

ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere problemi spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Problemi “facili” possono essere risolti con una sola regola; per problemi “difficili” una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

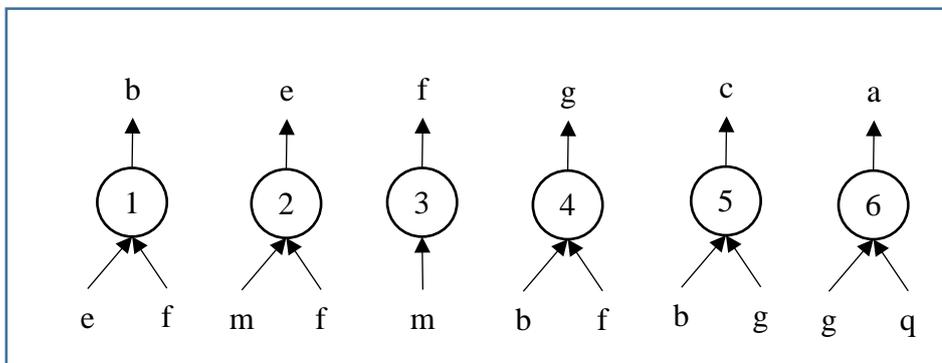
Si considerino le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b)      regola(2,[m,f],e)      regola(3,[m],f)  
 regola(4,[b,f],g)      regola(5,[b,g],c)      regola(6,[g,q],a)

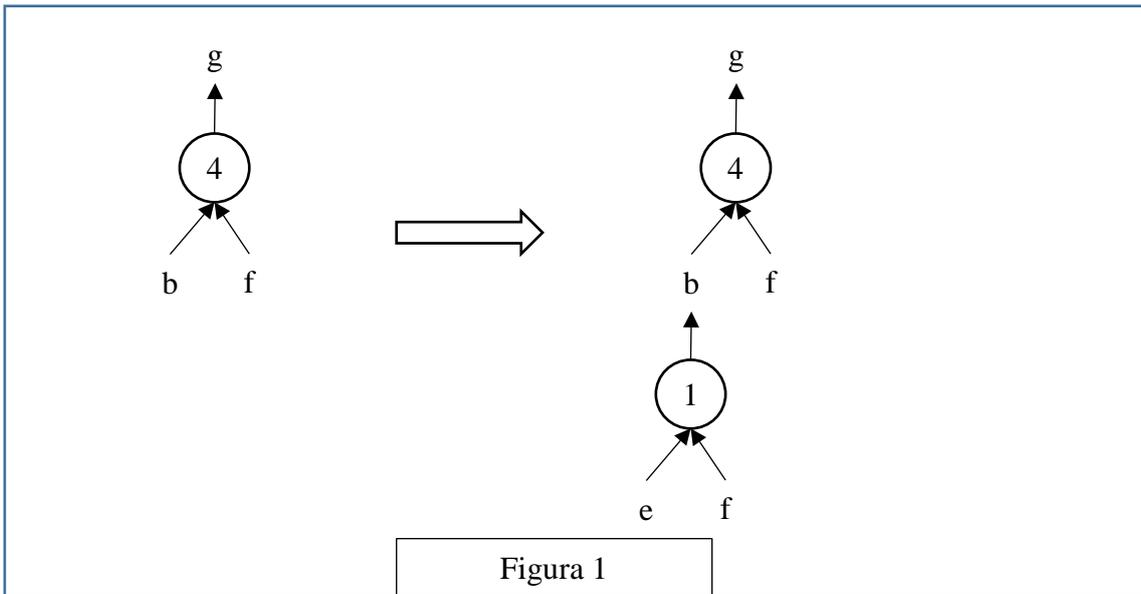
Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f** (cioè gli elementi della lista [e,f]); conoscendo **b** ed **f** (cioè gli elementi della lista [b,f]) è possibile dedurre **g** con la regola 4. Quindi, a partire da **e** ed **f** è possibile dedurre prima **b** (con la regola 1) e poi **g** (con la regola 4).

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [1,4] descrive la soluzione del problema: “dedurre **g** a partire da **e** ed **f**”.

Una maniera grafica per rappresentare le regole è quella mostrata nella seguente figura: consiste nell’associare un albero (rovesciato) ad ogni regola: la radice (in alto) è il conseguente, le foglie (in basso) sono gli antecedenti.

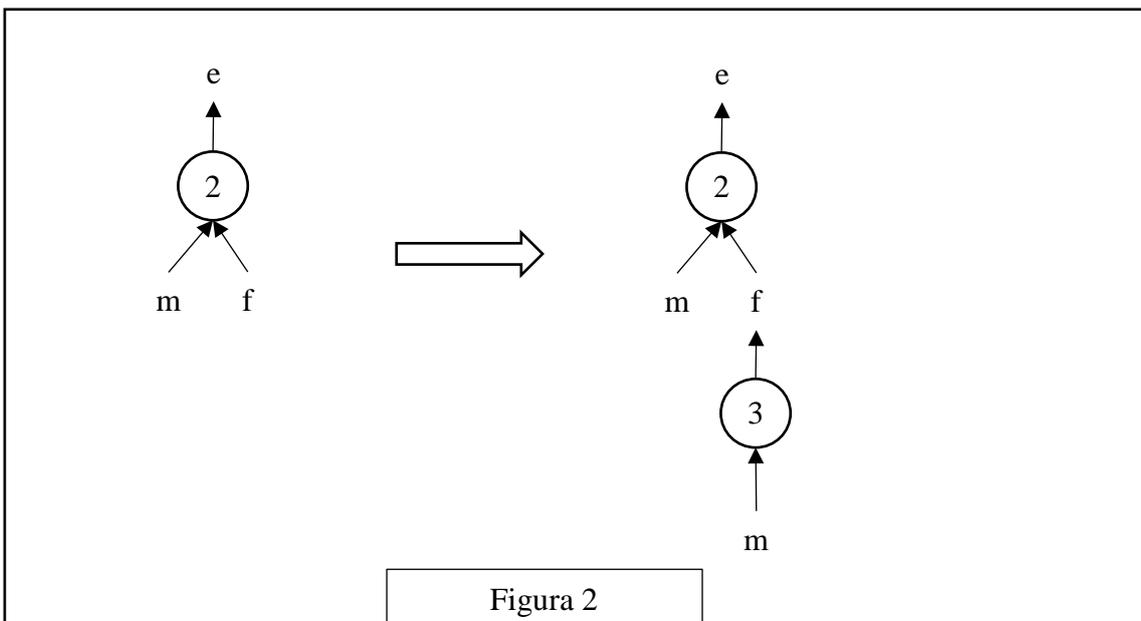


Con questa maniera grafica risolvere il problema “dedurre **g** a partire da **e** ed **f**” è particolarmente facile; si cerca un “albero” (cioè una regola) che ha come radice l’incognita (cioè **g**): in questo caso ne esiste solo uno che è la regola 4: si veda la seguente figura 1 a sinistra.



Le foglie di questo albero (**b** ed **f**) non sono tutte note: quelle note (**f** in questo caso) sono vere e proprie foglie, quelle incognite (**b** in questo caso) vanno considerati come “anelli” a cui “appendere” un altro albero; quindi bisogna continuare *sviluppando* la foglia incognita **b**, cioè “appendendo” a **b** l’albero rappresentato dalla regola 1, come illustrato nella figura 1 a destra. Adesso tutte le foglie dell’albero così ottenuto (**e** ed **f**) sono note e il problema è risolto. Per costruire la lista occorre *partire dal basso*: prima si applica la regola 1, che utilizza solo i dati; poi si può applicare la regola 4. Il procedimento è quindi [1,4].

Come altro esempio, in figura 2 è illustrata la soluzione del problema: “dedurre **e** a partire da **m**”. Tale soluzione si ottiene costruendo successivamente i due alberi mostrati; il procedimento è [3,2].



N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell’ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l’ultima (a destra) deve essere la sigla che ha come conseguente l’elemento incognito da dedurre richiesto dal problema.

In ogni procedimento di deduzione, l'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) per poter applicare regole successive: la prima regola è sempre applicabile a partire *solo* dai dati e non ci sono regole *ripetute*.

Inoltre, ad ogni passo del procedimento, se ci fossero più regole applicabili contemporaneamente, nella lista occorre dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

**PROBLEMA**

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[p,u],z)	regola(2,[f,q],g)	regola(3,[p],u)
regola(4,[a,f],c)	regola(5,[a],f)	regola(6,[u,z],a)
regola(7,[f,g],p)	regola(8,[p,g],d)	regola(9,[a,b,c],k)

Trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **c** conoscendo **a**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **a** conoscendo **p**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **d** conoscendo **q** e **f**.

L1	
L2	
L3	

**SOLUZIONE**

L1	[5,4]
L2	[3,1,6]
L3	[2,7,8]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Per la prima domanda si vede immediatamente che l'incognita **c** si può ottenere solo con la regola 4, che ha come conseguenti **a** (noto) e **f** (incognito); quest'ultimo si ottiene solo con la regola 5, il cui antecedente è noto. La lista corrispondente al procedimento, quindi, è [5,4].

Per la seconda domanda, l'incognita **a** è deducibile solo con la regola 6, che ha **u** e **z** come antecedenti; il primo è deducibile con la regola 3 dal dato (**p**), il secondo è deducibile con la regola 1 dal dato e da **u**, appena dedotto. La lista che corrisponde al procedimento, quindi, è [3,1,6].

Per la terza domanda **d** è deducibile solo con la regola 8, i cui antecedenti sono **p** e **g**; **p** è deducibile, con la regola 7, da **f** (dato) e **g** (incognito, ma già da dover dedurre); **g**, con la regola 2 è deducibile dai dati. La lista corrispondente al procedimento, quindi, è [2,7,8].

## ESERCIZIO 2

### PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni.

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,159,35)    tab(m2,159,37)    tab(m3,153,32)  
 tab(m4,151,34)    tab(m5,157,37)    tab(m6,158,34)

### PROBLEMA

Disponendo di un motocarro con portata massima di 69 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

Disponendo di un secondo motocarro con portata massima di 120 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3<... .

L1	
L2	

### SOLUZIONE

L1	[m1,m6]
L2	[m1,m2,m6]

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre applicare il *metodo della forza bruta*: considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di due minerali diversi, il loro valore e il loro peso.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1, m4" è uguale alla combinazione "m4, m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati come richiesto dal problema.

Costruite le combinazioni, occorre individuare quelle trasportabili da ciascun motocarro e tra queste scegliere quella di maggior valore.

Per la prima domanda le  $6 \times 5 / 2 = 15$  combinazioni sono:

COMBINAZIONI	VALORE	PESO	TRASPORTABILITÀ PRIMO AUT.
[m1,m2]	318	72	no
[m1,m3]	312	67	si
[m1,m4]	310	69	si
[m1,m5]	316	72	no
[m1,m6]	317	69	si
[m2,m3]	312	69	si
[m2,m4]	310	71	no
[m2,m5]	316	74	no
[m2,m6]	317	71	no



[m3,m4]	304	66	si
[m3,m5]	310	69	si
[m3,m6]	311	66	si
[m4,m5]	308	71	no
[m4,m6]	309	68	si
[m5,m6]	315	71	no

La combinazione trasportabile di maggior valore è [m1,m6].

In alcuni casi si può fare di meglio: cioè si può applicare un *metodo euristico* (che funziona solo in quel caso); è la situazione della seconda domanda: tutti i materiali pesano meno di un terzo della portata del motocarro, quindi tutte le terne di minerali sono trasportabili; per risolvere il problema basta scegliere i tre minerali (diversi) che hanno il valore più grande.

## ESERCIZIO 3

## PROBLEMA

Four friends form a company and agree to share the profits based on the proportion of the amount invested. For example, if two people formed a partnership and one invested €2000 and the other invested only €1000, the first partner would be attributed double the profits (or losses) of the second partner.

The four partners invested €3000, €4000, €5000, €6000. In the first year, the company made a profit of €9000. How much did each partner received, based on original investments?

Put your answer in the table below, as an integer number preceded by “€”.

the partner who invested €3000 received	
the partner who invested €4000 received	
the partner who invested €5000 received	
the partner who invested €6000 received	

## SOLUZIONE

the partner who invested €3000 received	€1500
the partner who invested €4000 received	€2000
the partner who invested €5000 received	€2500
the partner who invested €6000 received	€3000

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

L'investimento totale è stato di 18000 euro; i quattro partner hanno investito rispettivamente

$$\frac{3}{18}, \frac{4}{18}, \frac{5}{18}, \frac{6}{18}$$

del totale; riceveranno una egual quota parte del guadagno.

**ESERCIZIO 4**

**PROBLEMA**

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate.

```
procedure PROVA1;  
variables A, B, C integer;  
A ← 1;  
B ← A;  
A ← A+B;  
B ← B+A;  
A ← B+A;  
B ← A+B;  
C ← A+B;  
output A, B, C;  
endprocedure;
```

Determinare i valori di output.

A	
B	
C	

**SOLUZIONE**

A	5
B	8
C	13

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

È sufficiente eseguire i calcoli indicati.

ESERCIZIO 5

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```

procedure PROVA2;
variables A, M, N, K integer;
input A;
M ← A;
N ← A;
for K = 1 to 7 step 1 do
    input A;
    if A > M then M ← A; endif;
    if A < N then N ← A; endif;
endfor;
output M, N;
endprocedure;
    
```

I valori di input per A sono rispettivamente 15, 21, 9, 20, 24, 33, 9, 12.  
 Determinare i valori di output per M ed N.

M	
N	

SOLUZIONE

M	33
N	9

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La procedura acquisisce 8 valori per A (uno all’inizio e gli altri 7 nel ciclo “for”) e ne determina il massimo (che viene assegnato ad M) e il minimo (che viene assegnato ad N).

## ESERCIZIO 6

### PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA3.

```
procedure PROVA3;  
variables A, K, J integer;  
A ← 0;  
for J from 1 to 4 step 1 do  
  for K from 1 to 5 step 1 do  
    A ← A+ 1;  
  endfor;  
endfor;  
output A;  
endprocedure;
```

Determinare il valore di output.

A	
---	--

### SOLUZIONE

A	20
---	----

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La variabile A viene inizializzata al valore 0. Lo statement

$$A \leftarrow A + 1;$$

che aumenta di 1 il valore di A, viene eseguito 20 volte.