

ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Si consideri il seguente insieme di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può *calcolare* (o *dedurre*) **z** *conoscendo* **a** e **b** (o **a** e **b**); utilizzando queste regole, conoscendo **[a,b]**, è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a**, **b**, **s**) applicando la regola 19 per dedurre **w**. La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo **[a,b]** e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da **[a,b]**. Il numero di elementi della lista (cioè di regole da applicare) si dice *lunghezza* del procedimento.

N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l'ultima (a destra) deve essere la sigla che ha come conseguente l'elemento incognito da dedurre richiesto dal problema.

In ogni procedimento di deduzione, l'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) per poter applicare regole successive: la prima regola è sempre applicabile a partire *solo* dai dati.

Inoltre, ad ogni passo del procedimento, se ci fossero più regole applicabili contemporaneamente, nella lista occorre dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[w,f],b)	regola(2,[c,d],m)	regola(3,[q,x],a)
regola(4,[a,x],p)	regola(5,[x,g],b)	regola(6,[b,x],p)
regola(7,[x,y],c)	regola(8,[y],g)	regola(9,[x,y],f)

Trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **p** a partire da **x** e **q**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **p** a partire da **x** e **y**;

L1	
L2	

SOLUZIONE

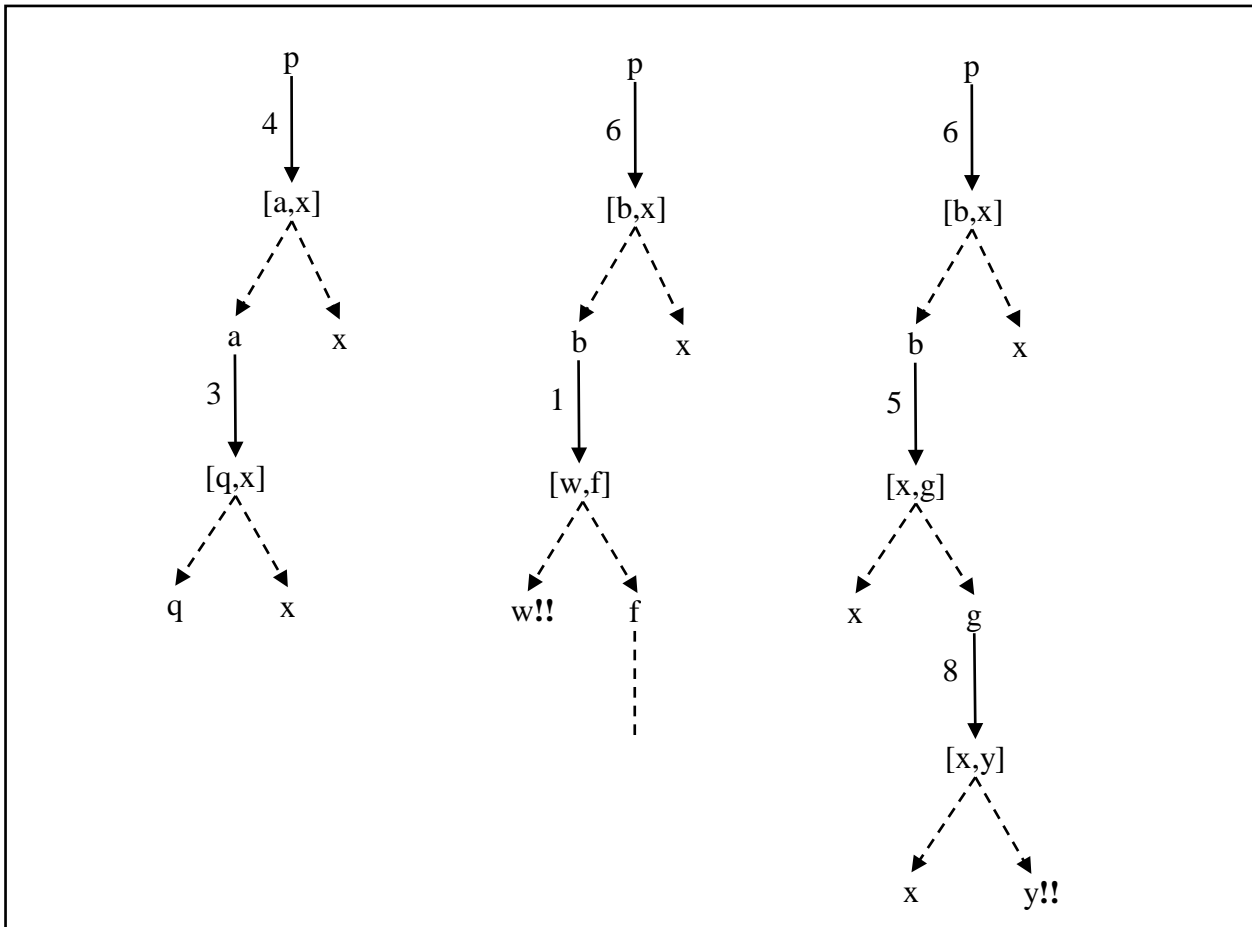
L1	[3,4]
L2	[8,5,6]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere questo tipo di problemi si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Per la prima domanda si verifica immediatamente che **p** compare come conseguente nelle regole 4 e 6: la prima ha come antecedenti **a** (incognito) e **x** (dato), la seconda **b** (incognito) e **x** (dato); occorre quindi capire quale tra **a** e **b** è (più facilmente) deducibile dai dati, per decidere se applicare la regola 4 o la regola 6. Si vede subito che **a** è immediatamente deducibile dai dati con la regola 3; **b** è deducibile con la regola 1 oppure con la regola 5. La regola 1 ha come antecedenti **w** e **f**: il primo non è un dato né è deducibile (perciò è inutile prendere in esame **f**); la regola 5 ha come antecedenti **x** e **g**: quest'ultimo è deducibile solo con la regola 8, che ha come antecedenti **x** e **y**: quest'ultimo non è un dato né è deducibile.

Quindi la lista L1 è [3,4]; l'intero ragionamento è illustrato dalla seguente figura; l'albero di sinistra rappresenta un processo di deduzione (valido) perché *la radice è l'incognita e tutte le foglie sono dati*. Gli altri due alberi *non* sono procedimenti perché hanno foglie (**w** e **y**) che *non* sono dati e non si possono dedurre ulteriormente: queste foglie sono contrassegnate da “!!”.



La seconda domanda ha una facile risposta dal lavoro già fatto: è immediato che il terzo albero in figura rappresenta il procedimento di deduzione perché, adesso, y è un dato; la lista L2 è $[8,5,6]$.

N.B. Quando si applica il procedimento *backward*, la prima regola che compare nella lista (che rappresenta il procedimento) è l'ultima applicata; la seconda è la penultima e così via.

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q												
		5	■	■		■			S					
			7	P										
■	■	1												
♠		■												

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot ♠ sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

	♘		♘	
♘				♘
		♠		
♘				♘
	♘		♘	

Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. I premi sono descritti fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]].

Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista:

$$[[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]]$$

e ha un totale di premi accumulati pari a 8.

PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 5×5, il robot, che si può muovere come il cavallo nel gioco degli scacchi, si trova nella casella [1,1] e deve eseguire percorsi semplici (senza passare più di una volta su una stessa casella) per raccogliere premi posti in alcune caselle del campo di gara. Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista: [[4,2],[4,4]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:
 [2,1,15],[2,3,10],[3,4,8],[4,1,14],[5,4,10]].

Al robot sono interdette le mosse che, con riferimento alla rosa dei venti, sono specificate dagli elementi della lista [sso,oso,ono,nno], quindi le mosse permesse sono mostrate dalla seguente figura.

	×		♁	
×				♁
		♁		
×				♁
	×		♁	

Trovare la lista L che descrive il percorso (semplice) che consente di accumulare esattamente 20 punti,

L	
---	--

SOLUZIONE

L	[[1,1],[2,3],[3,5],[5,4]]
---	---------------------------

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

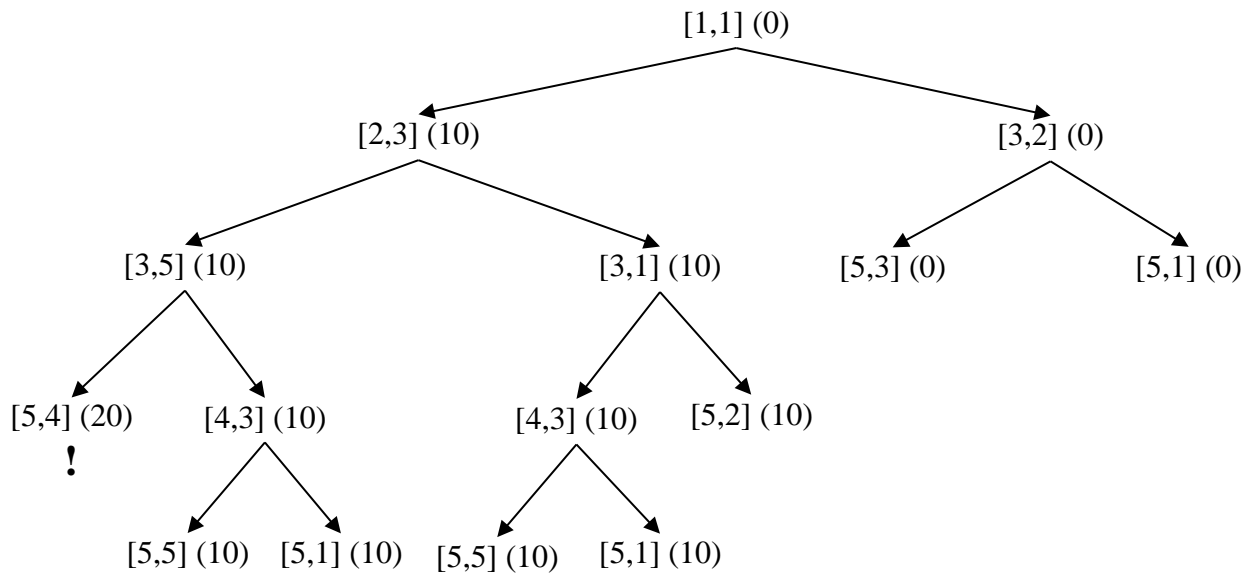
Il campo di gara è mostrato nella seguente figura.

		8	■	10
	10			
			■	
♁	15		14	

Occorre tener presente che il robot può muoversi solo verso destra, cioè aumentando l'ascissa a ogni mossa: quindi, raggiunta l'ordinata di un premio (senza passare per la casella che lo contiene), non può più guadagnarlo.

Dall'esame del campo di gara si vede immediatamente che il robot, per risolvere il problema, deve passare per le due caselle che contengono un 10; questo determina il percorso: [[1,1],[2,3],[3,5],[5,4]].

Una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo consiste nel costruire l'*albero delle possibili mosse*: si inizia con la *radice* che corrisponde alla casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Ci si arresta quando si è arrivati in una casella da cui non ci si può muovere (o, in particolari casi, quando si è raggiunto un prefissato obiettivo: una casella di questo tipo si dice *meta*). In questo problema, inoltre, è conveniente aggiungere a ogni casella il valore del premio accumulato. In questo caso, l'albero delle mosse possibili è il seguente.



N.B. L'albero delle possibili mosse è "facile" da costruire in problemi, come quello in esame, in cui il robot non può percorrere dei cicli (a causa delle mosse vietate); altrimenti occorre aggiungere opportuni vincoli (come, ad esempio, quello che ogni nodo aggiunto sia diverso da tutti gli antenati), per evitare rami di lunghezza infinita.

ESERCIZIO 3

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni.

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,80,43)	tab(m2,60,34)	tab(m3,65,35)
tab(m4,70,34)	tab(m5,72,45)	tab(m6,83,51)

PROBLEMA

Disponendo di un motocarro con portata massima di 70 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

Disponendo di un secondo motocarro con portata massima di 100 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3<... .

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[m3,m4]
L2	[m1,m6]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di due minerali diversi, il loro valore e il loro peso.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1, m4" è uguale alla combinazione "m4, m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati come richiesto dal problema.

Costruite le combinazioni, occorre individuare quelle trasportabili da ciascun motocarro e tra queste scegliere quella di maggior valore.

COMBINAZIONI	VALORE	PESO	TRASPORTABILITÀ	
			PRIMO AUT.	SECONDO AUT.
[m1,m2]	80+60=140	43+34=77	no	si
[m1,m3]	80+65=145	43+35=78	no	si
[m1,m4]	80+70=150	43+34=77	no	si
[m1,m5]	80+72=152	43+45=88	no	si
[m1,m6]	80+83=163	43+51=94	no	si
[m2,m3]	60+65=125	34+35=69	si	si
[m2,m4]	60+70=130	34+34=68	si	si
[m2,m5]	60+72=132	34+45=79	no	si
[m2,m6]	60+83=143	34+51=85	no	si
[m3,m4]	65+70=135	35+34=69	si	si



[m3,m5]	$65+72=137$	$35+45=80$	no	si
[m3,m6]	$65+83=148$	$35+51=86$	no	si
[m4,m5]	$70+72=142$	$34+45=79$	no	si
[m4,m6]	$70+83=153$	$34+51=85$	no	si
[m5,m6]	$72+83=155$	$45+51=96$	no	si

Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col “primo” minerale, poi tutte quelle che iniziano col “secondo” minerale, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 4

PREMESSA

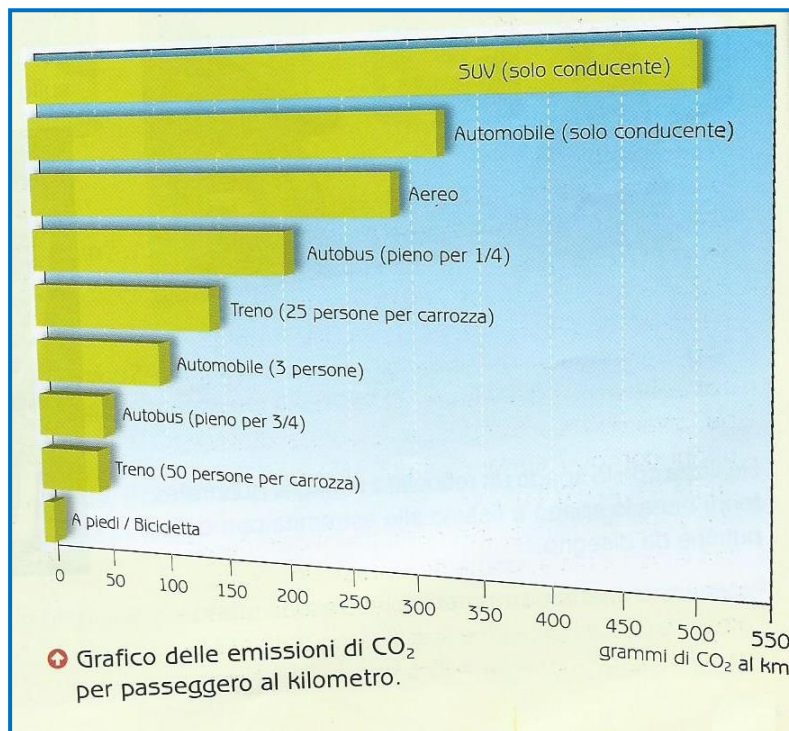
Leggere il testo seguente con attenzione.

Come ci vai a scuola? Ti portano i genitori o ti sposti con i mezzi pubblici? In primavera prendi la bicicletta? O hai la fortuna di poterti spostare addirittura a piedi? Perché la scelta del mezzo di trasporto non cambia solo la velocità con cui puoi raggiungere la meta (la scuola in questo caso) e la serenità del tuo viaggio, ma cambia anche il costo economico per la tua famiglia (il biglietto dell'autobus, la benzina, l'assicurazione, il parcheggio per l'automobile, oppure le scarpe da passeggio). E cambia l'impatto ambientale del tuo spostamento.

Andare in bicicletta o a piedi non inquina per niente, i mezzi pubblici inquinano poco, andare in automobile ha un prezzo molto alto. In media, è stato calcolato che un cittadino emette 400 kg. di anidride carbonica (CO₂) ogni anno se si sposta in città con la metropolitana e almeno tre volte tanto se usa l'auto.

Questo prezzo lo paghiamo noi, con la nostra salute: spesso le persone che respirano aria inquinata poi si ammalano di asma o di bronchiti. E poi lo paga l'ambiente. Una grossa fetta delle emissioni di CO₂, responsabile dei cambiamenti climatici, proviene infatti dalle automobili, che in Italia sono ben 35 milioni, cioè 1,69 per abitante! Sono davvero tutte necessarie?

Per i viaggi lunghi certo non si può scegliere la bicicletta. E allora il mezzo più ecologico è il treno. Seguono l'aereo e poi l'automobile. Ovviamente, più il mezzo di trasporto è carico di viaggiatori, meno è l'inquinamento di cui ogni viaggiatore è responsabile. Per questo il comportamento peggiore dal punto di vista ecologico è usare l'automobile da soli.



(Tratto da) Ezia Nicoletti, Paola Peretti, Gabriella Somaschi, *Big Bang, l'universo delle scienze* CEDAM scuola.

PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Nella parte iniziale del brano, gli autori propongono una serie di domande al lettore; nel leggerle si può capire che:
 - A. È una fortuna potere andare a scuola;
 - B. Spostarsi a piedi è una condizione più favorevole rispetto ad altre possibilità di movimento;
 - C. È consigliabile andare a scuola con i mezzi pubblici;
 - D. Spostarsi a piedi è consigliabile, ma solo se accompagnati dai genitori.
2. Secondo il testo la scelta del mezzo di trasporto con cui ci si sposta ha a che fare con:
 - A. Il tempo, la comodità, il risparmio e l'età anagrafica;
 - B. Il tempo atmosferico, l'agibilità delle strade di percorrenza, il risparmio e il rispetto ambientale;
 - C. La fortuna, la comodità, il risparmio e il rispetto ambientale;
 - D. Il tempo, la comodità, il risparmio e il rispetto ecologico.
3. Il mezzo di trasporto che, secondo il testo, ha il maggiore impatto ambientale è:
 - A. L'automobile;
 - B. Il treno;
 - C. Il tram;
 - D. La metropolitana.
4. Un cittadino, che si sposta con un mezzo pubblico in città, causa:
 - A. Circa il 50% in più di emissioni atmosferiche rispetto allo spostamento in automobile;
 - B. Circa un terzo in più di emissioni atmosferiche rispetto allo spostamento in bicicletta;
 - C. Circa il 70% in meno di emissioni atmosferiche rispetto allo spostamento a piedi;
 - D. Quasi il 70% in meno di emissioni atmosferiche rispetto allo spostamento in automobile.
5. Un'accurata scelta del mezzo pubblico si riflette:
 - A. Soprattutto sulla salute delle persone, meno sull'ambiente;
 - B. Soprattutto sull'impatto che le automobili hanno sul traffico;
 - C. Sulla salute delle persone e sulla salvaguardia dell'ambiente;
 - D. Sulla maggiore o minore possibilità di trovare parcheggio nelle metropoli.
6. Secondo il testo, un'altra possibile scelta consapevole ed ecologicamente vantaggiosa riguarda:
 - A. Il numero di mezzi di trasporto contemporaneamente in movimento;
 - B. Il numero di passeggeri condotti dai mezzi di trasporto;
 - C. La limitazione dei viaggi lunghi, soprattutto in aereo;
 - D. Il numero di treni contemporaneamente in movimento.
7. Dal grafico delle emissioni di CO₂ per passeggero al chilometro (posto dopo il testo) si evince che:
 - A. L'unico passeggero di un'automobile emette il doppio di CO₂ rispetto alle emissioni di un occupante che si sposta su un'automobile con tre viaggiatori;
 - B. La relazione tra emissioni e numero di passeggeri trasportati in una carrozza di un treno è il seguente: raddoppiando i passeggeri trasportati le emissioni (per passeggero) si dimezzano;

- C. La relazione tra emissioni e numero di passeggeri trasportati da un autobus è il seguente: triplicando i passeggeri trasportati le emissioni si riducono del 75 %;
- D. Un treno che trasporta in una carrozza un numero ridotto di passeggeri, emette, per viaggiatore, la metà di CO2 rispetto ad un viaggiatore di un autobus, anch'esso poco "carico" di passeggeri.
8. Dal grafico delle emissioni di CO2 per passeggero al chilometro si evince che
- A. Un passeggero di un'automobile con tre viaggiatori emette il doppio di CO2 rispetto a un passeggero che si sposta su una carrozza di un treno con almeno 50 viaggiatori;
- B. Un treno che trasporta 50 persone per carrozza, emette, per viaggiatore, CO2 nell'atmosfera cento volte in meno di un SUV che trasporti solo il conducente;
- C. La relazione tra emissioni e numero di passeggeri trasportati in un'automobile è il seguente: triplicando i passeggeri trasportati le emissioni si riducono del 50%;
- D. Il SUV con il solo conducente rappresenta la soluzione più virtuosa nel rapporto tra emissioni di CO2 per passeggeri al chilometro, mentre chi si muove a piedi o in bicicletta rappresenta la scelta meno virtuosa.
9. La frase "*più il mezzo di trasporto è carico di viaggiatori, meno è l'inquinamento di cui ogni viaggiatore è responsabile*" contiene:
- A. Una similitudine;
- B. Una perifrasi;
- C. Un'antitesi;
- D. Una climax.
10. La frase "*(il biglietto dell'autobus, la benzina, l'assicurazione, il parcheggio per l'automobile, oppure le scarpe da passeggio)*" contiene:
- A. Una enumerazione;
- B. Un paragone;
- C. Una iperbole;
- D. Un chiasmo.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	D
3	A
4	D
5	C
6	B
7	C

8	A
9	C
10	A

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

- L'incipit del testo è *“Come ci vai a scuola? Ti portano i genitori o ti sposti con i mezzi pubblici? In primavera prendi la bicicletta? O hai la fortuna di poterti spostare addirittura a piedi?”*: l'ultima domanda presenta il sostantivo *fortuna* e l'avverbio *addirittura* che, legati all'idea di muoversi a piedi, conferiscono a questa opzione una sfumatura di “privilegio” rispetto alle altre scelte. La risposta corretta è la B, le altre tre contengono informazioni errate (o comunque non deducibili dal testo).
- Il testo dice: *“Perché la scelta del mezzo di trasporto non cambia solo la velocità con cui puoi raggiungere la meta (la scuola in questo caso) e la serenità del tuo viaggio, ma cambia anche il costo economico per la tua famiglia (il biglietto dell'autobus, la benzina, l'assicurazione, il parcheggio per l'automobile, oppure le scarpe da passeggio). E cambia l'impatto ambientale del tuo spostamento.”*. Sono quattro le aree enumerate: velocità (quindi il tempo), serenità (quindi la comodità), costo economico (quindi il risparmio), impatto ambientale (quindi il rispetto ecologico). La risposta corretta è la D, le altre tre contengono almeno un'informazione errata (risposta A: l'età di appartenenza anagrafica; risposta B: il tempo atmosferico; risposta C: la fortuna).
- Il testo dice: *“Andare in bicicletta o a piedi non inquina per niente, i mezzi pubblici inquinano poco, andare in automobile ha un prezzo molto alto.”* e *“Per i viaggi lunghi certo non si può scegliere la bicicletta. E allora il mezzo più ecologico è il treno. Seguono l'aereo e poi l'automobile.”*. In entrambe le affermazioni, l'automobile è indicata come il mezzo di trasporto più inquinante.
- Il testo dice: *“In media, è stato calcolato che un cittadino emette 400 kg. di anidride carbonica (CO₂) ogni anno se si sposta in città con la metropolitana e almeno tre volte tanto se usa l'auto.”*. Il confronto tra i due casi indica che il mezzo pubblico inquina un terzo rispetto all'automobile, cioè il 33,33%; questo equivale al 66,66% in meno: si può dire “quasi il 70%”; quindi la risposta corretta è la D.
- Il testo cita: *“Questo prezzo lo paghiamo noi, con la nostra salute: spesso le persone che respirano aria inquinata poi si ammalano di asma o di bronchiti. E poi lo paga l'ambiente.”* La scelta di un mezzo pubblico riguarda, quindi, la salute delle persone e la salvaguardia dell'ambiente: la risposta corretta è la C.
- La parte finale del brano cita: *“Ovviamente, più il mezzo di trasporto è carico di viaggiatori, meno è l'inquinamento di cui ogni viaggiatore è responsabile. Per questo il comportamento peggiore dal punto di vista ecologico è usare l'automobile da soli.”*. Si capisce che un'altra possibile scelta consapevole ed ecologicamente vantaggiosa riguarda il numero di passeggeri condotti dai mezzi di trasporto. Le risposte A, C e D contengono informazioni imprecise o errate.
- Dal grafico si vede che un autobus pieno per un quarto, emette, per passeggero, 200 grammi di CO₂ al Km, mentre un autobus pieno per tre quarti, emette, per passeggero, 50 grammi di CO₂. Ciò significa che triplicando il numero dei passeggeri si riducono le emissioni (per passeggero) a 1/4 (cioè del 75%). La risposta corretta è la C. La risposta A è errata: l'unico passeggero di automobile, che è anche il conducente, emette 300 gr. di CO₂; un'automobile con tre viaggiatori emette, per ognuno di essi, 100 gr. di CO₂: triplicando i passeggeri le emissioni si riducono ad un terzo (cioè del 66,66%). La risposta B è errata: un passeggero di una carrozza di treno con 25 persone emette 150 gr. di CO₂, uno che viaggia su una carrozza di treno con 50 viaggiatori, ne emette 50. Raddoppiando i passeggeri le emissioni si riducono di 2/3, non della metà. La risposta D è errata: un passeggero di una carrozza di un treno con 25 passeggeri emette 150

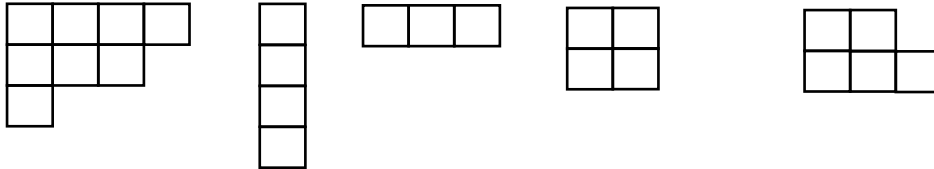
gr. di CO₂ per chilometro; un passeggero di un autobus carico per $1\frac{1}{4}$ ne emette 200. Quindi il rapporto è di $3\frac{3}{4}$ e non della metà.

8. Dal grafico si vede che un'automobile con tre persone, emette, per passeggero, 100 grammi di CO₂ al Km; una carrozza di un treno con 50 viaggiatori, emette, per passeggero, 50 grammi di CO₂. Ciò significa che il passeggero dell'automobile emette il doppio di quello del treno. La risposta corretta è la A. La risposta B è errata: un passeggero di una carrozza di treno con 50 viaggiatori emette 50 gr. di CO₂ mentre un SUV con solo il conducente emette 500 gr. di CO₂. Il rapporto è di 10 volte, non di 100. La risposta C è errata: un passeggero che viaggia su un'automobile con tre occupanti, emette 100 gr. di CO₂, un passeggero di un'automobile con solo il conducente, ne emette 300. Quindi triplicando i viaggiatori si riducono le emissioni di due terzi, non del 50%. La risposta D è errata: l'aggettivo "virtuoso" indica un buon comportamento "ecologico": dalla tabella si deduce esattamente l'opposto, virtuoso è chi si muove a piedi o in bicicletta, non virtuoso è il guidatore "solitario" di SUV.
9. Nella frase "*più il mezzo di trasporto è carico di viaggiatori, meno è l'inquinamento di cui ogni viaggiatore è responsabile*" si contrappongono il *più* con il *meno*: quindi è presente un'antitesi. La similitudine è un paragone, in generale, costruito con l'avverbio "come"; una perifrasi è la sostituzione di una parola con un "giro di parole" e la climax (meno spesso "il" climax, per indicare la figura retorica) è una serie di parole disposte in ordine crescente "di intensità".
10. La frase "*(il biglietto dell'autobus, la benzina, l'assicurazione, il parcheggio per l'automobile, oppure le scarpe da passeggio)*" è un'enumerazione, che è l'accostamento di parole poste l'una dopo l'altra in relazione coordinata (in questo caso per asindeto). Non è un paragone, né un'iperbole (che consiste nell'esagerare in eccesso o in difetto). Infine non è un chiasmo, che è la ripetizione di elementi di una frase, nella frase successiva, con ordine invertito, secondo lo schema: A – B \ B – A (che forma un incrocio immaginario, come la lettera greca "chi": X).

ESERCIZIO 5

PREMESSA

An F-diagram is a diagram of rows of boxes; the rows are left justified and of non-increasing length from top to bottom; in the following figure the first four diagram are F-diagram, the fifth is not.



An F-diagram can be represented by a list whose elements are the length of rows from top to bottom: the following lists represents the four F-diagram in figure:

[4,3,1] [1,1,1,1] [3] [2,2]

Note that the elements of a list are in non-increasing order and their sum equals the number of boxes in the corresponding diagram.

PROBLEMA

How many are the F-diagram with five boxes?

Put your answer in the box below.

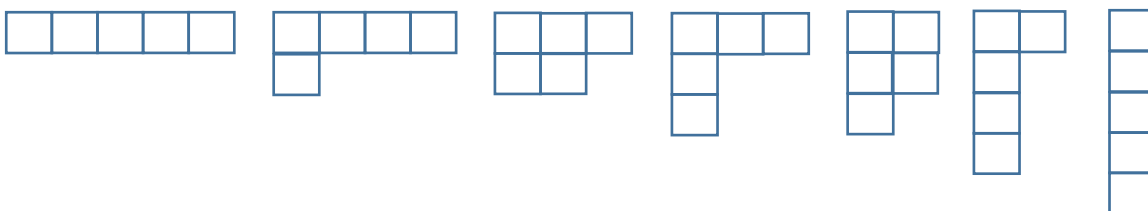
SOLUZIONE

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Le possibili liste sono:

[5], [4,1], [3,2], [3,1,1], [2,2,1], [2,1,1,1], [1,1,1,1,1]

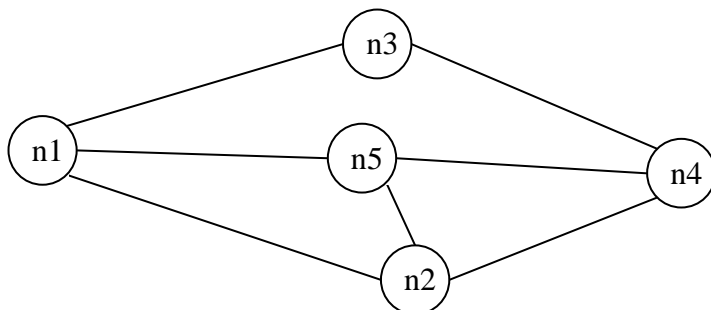
I diagrammi corrispondenti sono:



ESERCIZIO 6

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, ..., n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

- arco(n1,n2,6) arco(n1,n3,5) arco(n3,n4,4)
- arco(n1,n5,3) arco(n2,n4,3) arco(n2,n5,2)
- arco(n5,n4,6)

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza 2 + 3 + 4 = 9.

Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5]. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

- a(n1,n2,5) a(n2,n3,6) a(n3,n4,3)
- a(n4,n5,5) a(n5,n6,4) a(n6,n1,1)
- a(n2,n5,1)

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L1 del percorso semplice più breve tra n1 e n4;
2. trovare la lista L2 del percorso semplice più lungo tra n1 e n4;

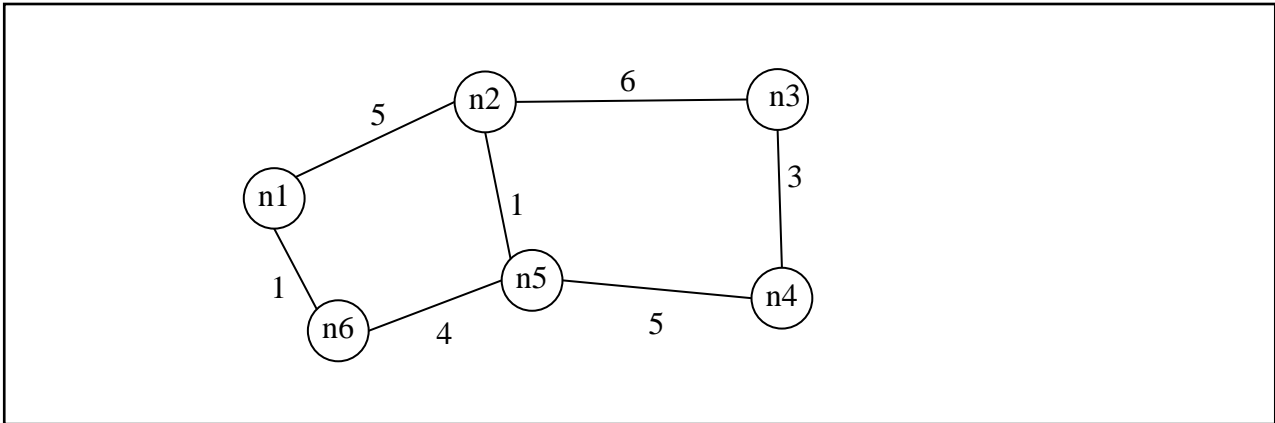
L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[n1, n6, n5, n4]
L2	[n1, n6, n5, n2, n3, n4]

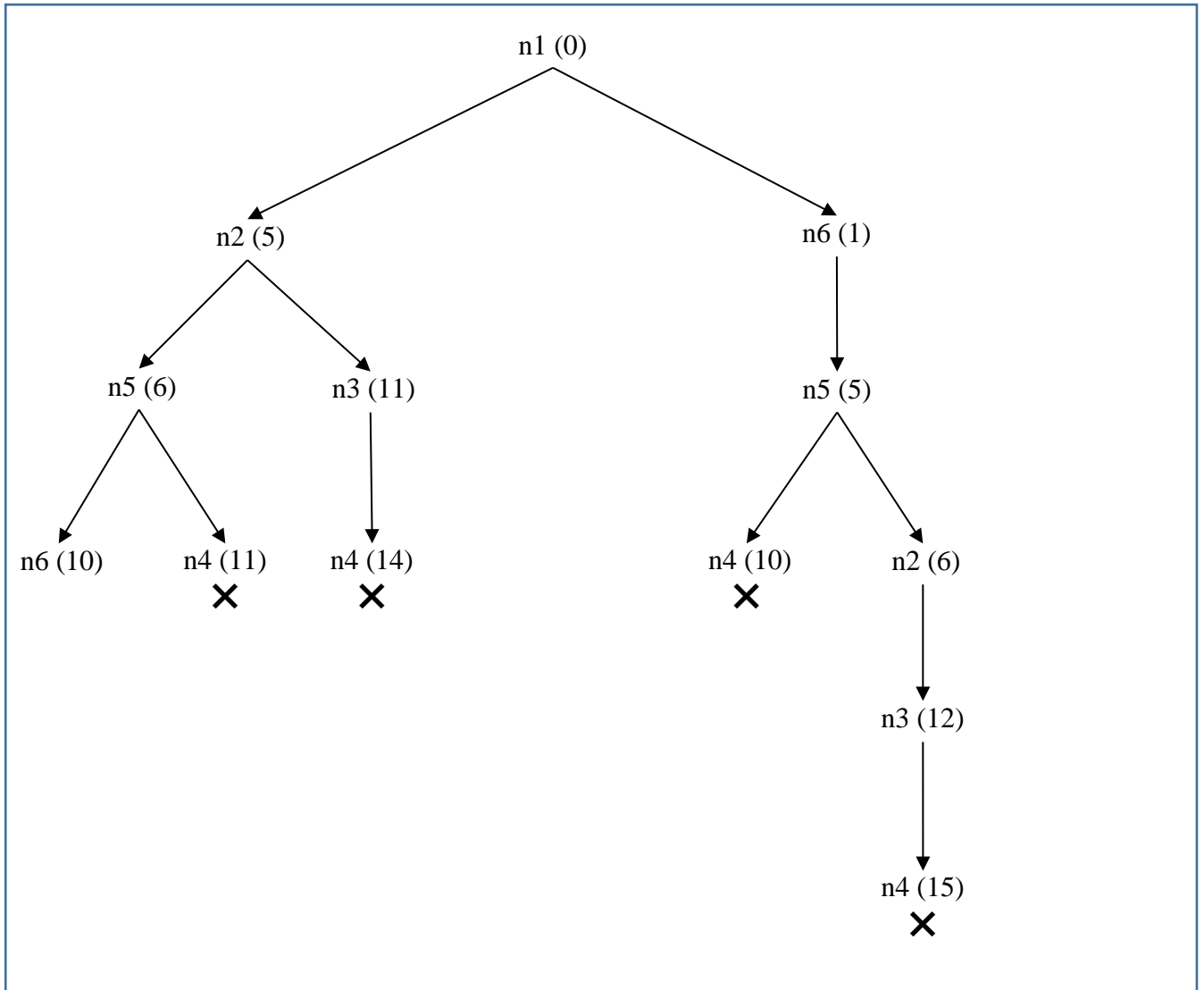
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che vengono menzionati 6 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6); si procede per tentativi: si disegnano i 6 punti nel piano e li si collega con archi rettilinei: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare e in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono necessariamente proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono segmenti di retta). Per risolvere il problema occorre elencare i cammini semplici tra n1 e n4 (con la loro lunghezza) in maniera *sistematica*, in modo da essere certi di averli presi in esame *tutti*, come nell'albero della seguente figura in cui la radice è il nodo di partenza (n1), e ogni nodo (dell'albero) ha tanti figli quanti sono i nodi (del grafo) a lui collegati purché non compaiono come antenati. Le foglie dell'albero sono il nodo di arrivo (n4) o un nodo da cui non ci si può più muovere. A ogni nodo (dell'albero) è stata aggiunta tra parentesi la distanza dalla radice.

Le foglie che individuano uno dei cammini richiesti sono segnate da una ✕.



ESERCIZIO 7

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti significativi della loro regione per la prossima stagione turistica. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e, per ciascuna di queste stabiliscono quanti di loro devono partecipare e stimano il tempo per portarla a conclusione. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	4	2
A3	3	3
A4	3	2
A5	2	2
A6	3	3
A7	6	1

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività devono succedersi opportunamente nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi esistono delle *priorità*, descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta *successiva*) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta *precedente*) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando *tutte* le precedenti sono terminate.

In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A2,A4], [A3,A4], [A4,A5], [A4,A6], [A5,A7], [A6,A7].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare per quanti giorni Gm lavora contemporaneamente al progetto il numero minimo Rm di ragazzi.

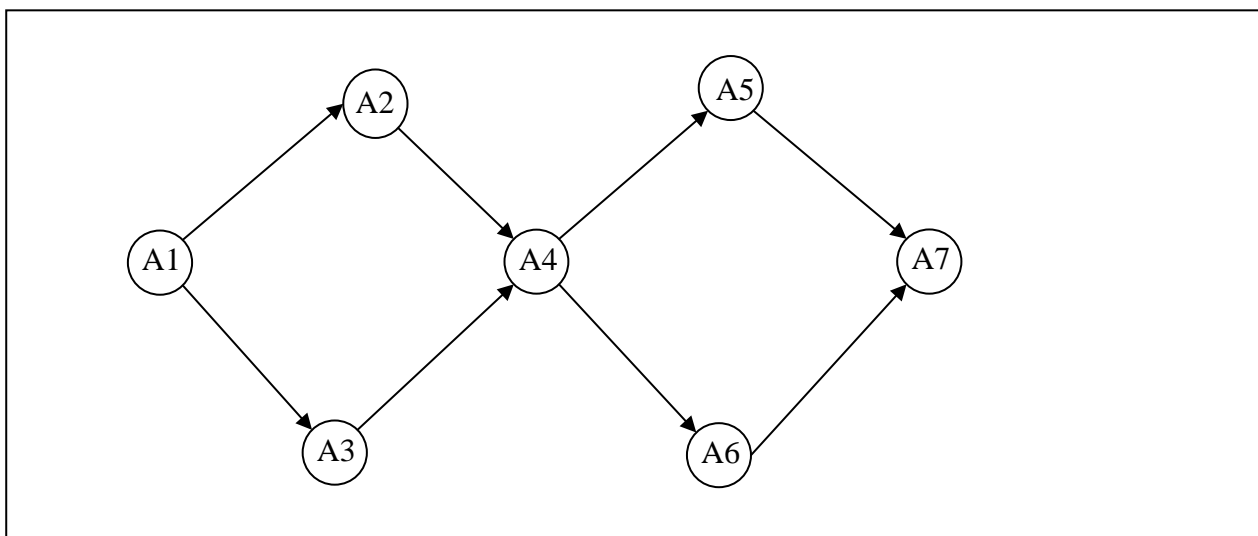
N	
Gm	
Rm	

SOLUZIONE

N	11
Gm	4
Rm	3

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.



Per costruire tale grafo (mostrato in figura) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).

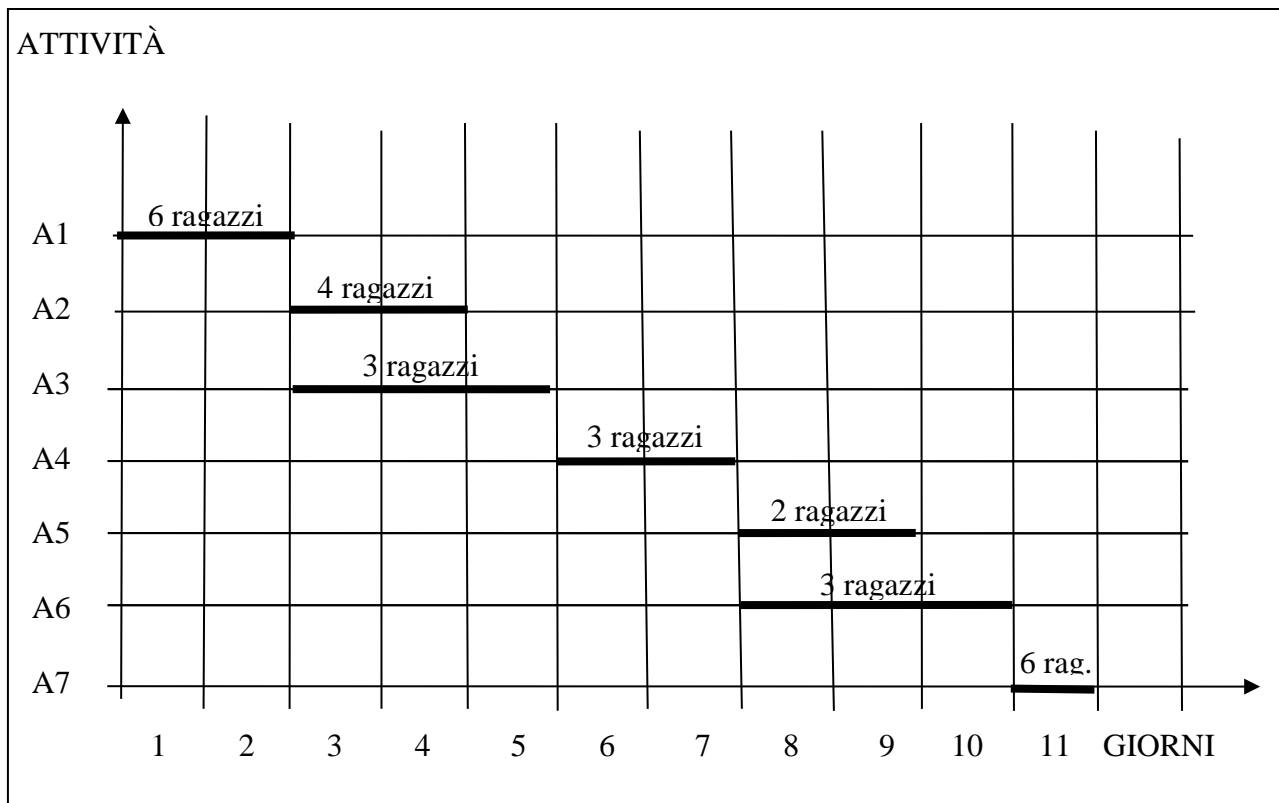
Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.

Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *finale* (in questo caso A7); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.

Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi per cercare di ottenere un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).

Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2 e A3 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). L'attività A4 può iniziare solamente quando è terminata sia la A3 sia la A2.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni e che il numero minimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 3, per 4 giorni (giorni 5, 6, 7,10).

ESERCIZIO 8

PREMESSA

Con le lettere A, B, C, ... (o in generale con nomi scritti con lettere maiuscole e numeri) si indica-
no, in una *procedura*, delle *variabili* che possono acquisire valori mediante
una *istruzione* (o *statement*) “input”,
una *istruzione* (o *statement*) di *assegnazione*.

Si consideri la procedura ESEMPIO seguente, brevemente commentata.

procedura	commento
<pre> procedura ESEMPIO; variables A, B, C, D integer; input A, B; C ← A+B; D ← C+B-A; A ← C+D; output A, C, D; endprocedura;</pre>	<pre> inizio della procedura di nome ESEMPIO si dichiara che si usano 4 variabili che assumono valori interi si acquisiscono dall'esterno valori per le variabili A e B la variabile C acquisisce valore la variabile D acquisisce valore la variabile A cambia valore si rendono disponibile all'esterno i valori delle variabili A, B e D fine della procedura</pre>

Se in input alle variabili A e B vengono assegnati rispettivamente i valori 5 e 9, in output vengono restituiti i valori 14, 18 e 32 rispettivamente per C, D, A

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate.

```

procedura PROVA1;
variables A, A1, B, K, K1, H integer;
A ← 2;
K ← 7;
A1 ← 4;
K1 ← 9;
input B;
H ← A+A1+K+K1+B;
A ← K+K1;
K ← A+B;
B ← A+H+K;
output A, B, K;
endprocedura;
```

Il valore di input per B è 9, determinare i valori di output per A, B e K.

A	
B	
K	

SOLUZIONE

A	16
B	72
K	25

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Occorre prestare attenzione al fatto che A e K cambiano valore, come illustrato di seguito.

ultimi 4 statement di assegnazione	valore assunto dalle variabili a sinistra di ←
$H \leftarrow A+A1+K+K1+B;$	$2+7+4+9+9 = 31$
$A \leftarrow K+K1;$	$7+9 = 16$
$K \leftarrow A+B;$	$16+9 = 25$
$B \leftarrow A+H+K;$	$16+31+25 = 72$

ESERCIZIO 9

PREMESSA

Durante la svolgimento di calcoli in una procedura si può porre una alternativa decisa dal valore di un *predicato*: se il predicato è vero si fanno alcune cose, se è falso se ne fanno altre. In una procedura, l'alternativa può essere descritta con la seguente struttura

```
...
if A > B
    then M = A;
    else M = B;
endif;
output M;
```

Se per esempio il valore di A è 2 e quello di B è 5, dopo l'alternativa il valore di M è 5. Naturalmente al posto di "A > B" si possono usare altri predicati, costruiti confrontando i valori di certe variabili.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```
procedure PROVA2;
variables A, B, C, D, M, N integer;
input A, B, C;
M ← A;
N ← A;
if B > M
    then M ← B;
    else N ← B;
endif;
if C > M
    then M ← C;
    else N ← C;
endif;
output M, N;
endprocedure;
```

I valori di input per A, B e C sono rispettivamente 5, 11, 9. Determinare i valori di output per M e N.

M	
N	

SOLUZIONE

M	11
N	9

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Basta eseguire, passo a passo, le operazioni indicate.

ESERCIZIO 10

PREMESSA

In una procedura si può prevedere di eseguire un insieme di operazioni (detto ciclo) un certo numero di volte; nell'esempio che segue il ciclo è fatto di due operazioni che vengono ripetute 4 volte:

```

procedura ESEMPIO;
variables A, B, K integer;
A ← 0;
B ← 0;
for K from 1 to 4 step 1 do
    A ← A+K;
    B ← B+K×K;
endfor;
output A, B;
    
```

procedura	commento
<pre> procedura ESEMPIO; variables A, B, K integer; A ← 0; B ← 0; for K from 1 to 4 step 1 do A ← A+K; B ← B+K×K; endfor; output A, B; </pre>	<p>inizio del ciclo (deve essere ripetuto 4 volte con i valori di K crescenti da 1 a 4) statement del ciclo (A assume via via i valori 1, 3, 6, 10) statement del ciclo (B assume via via i valori 1, 5, 14, 30) segnala che il ciclo arriva fin qui</p>

I valori di output sono 10 per A (la somma dei 4 valori di K) e 30 per B (la somma dei quadrati dei valori di K).

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```

procedura PROVA2;
variables A, K, J integer;
A ← 0;
for J from 1 to 4 step 1 do
    input K;
    A ← A+J+K×9
endfor;
output A;
endprocedura;
    
```

Determinare il valore di output di A, se i valori di input per K sono rispettivamente: 2, 4, -3, 1.

A	
---	--

SOLUZIONE

A	46
---	----

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I valori di A, J e K *dopo* ciascuna delle 4 ripetizioni del ciclo sono mostrate dalla seguente tabella.

ripetizione	valore di J	valore di K	valore di A
prima	1	2	19
seconda	2	4	57
terza	3	-3	33
quarta	4	1	46

ESERCIZIO 11

PROBLEMA

If 0.70 inches on a map are equal to 12 miles, how many miles is one inch equal to? Enter your answer in the box below, as a rounded decimal number with two decimal places.

N.B. Remember that in English the decimal mark is “.” (instead of “,”).

SOLUZIONE

17.14

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si può impostare una proporzione o più semplicemente osservare che se 0,7 pollici equivalgono a 12 miglia, 0,1 pollici (un settimo di 0,7) equivalgono a un settimo di 12 miglia, cioè 1,7142 miglia; quindi un pollice equivale a 17,14 miglia.

ESERCIZIO 12

PROBLEMA

Suppose today is Friday. What day of the week will it be 181 days from now? Enter your answer in the box below. Remember that in English the day of the week are capitalized.

Hint: think of a diagram or chart to make the problem easier and remember that there are 7 days in a week.

SOLUZIONE

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si può costruire una tabella come la seguente:

Monday	Tuesday	Wednesday	Thursday	Friday	Saturday	Sunday
				0	1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
17	18	19	20	21
...

in cui 0 indica “oggi”, 1 indica un giorno da oggi, e così via. Naturalmente non c’è bisogno di continuare e riempire la tabella con tutti i numeri fino a 181: basta osservare che i numeri in una stessa colonna differiscono di 7 o multipli di 7 (i giorni di una settimana); quindi 181 sarà nella stessa colonna di 174, 167, ... eccetera. Poiché

$$181 = 25 \times 7 + 6$$

181 sarà nella stessa colonna di 6: Thursday.

Un’altra maniera, più rapida, di risolvere il problema è ragionare direttamente nell’aritmetica *modulo 7*, perché si stanno contando i giorni della settimana. Si ha

$$181 \equiv 6 \pmod{7}$$

quindi occorre contare 6 giorni dopo venerdì ottenendo, appunto, giovedì (Thursday).