ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.
Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.
Si consideri il seguente insieme di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può *calcolare* (o *dedurre*) **z** *conoscendo* **a** e **b** (o **a** e **b**); utilizzando queste regole, conoscendo [**a**,**b**], è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) applicando la regola 19 per dedurre **w.** La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo [**a,b**] e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da [**a**,**b**]. Il numero di elementi della lista (cioè di regole da applicare) si dice *lunghezza* del procedimento.

N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l'ultima (a destra) deve essere la sigla che ha come conseguente l'elemento incognito da dedurre richiesto dal problema.
Inoltre, ad ogni passo del processo, se ci fossero più regole (che compaiono nel procedimento risolutivo) applicabili contemporaneamente, nella lista occorre dare la precedenza a quella con sigla inferiore.
In un procedimento di deduzione, l'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente come *elemento noto*, quindi da utilizzare (come antecedente) per poter applicare regole successive; la prima regola è sempre applicabile a partire *solo* dai dati.

PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[a,h],f)	regola(2,[d,e],g)	regola(3,[a,b],d)
regola(4,[f],g)	regola(5,[b],e)	regola(6,[h],a)
regola(7,[b,c],a)	regola(8,[c],b)	regola(9,[a,g],h)

Trovare:
1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **g** a partire da **h**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **g** a partire da [**a,b**];
3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **g** a partire da **c**.

L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]

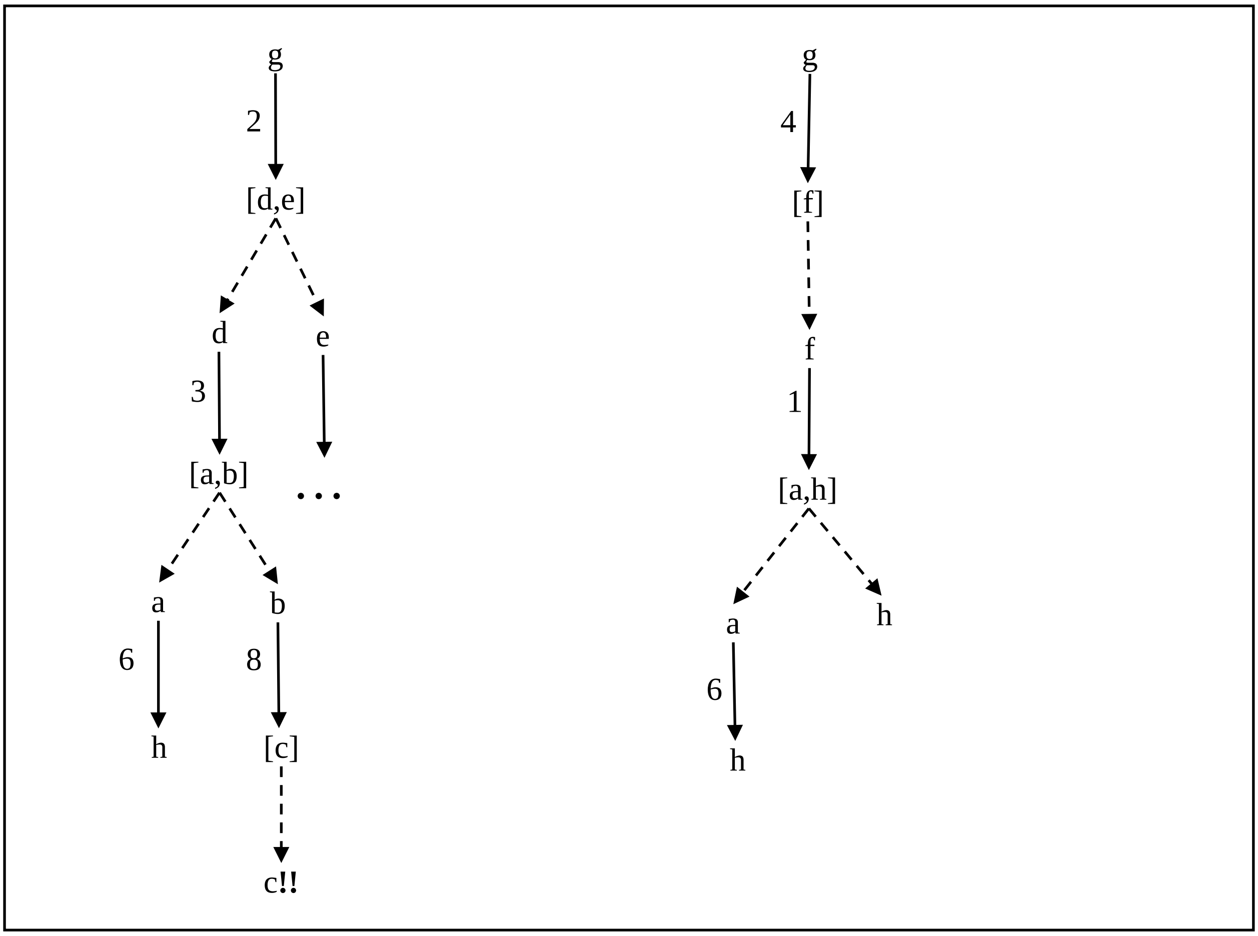
SOLUZIONE

L1	[6,1,4]
L2	[3,5,2]
L3	[8,5,7,3,2]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per risolvere questo tipo di problemi si possono usare due metodi: il metodo *backward* (o *top down*) oppure il metodo *forward* (o *bottom up*).
Il primo metodo consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).
Il secondo metodo consiste nel partire dagli *elementi noti* (che, all'inizio, sono solo i dati) e cercare una regola che nella premessa contenga solo tali elementi: se il conseguente è l'incognita cercata, allora il problema è risolto, altrimenti si aggiunge il conseguente agli elementi noti: con questi si ripete il processo, proseguendo finché si trova una regola il cui conseguente è l'incognita.
Quale dei due metodi è più conveniente dipende dal problema: di norma per problemi con "molte" regole e con l'incognita che compare come conseguente in "poche" conviene provare il primo metodo; per problemi con "poche" regole e con l'incognita che compare come conseguente in "molte" conviene provare con il secondo. In casi veramente complessi si possono provare entrambi i metodi, per orientarsi a trovare il processo risolutivo. Queste considerazioni valgono se la soluzione è cercata "manualmente": dovendo scrivere un programma è quasi sempre conveniente il primo metodo.

Per la prima domanda si vede immediatamente che a partire dai dati si può applicare solo la regola 6, che ha come conseguente **a**; si può quindi tentare di applicare il metodo *forward*. A partire dagli elementi noti (**a** e **h)** si può applicare solo la regola 1, che ha come conseguente f; con i nuovi elementi noti si può applicare (tra quelle non applicate fino ad adesso) solo la regola 4, che ha come conseguente l'incognita. Il processo risolutivo è quindi [6,1,4].
Per la seconda domanda si vede che dai dati (**a** e **b**) sono applicabili sia la regola 3 che la regola 5: si può impiegare ancora il primo metodo; applicando le due regole in successione si ottengono come elementi noti anche **d** ed **e**: con questi si può applicare la regola 2 con cui si ottiene l'incognita. Il processo risolutivo è quindi [3,5,2].
Per la terza domanda si può impiegare ancora il metodo *forward*: a partire dal dato (**c**) si può applicare solo la regola 8; con i nuovi elementi noti si possono applicare sia la regola 5 sia la regola 7; applicandole in successione gli elementi noti sono **a**, **b**, **c** ed **e**: si ricade così nel caso prevedente. Naturalmente, poiché la regola 5 è già stata applicata, il procedimento risolutivo è [8,5,7,3,2].

In questo particolare problema usare il metodo *top down* è alquanto laborioso; per esempio per la prima domanda si possono costruire i due alberi mostrati nella figura seguente; di essi solo quello di destra è un procedimento risolutivo; l'altro non lo è perché ha (almeno) una foglia (**c**) che non è deducibile dai dati.
N.B. L'albero di sinistra non è stato sviluppato completamente perché, appunto, contiene già una foglia non deducibile.



N.B. Si ricordi che quando si applica il procedimento *backward*, la prima regola che compare nella lista (che rappresenta il procedimento) è l'ultima applicata; la seconda è la penultima e così via.

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q											
		5	■	■		■			S				
			7	P									
■	■	1											
🚶		■											

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot 🚶 sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

	♘		♘	
♘				♘
		🚶		
♘				♘
	♘		♘	

Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. I premi sono descritti fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]].

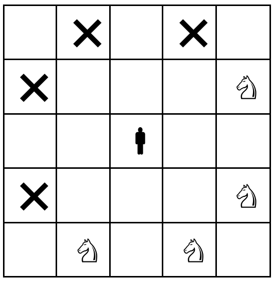
Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista:

[[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]]

e ha un totale di premi accumulati pari a 8.

PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 6×6, il robot, che si può muovere come il cavallo nel gioco degli scacchi, si trova nella casella [1,6] e deve arrivare alla casella [6,1], eseguendo percorsi semplici (cioè senza passare più di una volta in una stessa casella). Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista: [[3,3],[3,2],[4,3],[1,2],[3,5],[5,2],[6,2]]. I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista: [[2,4,10],[4,5,11],[5,4,14],[5,3,13]]. Al robot sono interdette le mosse che, con riferimento alla rosa dei venti, sono specificate dagli elementi della lista [oso,ono,nno,nne], quindi le mosse permesse sono mostrate dalla seguente figura.



Trovare la lista L che descrive il percorso (semplice) che consente di accumulare il maggior numero di premi.

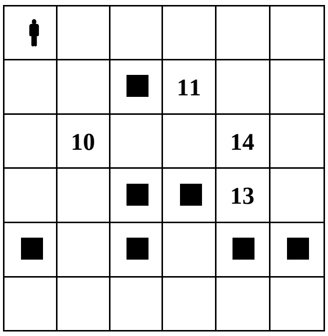
L	[ ]

SOLUZIONE

L	[[1,6],[2,4],[4,5],[6,6],[5,4],[4,2],[6,1]]

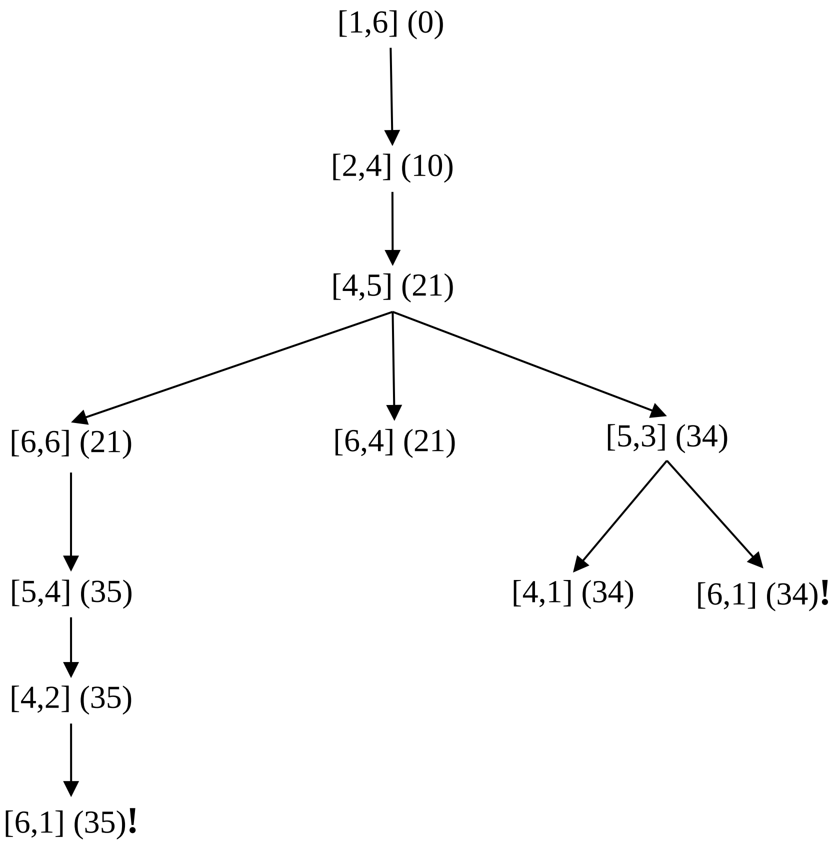
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nella seguente figura.



Dall'esame del campo di gara si vede immediatamente che, per risolvere il problema, il robot ha come prima mossa obbligata: deve passare per la casella [2,4], che contiene il premio 10.

Una maniera sistematica per trovare la soluzione consiste nel costruire l'*albero delle possibili mosse*: si inizia con la *radice* che corrisponde alla casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Ci si arresta quando si è arrivati in una casella da cui non ci si può muovere o quando si è raggiunto un prefissato obbiettivo (una casella di questo tipo si dice *meta*). In questo problema, inoltre, è conveniente aggiungere a ogni casella il valore dei premi accumulati e segnalare la meta con un "!". L'albero delle mosse possibili è il seguente.



N.B. L'albero delle possibili mosse è "facile" da costruire in problemi, come quello in esame, in cui il robot non può percorrere dei cicli, perché deve attenersi a percorsi semplici.

La soluzione segue immediatamente.

ESERCIZIO 3

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni.

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,180,23) tab(m2,177,24) tab(m3,185,22)
tab(m4,171,25) tab(m5,190,35) tab(m6,183,28)

PROBLEMA

Disponendo di un motocarro con portata massima di 50 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

Disponendo di un secondo motocarro con portata massima di 60 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3<… .

L1	[ ]
L2	[ ]

SOLUZIONE

L1	[m3,m6]
L2	[m3,m5]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di due minerali diversi, il loro valore e il loro peso.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1, m4" è uguale alla combinazione "m4, m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati come richiesto dal problema.

Costruite le combinazioni, occorre individuare quelle trasportabili da ciascun motocarro e tra queste scegliere quella di maggior valore.

			TRASPORTABILITÀ	
COMBINAZIONI	VALORE	PESO	PRIMO AUT.	SEC. AUT.
[m1,m2]	180+177=357	23+24=47	si	si
[m1,m3]	180+185=365	23+22=45	si	si
[m1,m4]	180+171=351	23+25=48	si	si
[m1,m5]	180+190=370	23+35=58	no	si
[m1,m6]	180+183=363	23+28=51	no	si
[m2,m3]	177+185=362	24+22=46	si	si
[m2,m4]	177+171=348	24+25=49	si	si
[m2,m5]	177+190=367	24+35=59	no	si
[m2,m6]	177+183=360	24+28=52	no	si
[m3,m4]	185+171=356	22+25=47	si	si
[m3,m5]	185+190=375	22+35=57	no	si
[m3,m6]	185+183=368	22+28=50	si	si

[m4,m5]	171+190=361	25+35=60	no	si
[m4,m6]	171+183=354	25+28=53	no	si
[m5,m6]	190+183=373	35+28=63	no	no

Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte la combinazioni che “iniziano” col primo minerale, poi tutte quelle che “iniziano” col secondo minerale, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 4

PREMESSA
Leggere il testo seguente con attenzione.

In questa poesia di Umberto Saba, il poeta osserva con affetto e tenerezza la sua bambina e, ricorrendo a immagini delicate, ne delinea una sorta di ritratto aggraziato ed innocente.

RITRATTO DELLA MIA BAMBINA
La mia bambina con la palla in mano,
con gli occhi grandi colore del cielo
e dell'estiva vesticciola[1]: "Babbo
– mi disse – voglio uscire oggi con te"
Ed io pensavo: Di tante parvenze[2]
che s'ammirano al mondo, io ben so a quali
posso la mia bambina assomigliare[3].
Certo alla schiuma, alla marina schiuma
che sull'onde biancheggia, a quella scia
ch'esce azzurra dai tetti e il vento sperde[4];
anche alle nubi, insensibili[5] nubi
che si fanno e disfanno[6] in chiaro cielo;
e ad altre cose leggere e vaganti[7].

Note al testo:
1. *Vesticciola: vestitino leggero e azzurro come i suoi occhi.*
2. *Parvenza: forme, immagini, visioni.*
3. *Assomigliare: paragonare.*
4. *Scia … sperde: al filo di fumo azzurrino che esce dai comignoli e che il vento disperde nel cielo.*
5. *Insensibili: leggere, prive di consistenza.*
6. *Si fanno e si disfanno: si formano e si dileguano.*
7. *Vaganti: che si muovono senza una meta e anche mutevoli.*

Tratto da U. Saba, *Poesie e prose scelte,* A. Mondadori, 1976, Milano.

PROBLEMA
Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. All'interno della poesia è rintracciabile la presenza, diretta o indiretta dei colori, in particolare:
   A. L'azzurro e il blu scuro del mare;
   B. Il bianco e l'azzurro;
   C. Il rosso dei tetti e il bianco delle nuvole;
   D. Tutti i colori a patto che siano chiari.
2. Fondamentalmente la poesia è tutta giocata:
   A. Sui paragoni;
   B. Sull'antitesi;
   C. Sul dialogo;
   D. Sul ricordo.
3. La poesia propone la seguente struttura narrativa:

A. Nella parte iniziale abbiamo la richiesta della bambina di andare fuori insieme al padre (poeta), nella parte successiva il poeta risponde alla figlia;
B. Nella parte iniziale abbiamo la richiesta della bambina di giocare insieme al padre (poeta), nella parte successiva il poeta, invece di rispondere, si sofferma a pensare;
C. Nella parte iniziale abbiamo la richiesta della bambina di andare fuori insieme al padre (poeta), nella parte successiva il poeta, invece di rispondere, si sofferma a pensare;
D. La bambina gioca, con una palla rossa, insieme al padre, nel tempo dell'estate: da questa immagine si delinea un flash back in cui il padre pensa alla bambina stessa.

4. I versi di questa poesia sono:
   A. Sciolti;
   B. A rima incrociata;
   C. Tre quartine ed un ultimo verso isolato;
   D. A rima alternata.
5. Le immagini a cui la bambina è paragonata danno l'idea di:
   A. Fissità, solidità e spensieratezza;
   B. Sogno, leggerezza e sicurezza;
   C. Rimorso, spensieratezza e calore estivo;
   D. Fragilità, leggerezza e delicatezza.
6. L'espressione "*che si fanno e si disfanno*" legata all'immagine delle nubi, a livello retorico è:
   A. Una metafora;
   B. Una sinestesia;
   C. Un'antitesi;
   D. Un'anafora.
7. Questa poesia di Saba si intitola "*Ritratto della mia bambina*"; in essa rintracciamo:
   A. Un dettagliato ritratto della figlia di Saba, Linuccia;
   B. Non un vero e proprio ritratto della bambina, ma da molti indizi indiretti, possiamo ricostruire bene la sua fisionomia;
   C. Non un vero ritratto della bambina, ma un ritratto di alcune caratteristiche dell'età puerile, di cui la ragazzina diventa un simbolo;
   D. Non un vero ritratto della bambina, ma un ritratto del rapporto che intercorre tra il padre (la generazione più adulta) e la ragazzina (l'adolescenza).
8. Nel componimento:
   A. Le parole che il padre rivolge alla figlia sono ricche di elementi sognanti e celestiali;
   B. Si rintraccia ricchezza di elementi fantastici che rendono l'atmosfera della poesia, leggera e sognante;
   C. Si rintracciano più discorsi diretti legati, tra padre e figlia;
   D. Si rintraccia un discorso diretto legato.
9. In due versi Saba usa una particolare tecnica lessicale:
   A. La ripetizione;
   B. L'anagramma;
   C. Il chiasmo, attraverso quattro termini che si incrociano;
   D. Il climax con termini che sono allineati in senso ascendente.
10. La situazione in cui è contestualizzata la poesia è di tipo:
    A. Marittimo;
    B. Quotidiano;
    C. Festivo;
    D. Temporalesco.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	A
3	C
4	A
5	D
6	C
7	C
8	D
9	A
10	B

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

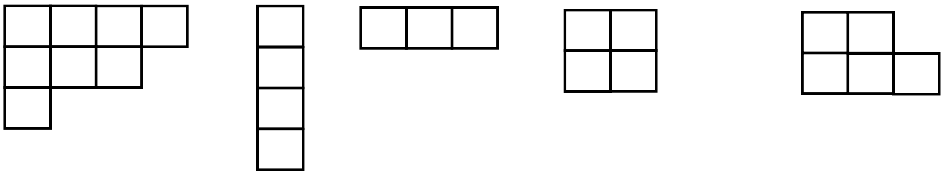
1. Nella poesia si parla di “*colore del cielo*” (azzurro), “*schiuma marina*” (bianco), “*biancheggia*”, “*azzurra*”, “*nubi*”, “*cielo chiaro*”: i colori prevalenti sono il bianco e l’azzurro.
2. Il poeta paragona (“*assomigliare*”) la sua bambina alla *schiuma marina, alla scia che esce dai tetti, alle nubi* e a *cose leggere e vaganti*: prevale quindi l’espediente del paragone.
3. La bambina, nella parte iniziale della poesia, parla, dialoga con il padre e propone a lui di uscire insieme. La richiesta della bambina dà avvio, nella mente del poeta/padre ad una semplice, ma intensa riflessone. Il padre non risponde alla figlioletta (risposta A), il padre non sta giocando con lei (risposte B e D).
4. Dal momento che la poesia non presenta una struttura di rime perfette o ordinate, si dice che i versi sono *sciolti*. I versi sono tredici, ma non si rintraccia una struttura in quartine e un verso isolato (risposta C).
5. La bambina è paragonata alla *schiuma marina, alla scia che esce dai tetti, alle nubi e a tutte le cose leggere e vaganti*: sono tutte immagini di *fragilità, leggerezza e delicatezza.* Non si individuano nella poesia elementi di *fissità e solidità* (risposta A), di *sogno e sicurezza* (risposta B), legati all’idea di *rimorso* (risposta C).
6. Il verbo *fare* è opposto a *disfare*: si tratta di un’antitesi.
7. Di Linuccia sono descritti pochissimi dettagli: ha gli occhi del colore del cielo, è vestita leggera e sta giocando a palla. Quindi non rintracciamo un ritratto fisico preciso, né possiamo ricostruirne bene la fisionomia (risposte A e B). La poesia non è un affresco di due diverse generazioni (risposta D), ma i dettagli legati a Linuccia e le immagini di spensieratezza, leggerezza, soavità

a cui lei è equiparata ci propongono un ritratto di un periodo della vita caratterizzato proprio dalle qualità appena indicate. La bimba diventa l'emblema dell'età puerile.

8. Nella prima parte del componimento troviamo: "*Babbo – mi disse – voglio uscire oggi con te*", che è un discorso diretto legato. Ce n'è solo uno (la risposta C è errata), non ci sono *elementi sognanti* (risposta B) e il padre non rivolge parole alla figlia, riflette solamente tra sé e sé.
9. Nella poesia, al verso 8, rintracciamo "*Certo alla schiuma, alla marina schiuma*"; al verso 11 rintracciamo "*anche alle nubi, insensibili nubi*". Si tratta di ripetizioni.
10. Nel componimento rintracciamo elementi come il mare e le nuvole, non utilizzati in senso realistico o "di contesto" paesaggistico, ma come paragoni/metafore per descrivere l'età della fanciullezza (risposte A e D). Non si evincono neanche dettagli di una giornata di festa (risposta C), mentre tutta l'atmosfera sembra molto semplice e quotidiana (la bambina che gioca a palla, il vestito estivo, la semplicità delle sue parole, il riferimento alle cose leggere).

ESERCIZIO 5

PREMESSA
An F-diagram is a diagram of rows of boxes; the rows are left justified and of non-increasing length from top to bottom; in the following figure the first four diagram are F-diagram, the fifth is not.



An F-diagram can be represented by a list whose elements are the length of rows from top to bottom: the following lists represents the four F-diagram in figure:

[4,3,1] [1,1,1,1] [3] [2,2]

Note that the elements of a list are in non-increasing order and their sum equals the number of boxes in the corresponding diagram.

PROBLEMA
How many are the F-diagram with seven boxes?
Put your answer in the box below.

SOLUZIONE
15

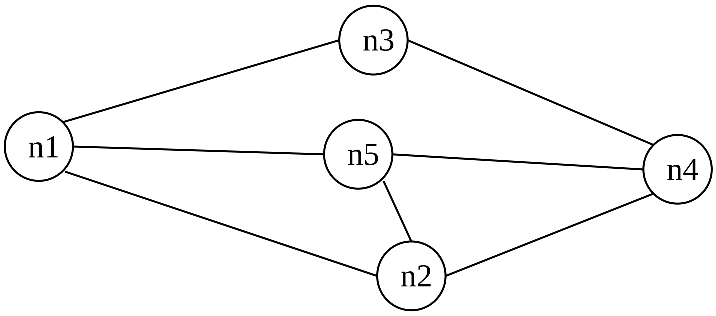
COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Le possibili liste sono:

[7]
[6,1]
[5,2]
[5,1,1]
[4,3]
[4,2,1]
[4,1,1,1]
[3,3,1]
[3,2,2]
[3,2,1,1]
[3,1,1,1,1]
[2,2,2,1]
[2,2,1,1,1]
[2,1,1,1,1,1]
[1,1,1,1,1,1,1]

Si noti come sia opportuno costruire le liste in ordine “lessicografico” *decrescente*: una sola può cominciare con sette; ugualmente una sola può cominciare con sei; 3 cominciano con quattro, 4 con tre, e così via.

ESERCIZIO 6

PREMESSA
Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6)	arco(n1,n3,5)	arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3)	arco(n2,n4,3)	arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)		

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza 2 + 3 + 4 = 9.
Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5]. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA
È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

a(n1,n2,2).	a(n2,n3,2).	a(n3,n4,9).
a(n4,n5,2).	a(n5,n1,8).	a(n3,n1,3).
a(n4,n1,5).		

Disegnare il grafo e:
1. trovare la lista L1 del percorso semplice più breve tra n5 e n3;
2. trovare la lista L2 del percorso semplice più lungo tra n5 e n3;

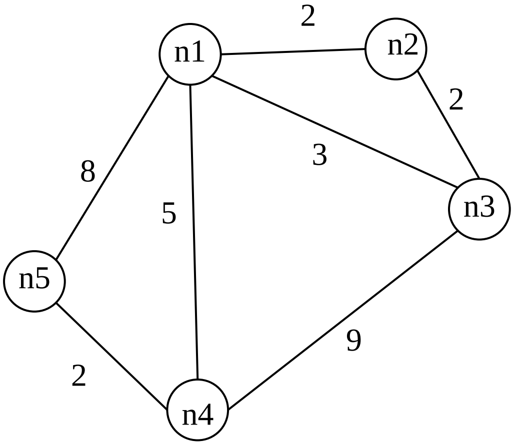
L1	[ ]
L2	[ ]

SOLUZIONE

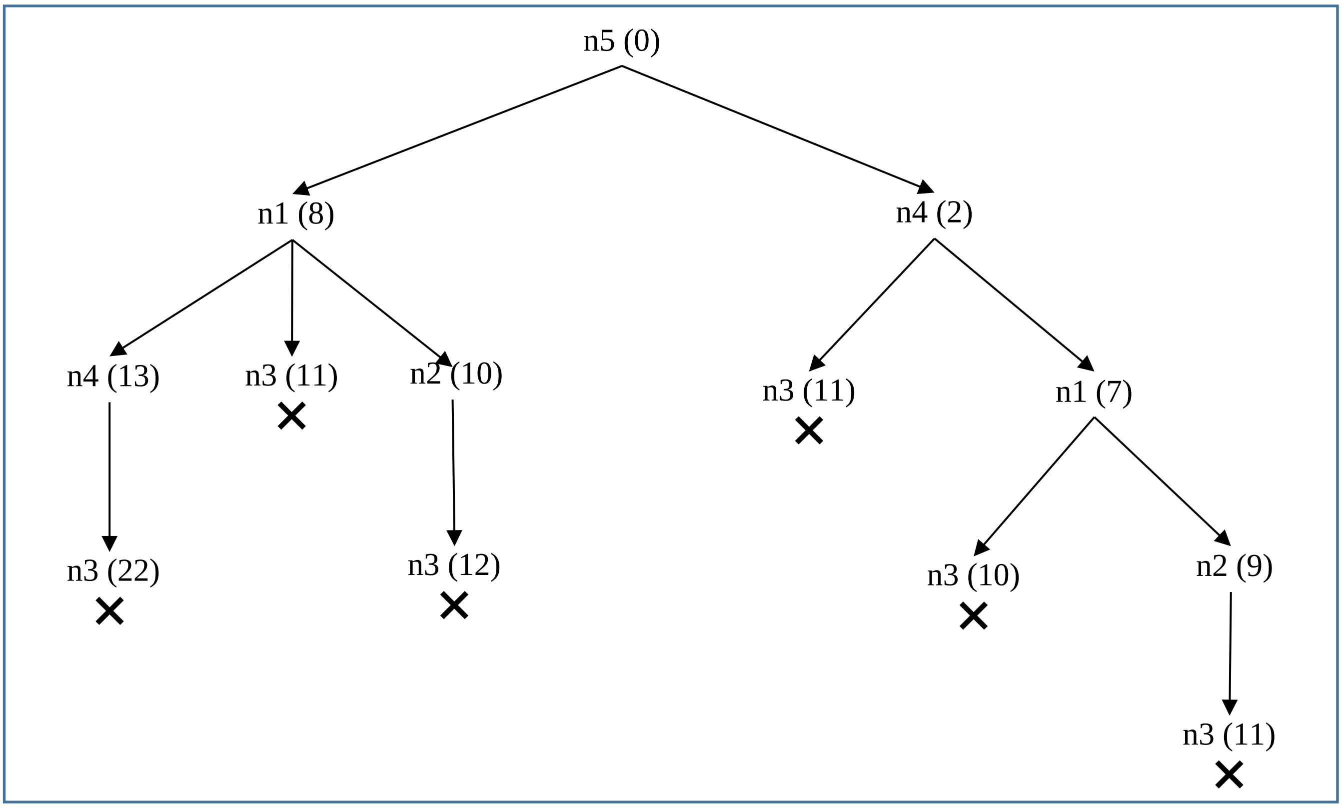
L1	[n5, n4, n1, n3]
L2	[n5, n1, n4, n3]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che vengono menzionati 5 nodi (n1, n2, n3, n4, n5); si procede per tentativi: si disegnano i 5 punti nel piano e li si collega con archi rettilinei: probabil-

mente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare e in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono necessariamente proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono segmenti di retta).
Per risolvere il problema occorre elencare i cammini semplici tra n5 e n3 (con la loro lunghezza) in maniera *sistematica*, in modo da essere certi di averli presi in esame *tutti*, come nell'albero della seguente figura in cui la radice è il nodo di partenza (n5), e ogni nodo (dell'albero) ha tanti figli quanti sono i nodi (del grafo) a lui collegati purché non compaiono come antenati. Le foglie dell'albero sono il nodo di arrivo (n3) o un nodo da cui non ci si può più muovere. A ogni nodo (dell'albero) è stata aggiunta tra parentesi la distanza dalla radice.
Le foglie che individuano uno dei cammini richiesti sono segnate da una ✕.


n5 (0)
n1 (8)
n4 (2)
n4 (13)
n3 (11)
n2 (10)
n3 (11)
n1 (7)
n3 (22)
n3 (12)
n3 (10)
n2 (9)
n3 (11)

ESERCIZIO 7

PROBLEMA
Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti significativi della loro regione per la prossima stagione turistica. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e, per ciascuna di queste stabiliscono quanti di loro devono partecipare e stimano il tempo per portarla a conclusione. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	3	5
A3	2	2
A4	3	1
A5	2	2
A6	2	2
A7	3	3
A8	6	1

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

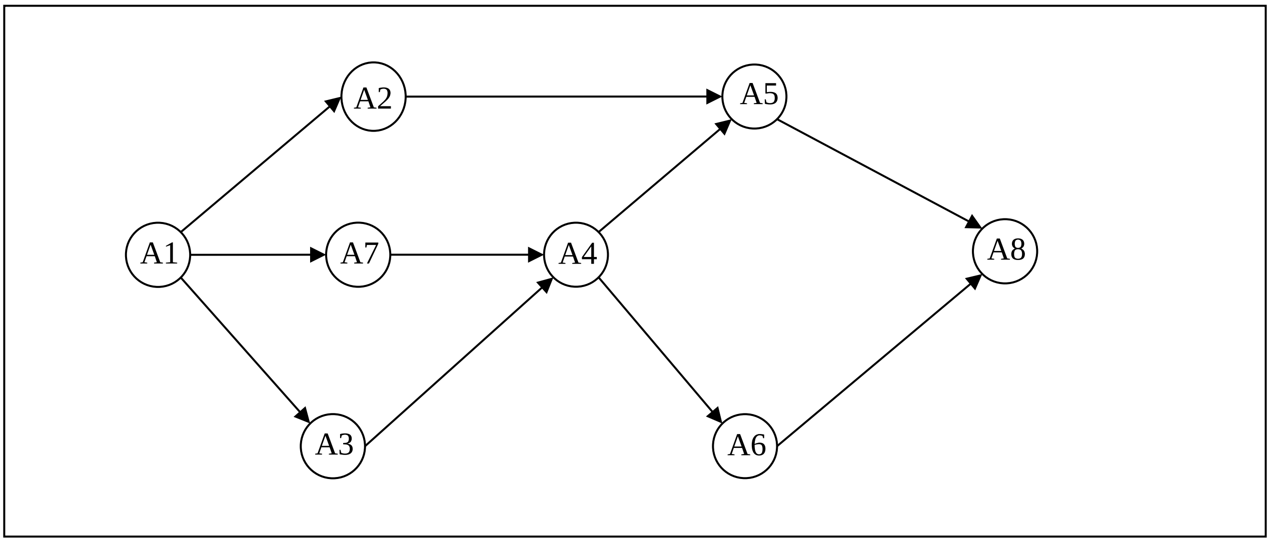
Le attività devono succedersi opportunamente nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi esistono delle *priorità* descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando tutte le precedenti sono terminate.
In questo caso le priorità sono:
[A1,A2], [A1,A3], [A1,A7], [A2,A5], [A3,A4], [A7,A4], [A4,A5], [A4,A6], [A5,A8], [A6,A8].
Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, determinare Rm: il numero minimo di ragazzi con cui si può realizzare il progetto così pianificato.

N	
Rm	

SOLUZIONE

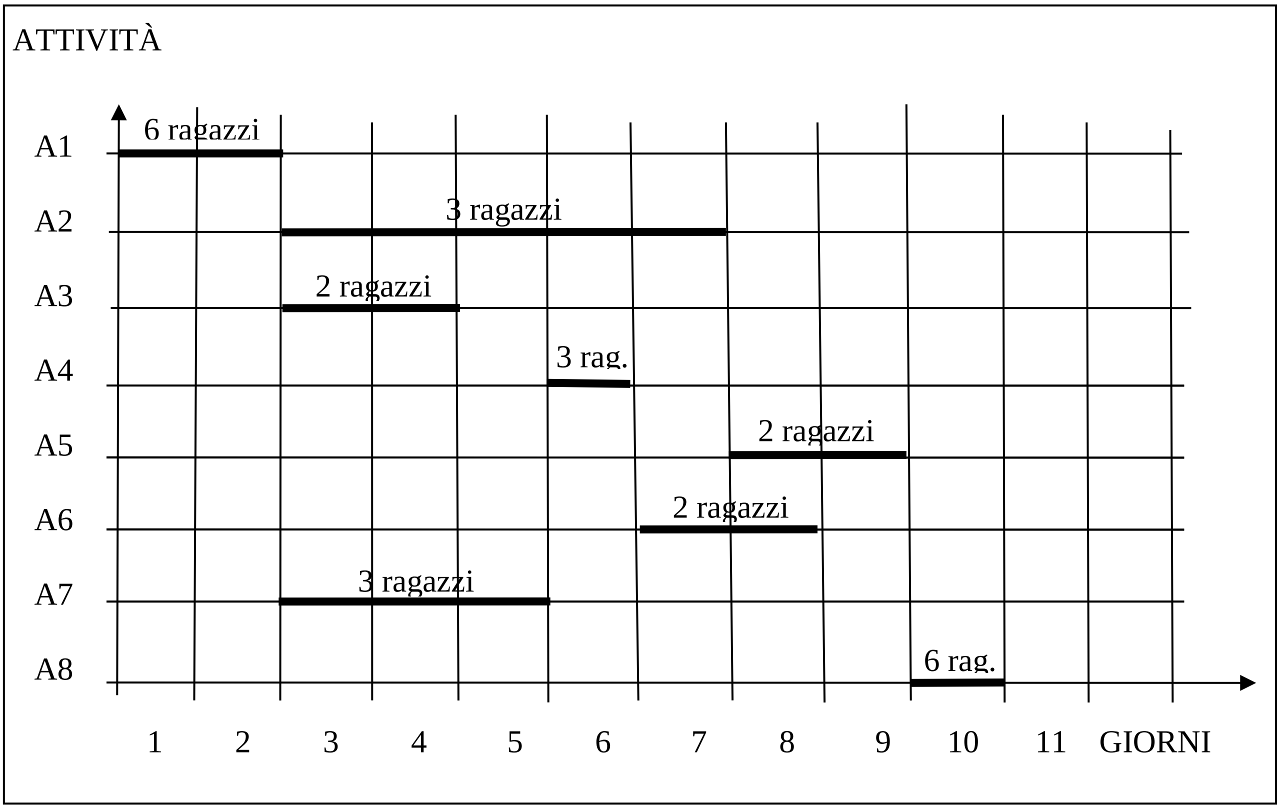
N	10
Rm	8

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.



Per costruire tale grafo (mostrato in figura) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).
Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.
Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *finale* (in questo caso A8); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.
Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi per cercare di ottenere un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sull' asse orizzontale il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni linea orizzontale (parallela all'asse dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).
Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2, A3 e A7 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). L'attività A4 può iniziare solamente quando è terminata sia la A3 sia la A7.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 10 giorni e che il numero *massimo* di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 8 (i giorni 3 e 4): quindi 8 è anche il numero *minimo* di ragazzi necessari per realizzare il progetto così pianificato.

ESERCIZIO 8

PROBLEMA
Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate.

```
procedure PROVA1;
variables A, B, C, D, E, F integer;
A ← 1;
B ← 1;
C ← A+B;
D ← B+C;
E ← C+D;
F ← D+E;
output D, E, F;
endprocedure;
```

Determinare i valori di output.

D	
E	
F	

SOLUZIONE

D	3
E	5
F	8

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
I risultati sono illustrati di seguito.

ultimi 4 statement di assegnazione	valore assunto dalle variabili a sinistra di ←
C ← A+B;	1+1 = 2
D ← B+C;	1+2 = 3
E ← C+D;	2+3 = 5
F ← D+E;	3+5 = 8

ESERCIZIO 9

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```
procedure PROVA2;
variables A, B, C, D,  M, N integer;
input A, B, C, D;
M ←  A;
N ←  A;
if B > M        then M ←  B;   endif;
if B <N         then N  ← B;   endif;
if C > M        then M ← C;   endif;
if C < N        then N ← C;    endif;
if D > M        then M ← D;   endif;
if D < N        then N ← D;    endif;
output M, N;
endprocedure;
```

I valori di input per A, B, C e D sono rispettivamente 15, 21, 9, 20. Determinare i valori di output.

M	
N	

SOLUZIONE

M	21
N	9

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Basta eseguire, passo a passo, le operazioni indicate: in M va il massimo valore tra quelli di A, B, C, D; in N il minimo.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```
procedure PROVA2;
variables A, B, K, J integer;
A ←  1;
B ←  1;
input K;
for J from 1 to 4 step 1 do
        A ←  A×J;
        B ← B×K;
endfor;
output A;
endprocedure;
```

Determinare il valore di output di A e B, se il valore di input per K è 5.

A	
B	

SOLUZIONE

A	24
B	625

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
La procedura calcola il prodotto dei primi 4 numeri naturali positivi e la quarta potenza di K.

ESERCIZIO 11

PROBLEMA
Melvin had M record albums that he tried to sell at a garage sale for $6 each. If the number of record albums he didn't sell is called P, how much money did Melvin get from record albums sale?
Write your answer, as an *expression*, in the box below respecting the following rules:

- *only* numbers, capital letters, parentheses and operation signs are allowed;
- numerical coefficients (constant multiplicative factors) are not followed by "×" and are written *before* the expression they multiply;
- spaces are not allowed in expressions;
- among equivalent expressions, chose the expression with less symbols.

SOLUZIONE

6(M-P)

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Il numero di album venduti è M-P; la risposta si ottiene applicando le regole.

ESERCIZIO 12
If half of a deekko is 70% of a seekko, then how much is a deekko divided by a seekko? Put your answer as a number with two decimal digits (after the digital mark ".") in the box below.

SOLUZIONE

1.40

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Indicato con d un deekko e con s un seekko, il problema dice:

$$\frac{1}{2}d = \frac{70}{100}s$$

quindi, *poiché è implicito che un seekko è diverso da zero*, dividendo entrambi i membri dell'uguaglianza per s e moltiplicandoli per 2 si ottiene:

$$\frac{d}{s} = \frac{140}{100} = 1.40$$