per indice J) viene ripetuto due volte.

La prima volta (J vale 1), prima del ciclo "for" interno (che ha per indice K) le variabili A, B, M valgono rispettivamente 5, 4, 0. Il ciclo "for" interno viene ripetuto 4 volte; il valore dell'espressione a sinistra del segno ← è mostrato di seguito:

prima volta	(5+1)×(4-1)+0 = 18
seconda volta	(5+2)×(4-2)+18 = 32
terza volta	(5+3)×(4-3)+32 = 40
seconda volta	(5+4)×(4-4)+40 = 40

Il valore di M dopo il ciclo interno è 40.

La seconda volta (J vale 2), prima del ciclo "for" interno (che ha per indice K) le variabili A, B, M valgono rispettivamente 7, 2, 0. Il ciclo "for" interno viene ripetuto 4 volte; il valore dell'espressione a sinistra del segno ← è mostrato di seguito:

prima volta	(7+1)×(2-1)+0 = 8
seconda volta	(7+2)×(2-2)+8 = 8
terza volta	(7+3)×(2-3)+8 = -2
seconda volta	(7+4)×(2-4)-2 = -24

Il valore di M dopo il ciclo interno è -24.

Naturalmente si può scrivere un programma per ottenere il risultato.

ESERCIZIO 11

PROBLEMA
Jack found a roll of fencing in his garage and wanted to use it, but he couldn't decide whether to fence in a square portion of his garden or a round portion. After some calculations, Jack found that a circular space would give him 15.5 more square meters than a square space. How many meters of fencing were in the roll Jack found?
Put your answer in the box below as a decimal number with two decimal places; remember that the decimal mark is a dot. Use the value 3.14 for π.

SOLUZIONE
30.09

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Se si indica con n la lunghezza del rotolo di rete, e quindi del perimetro della porzione delimitata, il lato della porzione quadrata è

$$\frac{n}{4},$$

quindi la superficie misura

$$\frac{n^2}{16}.$$

D'altronde n è anche il perimetro della porzione tonda la cui superficie misura

$$\pi \times raggio \times raggio = \pi \frac{n}{2\pi} \frac{n}{2\pi} = \frac{n^2}{12.56}.$$

Dal problema si ha che:

$$\frac{n^2}{12.56} - \frac{n^2}{16} = \frac{16n^2 - 12.56n^2}{200.96} = \frac{3.44n^2}{200.96} \text{ è uguale a } 15.5$$

quindi

$$3.44\, n^2 = 3114.88$$
$$n^2 = 905.48837$$
$$n = 30.09$$

ESERCIZIO 12

PROBLEMA

John, who is a teacher of Computer Science, drove the 20 miles to school at a speed of 60 mph. On his way home, due to traffic, his speed was 30 mph. What was his average speed (in mph) for the round trip to school and back? Put your answer in the box below as a decimal number with two decimal places and remember that the decimal mark is a dot.

SOLUZIONE

40.00

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Poiché a 60 miglia all’ora occorre un minuto per fare un miglio, all’andata il professore ha impiegato 20 minuti; al ritorno, poiché a 30 miglia all’ora occorrono 2 minuti per fare un miglio, il professore ha impiegato 40 minuti. Così per il tragitto totale di 40 miglia ha impiegato un’ora, con una media, quindi, di 40 miglia all’ora.