ESERCIZIO 1

PREMESSA

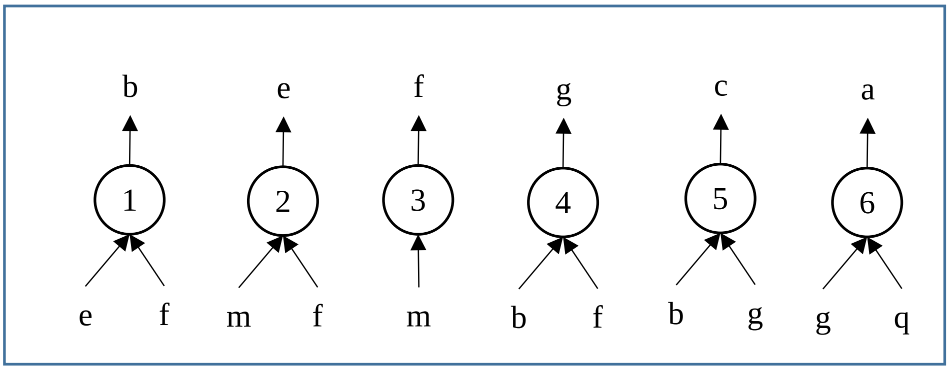
Per risolvere problemi spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Problemi “facili” possono essere risolti con una sola regola; per problemi “difficili” una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.
Si considerino le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b)	regola(2,[m,f],e)	regola(3,[m],f)
regola(4,[b,f],g)	regola(5,[b,g],c)	regola(6,[g,q],a)

Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f** (cioè gli elementi della lista [e,f]); conoscendo **b** ed **f** (cioè gli elementi della lista [b,f]) è possibile dedurre **g** con la regola 4. Quindi, a partire da **e** ed **f** è possibile dedurre prima **b** (con la regola 1) e poi **g** (con la regola 4).
Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [1,4] descrive la soluzione del problema: “dedurre **g** a partire da **e** ed **f**”.
Una maniera grafica per rappresentare le regole è quella mostrata nella seguente figura: consiste nell’associare un albero (rovesciato) ad ogni regola: la radice (in alto) è il conseguente, le foglie (in basso) sono gli antecedenti.



Con questa maniera grafica risolvere il problema “dedurre **g** a partire da **e** ed **f**” è particolarmente facile; si cerca un “albero” (cioè una regola) che ha come radice l’incognita (cioè **g**): in questo caso ne esiste solo uno che è la regola 4: si veda la seguente figura 1 a sinistra.

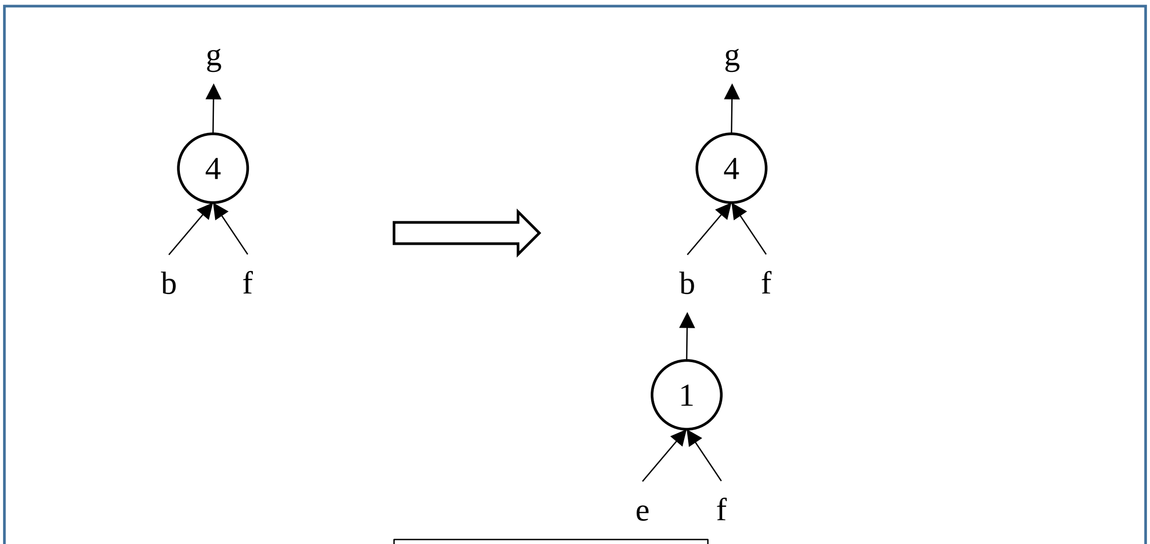


Figura 1

Le foglie di questo albero (**b** ed **f**) *non* sono tutte note: quelle note (**f** in questo caso) sono vere e proprie foglie, quelle incognite (**b** in questo caso) vanno considerati come "anelli" a cui "appendere" un altro albero; quindi bisogna continuare *sviluppando* la foglia incognita **b**, cioè "*appendendo*" a **b** l'albero rappresentato dalla regola 1, come illustrato nella figura 1 a destra.
Adesso tutte le foglie dell'albero così ottenuto (**e** ed **f**) sono note e il problema è risolto. Per costruire la lista occorre *partire dal basso*: prima si applica la regola 1, che utilizza solo i dati; poi si può applicare la regola 4. Il procedimento è quindi [1,4].

Come altro esempio, in figura 2 è illustrata la soluzione del problema: "dedurre **e** a partire da **m**". Tale soluzione si ottiene costruendo successivamente i due alberi mostrati; il procedimento è [3,2].

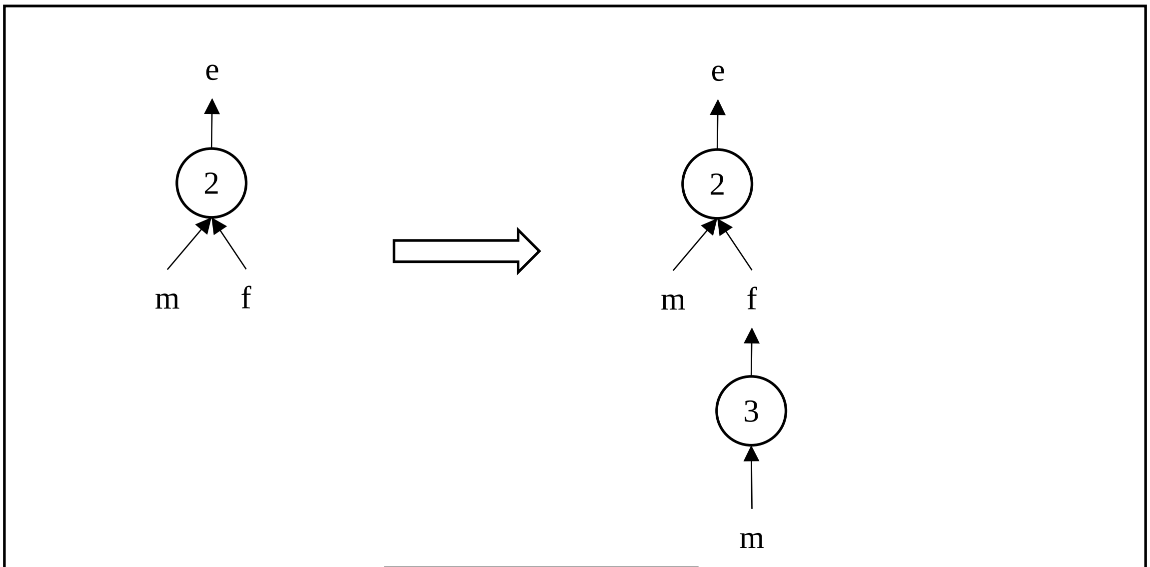


Figura 2

N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l'ultima (a destra) deve essere la sigla che ha come conseguente l'elemento incognito da dedurre richiesto dal problema.

In ogni procedimento di deduzione, l'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) per poter applicare regole successive: la prima regola è sempre applicabile a partire *solo* dai dati e non ci sono regole *ripetute*.
Inoltre, ad ogni passo del procedimento, se ci fossero più regole applicabili contemporaneamente, nella lista occorre dare la precedenza a quella con sigla inferiore.
Il numero di elementi della lista si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA
Sono date le seguenti regole:

regola(1,[b,t],f)	regola(2,[t],b)	regola(3,[a],u)
regola(4,[x],j)	regola(5,[f,t],p)	regola(6,[x,j],k)
regola(7,[j,h,k],e)	regola(8,[u,k],e)	regola(9,[a,u],k)
regola(10,[j,k],h)	regola(11,[f,t],u)	regola(12,[u,p],e)

Trovare:
- la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **e** a partire da **t**,
- la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **e** a partire da **x**,
- la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **e** a partire da **a**.

N.B. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole a partire dal primo elemento (a sinistra) della lista: se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q											
		5	■	■		■			S				
			7	P									
■	■	3											
🕴		■											

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot 🕴 sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

	♘		♘	
♘				♘
		🕴		
♘				♘
	♘		♘	

Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].

Un percorso è descritto dalla *lista delle coordinate delle caselle attraversate*; un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla lista [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]].

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può *raccogliere* lungo un percorso. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi riportati nella prima figura sono descritti dalla seguente lista [[3,2,3],[4,3,7],[3,4,5]]. Nel percorso da P a Q, sopra descritto, il *totale di premi raccolti* è pari a 10.

PROBLEMA

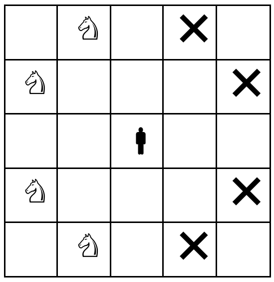
Un campo di gara ha dimensioni 7×7; le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[1,3],[2,3],[3,3],[3,5],[4,2],[5,2],[5,4],[5,5]];

i premi sono descritti dalla seguente lista:

[[2,5,8],[5,3,10],[4,6,11],[5,6,12],[4,4,13]].

Al robot sono *vietati* i movimenti corrispondenti alle direzioni della rosa dei venti indicate nella seguente lista [nne,ene,ese,sse], cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate (col simbolo ♘) nella seguente figura.



Partendo dalla casella [7,7], il robot deve raggiungere la casella [1,1], senza passare più di una volta per una stessa casella. Trovare:

- il percorso L1 in cui si raccoglie il massimo di premi;
- il percorso L2 in cui si raccoglie il minimo di premi;
- il numero N di percorsi possibili da [7,7] a [1,1].

L1	[ ]
L2	[ ]
N	

ESERCIZIO 3

PREMESSA
In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,12,14)	tab(m2,17,17)	tab(m3,15,13)
tab(m4,16,15)	tab(m5,15,12)	tab(m6,19,18)
tab(m7,16,12)	tab(m8,18,17)	tab(m9,17,19)

PROBLEMA

- Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 30 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo mezzo cui corrisponde il massimo valore complessivo possibile.
- Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 45 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo mezzo cui corrisponde il massimo valore complessivo possibile.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<… <m9.

L1	[ ]
L2	[ ]

ESERCIZIO 4

PREMESSA

Osservare le immagini e leggere i testi con attenzione.

Tre immagini tratte da "*Campagna per l'uso responsabile dell'acqua*", a cura dell'ASPEM.
Le tre immagini contengono tre "slogan" differenti ("Acqua. Il miglior investimento", "Acqua 2000 – Acqua 2007", " Acqua. Giusto quella che ti serve"), mentre tutte e tre i "manifesti" presentano lo stesso "corpo" informativo: *"Campagna per l'uso responsabile dell'acqua. La siccità più grave degli ultimi 50 anni richiede che ogni cittadino stia attento ad evitare sprechi d'acqua. Aspem sta lavorando per evitare disagi, ma è indispensabile il contributo di tutti".*

PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Se prendiamo in considerazione i tre slogan ("Acqua. Il miglior investimento", "Acqua 2000 – Acqua 2007", "Acqua. Giusto quella che ti serve") abbiamo una prevalenza di:
   A. Aggettivazione;
   B. Subordinazione;
   C. Frasi nominali;
   D. Coordinazione.
2. I tre manifesti sono "strumenti" di comunicazione il cui referente è:
   A. L'acqua;
   B. Noi cittadini;
   C. L'Aspem;
   D. Chi lavora in campo agricolo e deve fronteggiare problemi di siccità.
3. I tre manifesti uniscono:
   A. Il linguaggio orale e quello figurativo;
   B. Il linguaggio grafico e quello astratto;
   C. Il linguaggio verbale e quello sonoro;
   D. Il linguaggio verbale e quello iconico.
4. Se si pensa alle funzioni della comunicazione e del linguaggio individuate da Jakobson, questi manifesti rappresentano:
   A. Soprattutto la funzione emotiva;
   B. Un po' tutte le funzioni, anche se quella metalinguistica è più debole;
   C. Soprattutto la funziona fàtica;
   D. Soprattutto la funzione metalinguistica.
5. Se dovessimo equiparare le tre immagini presenti nei tre manifesti ad una figura retorica, potremmo dire che esse sono "costruite" come:
   A. Chiasmi;
   B. Climax;
   C. Iperboli;
   D. Endiadi.
6. Questi tre manifesti contengono messaggi:
   A. Di tipo non commerciale;
   B. Di tipo commerciale;
   C. Di tipo artistico;
   D. Di tipo salutista.
7. Un messaggio "pubblicitario", anche sociale, deve essere per prima cosa visto, letto e ricordato. Per ottenere questi effetti, si ricorre:
   A. Ad immagini neutrali, sofisticate e sproporzionate;
   B. Ad immagini trasparenti, insieme a specificità e ricercatezza;
   C. Ad immagini pregnanti, insieme a semplicità e simmetria;
   D. A linee ammorbidite e dal vago equilibrio percettivo.
8. Il "corpo" informativo scritto a caratteri più piccoli (*"Campagna per l'uso responsabile dell'acqua. La siccità più grave degli ultimi 50 anni richiede che ogni cittadino stia attento ad evitare sprechi d'acqua. Aspem sta lavorando per evitare disagi, ma è indispensabile il contributo di tutti".)* può anche essere chiamato:
   A. *Target*;
   B. Testimonial;
   C. *Reason why*;
   D. Catenaccio.

9. Il fine di pubblicità di questo tipo è:
   A. La ricerca di assenso e un contributo di adeguatezza collettiva;
   B. Proporre un prodotto o un comportamento utile, ma che può non esserlo nella realtà;
   C. Aumentare gli acquirenti;
   D. Inventare neologismi affinché un certo termine diventi di uso comune.
10. Se si dovesse usare una locuzione *matematica* per individuare uno dei tre manifesti presentati, quale presenta una *similitudine ma non una eguaglianza*:
    A. Il manifesto numero uno;
    B. Il manifesto numero due;
    C. Il manifesto numero tre;
    D. Nessuno dei manifesti si presta a questa descrizione.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

ESERCIZIO 5

PREMESSA

Remember that $\lambda = [n_1, n_2, \ldots, n_p]$, a list of positive integers in non-increasing order, can be thought as a *shape* of an F-diagram (or *Ferrers diagram*) that is composed of rows of boxes; there are as many rows as elements in the list, and each row has as many boxes as the value of the corresponding element.

If the numbers appearing in λ sum up to m then we write $\lambda \vdash m$; so:

$$[6,5,4,3,2] \vdash 20;\ [2,2,2,2] \vdash 8;\ [5] \vdash 5.$$

If an F-diagram of shape $\lambda \vdash m$ is filled with the numbers 1, 2, …, m is called a Y-diagram (or *Young diagram*); examples are:

1	2	3
4	5	
6		

1	3	5
2	6	
4		

1	3	5
2	4	

3	6	5
2	1	
4		

5	3	1
2	4	

A Young diagram is called *standard* if:

- in each row the numbers are increasing (from left to right),
- in each column the numbers are increasing (from top to bottom).

In the examples above, the first three diagrams are standard; the last two diagrams are not standard.

PROBLEMA

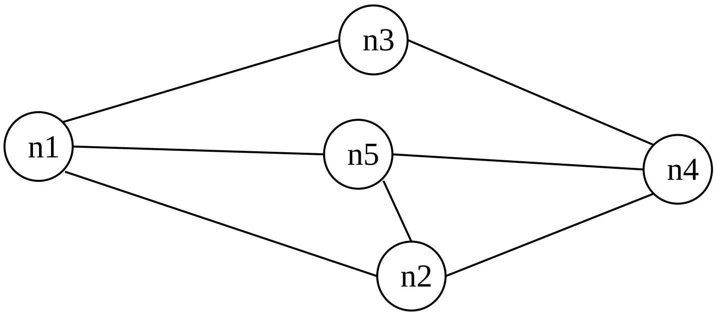
Consider the shape $[3,2,2,1] \vdash 8$; enumerate the standard Y-diagrams of that shape, which satisfies the following conditions:

1. the last box of first row contains 6,
2. the last box of the third row contains 7,
3. the (last) box of the fourth row contains 8,

Put your answer (as an integer number) in the box below,

ESERCIZIO 6

PREMESSA
Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6)	arco(n1,n3,5)	arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3)	arco(n2,n4,3)	arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)		

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza K = 2 + 3 + 4 = 9.
Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5]. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA
È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

a(n1,n7,10)	a(n1,n6,4)	a(n6,n4,6)	a(n1,n3,14)
a(n3,n5,2)	a(n4,n2,7)	a(n6,n7,5)	a(n7,n2,20)
a(n2,n5,1)	**a(n7,n5,6)**	**a(n7,n4,4)**	**a(n7,n3,3)**

Attenzione: gli archi in grassetto (gli ultimi 3) sono a senso unico dal primo al secondo nodo.

Disegnare il grafo (i collegamenti non devono incrociarsi) e determinare:
1. la lista L1 del percorso semplice *più lungo* tra n1 e n2;
2. la lista L2 del percorso semplice *più breve* tra n1 e n2.

L1	[ ]
L2	[ ]

ESERCIZIO 7

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti significativi della loro regione per la prossima stagione turistica. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e, per ciascuna di queste stabiliscono quanti di loro devono partecipare e stimano il tempo per portarla a conclusione. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	4	2
A3	3	2
A4	3	4
A5	3	2
A6	3	2
A7	4	2
A8	3	2
A9	6	1
A10	3	2
A11	3	3

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività devono succedersi opportunamente nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi esistono delle *priorità*, descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta *successiva*) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta *precedente*) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando *tutte* le precedenti sono terminate.
In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A3,A6], [A2,A4], [A2,A5], [A4,A7], [A3,A4],
[A5,A7], [A6,A8], [A7,A9], [A8,A10], [A10,A9] [A8,A11], [A11,A9].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare inoltre Rm: il numero minimo di ragazzi necessario per realizzare il progetto così pianificato.

N	
Rm	

.

ESERCIZIO 8

PROBLEMA

Date le due successioni:

$a_0 = 10; \qquad a_n = a_{n-1} + k \times n \qquad$ per $n > 0$;

$b_0 = -10; \qquad b_n = b_{n-1} + \frac{n^2}{k} \qquad$ per $n > 0$;

trovare il valore intero positivo $\overline{n}$ più piccolo per cui risulta

$$a_{\overline{n}} < b_{\overline{n}}$$

quando k vale 2; scrivere tale valore nel riquadro seguente.

$\overline{n}$	

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```
procedure PRIMA;
variables A, B, C, I, N, Z integer;
input N, A, B;
Z ← A×B;
 for I from 1 to N step 1 do;
          input A, B;
          C ← A×B;
          if  C>Z  then Z ← C; endif;
endfor;
output Z;
endprocedure;
```

Compreso il significato della procedura, supposto che i valori di input siano i seguenti:

8 per N,

la sequenza 1, 5, 3, 2, 7, 5, 8, 9, 3 per A,

la sequenza 7, 3, 4, 6, 1, 9, 5, 3, 8 per B,

scrivere nella tabella sotto riportata il valore messo in output dalla procedura per la variabile Z.

Z	

ESERCIZIO 10

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura:

```
procedure SECONDA;
variables A, B, M, J, K integer;
input A, B;
for J = 1 to 2 step 1 do;
        A ←A+J;
        B ← B-J;
        M ← 0;
        for K = 1 to 4 step 1 do;
                M ← (A+K)×(B-K)+M;
        endfor;
        output M;
endfor;
endprocedure;
```

Compreso il significato della procedura, supponendo che i valori di input siano 4 per A e 5 per B: trovare i 2 valori prodotti in output per M.

Primo valore di output per M	
Secondo valore di output per M	

ESERCIZIO 11

PROBLEMA

Jack found a roll of fencing in his garage and wanted to use it, but he couldn't decide whether to fence in a square portion of his garden or a round portion. After some calculations, Jack found that a circular space would give him 15.5 more square meters than a square space. How many meters of fencing were in the roll Jack found?

Put your answer in the box below as a decimal number with two decimal places; remember that the decimal mark is a dot. Use the value 3.14 for π.

ESERCIZIO 12

PROBLEMA

John, who is a teacher of Computer Science, drove the 20 miles to school at a speed of 60 mph. On his way home, due to traffic, his speed was 30 mph. What was his average speed (in mph) for the round trip to school and back? Put your answer in the box below as a decimal number with two decimal places and remember that the decimal mark is a dot.