ESERCIZIO 1

PREMESSA

La relazione che lega il costo totale conoscendo quello unitario e il numero di oggetti acquistati può essere rappresentata col termine regola(<sigla>,[costo unitario, quantità], <costo totale>). Più in generale, con il termine

regola(<Sigla>,<Lista antecedenti>,<Conseguente>,<Peso>)

si può descrivere ogni regola di deduzione che consente di dedurre <Conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <Lista antecedenti>; ogni regola è identificata in modo univoco da <Sigla> e da un <Peso> che misura la difficoltà di applicazione di quella regola (per esempio, basso per una somma, più alto per una divisione). Un procedimento di deduzione o di calcolo è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti. Ad ogni procedimento può essere associato un peso complessivo dato dalla somma dei pesi delle singole regole che lo compongono.

PROBLEMA

È dato il seguente insieme di regole (in cui il nome del termine è "rs" invece di "regola"):

rs(1,[c1,c2],i,12).	rs(2,[c1,i],c2,7).	rs(3,[c2,i],c1,7).	rs(4,[i,h],a,7).
rs(5,[a,h],i,7).	rs(6,[i,a],h,7).	rs(7,[c1,c2],a,12).	rs(8,[c1,a],c2,12).
rs(9,[c2,a],c1,12).	rs(10,[c1,p1],h,7).	rs(11,[c1,h],p1,7).	rs(12,[p1,h],c1,7).
rs(13,[p1,p2],h,8).	rs(14,[h,p1],p2,7).	rs(15,[p2,h],p1,7).	rs(16,[c2,p2],h,7).
rs(17,[c2,h],p2,7).	rs(18,[p2,h],c2,7).	rs(19,[c1,c2,i],w,12).	rs(20,[c1,h,p1],x,15).
rs(21,[h,p2,c2],y,15).			

Si osserva che, conoscendo [**c1**,**c2**], è possibile dedurre **i** con la regola 1 e **a** con la regola 7; ma è anche possibile dedurre **h** con la regola 6 dopo aver applicato prima la regola 1 (per dedurre **i**), poi la regola 7 (per dedurre **a**). Quindi, la lista [1,7,6] descrive il procedimento per dedurre **h** conoscendo [**c1**,**c2**]. N.B. Quando due regole possono essere applicate in sequenza e non importa l'ordine, nel procedimento si applichi prima quella con la sigla di valore più basso.

Utilizzando le regole sopra riportate, trovare la lista L1 del procedimento per derivare **x** a partire da [**p1**,**p2**] e calcolarne il peso complessivo K1 e la lista L2 del procedimento per derivare **y** a partire da [**p1**,**c1**] e calcolarne il peso complessivo K2.

L1	
L2	
K1	
K2	

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

									S				
					P								
➔													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di sei colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].
La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra. Il robot ha sempre uno dei quattro orientamenti seguenti descritti con: n (nord, verso l'alto), s (sud, verso il basso), e (est, verso destra), o (ovest, verso sinistra).
N.B. Non confondere "o" come descrizione dell'orientamento e "o" come comando.

PROBLEMA

In un campo di gara, sufficientemente ampio, si trovano due robot (A e B) che devono compiere due percorsi così definiti:
robot A: coordinate della partenza [1,1], direzione **e**, lista dei comandi:

[f,a,f,f,f,f,o,f,f,f,f,a,f,f,f];

robot B: coordinate della partenza [9,9], direzione **s**, lista dei comandi:

[f,f,f,o,f,f,f,f,a,f,f,f,a,f,f,o,f,o,f,f].

Determinare la lista L delle caselle in cui i due *percorsi* si incrociano.
N.B. quanto segue:

1. una casella si indica con la lista delle sue due coordinate: per esempio [3,4] oppure [11,7];
2. L può essere la lista vuota ([]: vuol dire che i percorsi non si incrociano);
3. L può essere la lista di un solo elemento (per esempio [[4,5]]) o la lista di due elementi (per esempio [[3,4],[9,6]]) o la lista di più elementi;
4. se L ha due o più elementi questi devono comparire in ordine crescente di ascissa; a parità di ascissa, in ordine crescente di ordinata.

L	

ESERCIZIO 3

PROBLEMA

Nel seguente testo sostituire a ciascun X1, X2, ecc. la parola più appropriata, scelta tra quelle proposte. (N.B. solo una scelta è *coerente* col significato generale del testo, anche se altre sono sintatticamente possibili; per svolgere l'esercizio non è necessario conoscere l'argomento trattato nel brano).

Fra i traduttori attivi in Spagna, il più grande fu forse Gerardo da Cremona (1114-X1). Si era recato in Spagna per imparare l'arabo allo scopo di capire Tolomeo, ma finì per dedicare il resto della sua vita a traduzioni dall'arabo; fra queste la X2 in latino di una versione riveduta della X2 araba degli *Elementi* di Euclide che era stata fatta da Thabit ibn-Qurra. La X2 di Gerardo era molto migliore di quella di Adelardo. Nel 1175 Gerardo tradusse l'*Almagesto*, e fu principalmente attraverso questa X2 che si diffuse in Occidente la X5 di Tolomeo. A Gerardo da Cremona viene attribuita la X2 di oltre ottantacinque opere, ma è possibile datare soltanto quella di X7; fra le sue opere vi è anche un adattamento in latino dell'*Algebra* di al-Kuwarizmi, sebbene una precedente e più popolare X2 dell'*Algebra* fosse stata fatta nel 1145 da Roberto da Chester. A questa X2, la X6 che sia mai stata fatta del trattato di al-Kuwarizmi (così come era stata la X6 del *Corano*, fatta pochi anni prima dallo stesso X4), può essere fatto risalire l'inizio dell'X3 europea.

Lista delle scelte:

A armonia	M arte
B 1167	N scienza
C Gerardo	O Euclide
D versione	P migliore
E nozione	Q terza
F seconda	R 1187
G Roberto	S al-Kuwarizmi
H traduzione	T algebra
I conoscenza	U prima
L Tolomeo	V classica
K voltura	Z 1174

Indicare le scelte con la lettera maiuscola corrispondente.

X1	
X2	
X3	
X4	
X5	
X6	
X7	

ESERCIZIO 4

PREMESSA
In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14x5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q											
		5	■	■		■			S				
			7	P									
		1											

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di sei colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot sono [1,1].
Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

	♘		♘	
♘				♘
♘				♘
	♘		♘	

Ciascuna mossa del cavallo può essere individuata dalle rispettive direzioni come indicate nella rosa dei venti (nord-nord-est, est-nord-est, est-sud-est, sud-sud-est, sud-sud-ovest, ovest-sud-ovest, ovest-nord-ovest, nord-nord-ovest) e riprodotte nel seguente schema

	nno		nne	
ono				ene
oso				ese
	sso		sse	

Il campo di gara contiene caselle interdette al robot (segnate da un quadrato nero) quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili. In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]]. Un percorso del robot è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista: [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]] e ha un totale di premi accumulati pari a 8. Se fosse vietata la direzione ese, il robot non potrebbe saltare da [3,2] a [5,1] e un percorso da P a Q (con valore dei premi pari a 1) potrebbe essere

[[5,3],[3,2],[1,1],[2,3],[3,5]].

PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 5×5, il robot si trova in [1,1]; deve fare un percorso *chiuso*, cioè partire dalla casella iniziale e ritornarci, e *semplice*, cioè senza passare due volte in una stessa casella (quindi tutte le caselle del percorso sono diverse, tranne la partenza e l'arrivo); nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista

[[3,4],[2,1],[1,4],[4,1],[2,4],[2,5],[3,3],[3,5],[5,2]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista

[[2,3,5],[5,4,9],[3,2,6]].

Al robot è, inoltre, vietata la mossa corrispondente alla direzione est-nord-est (ene).

Trovare:

A. il numero N di possibili percorsi diversi chiusi e semplici;
B. la lista L dei valori dei premi accumulati in questi percorsi, elencati in ordine non decrescente.

N	
L	

ESERCIZIO 5

PREMESSA
Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.
Le attività sono descritte col seguente termine

a(<sigla attività>,<durata in giorni>,<ragazzi impegnati>);

esempio, il termine a(A1,1,6) significa che l'attività A1 dura un giorno e impiega 6 ragazzi.
Le attività non possono svolgersi tutte contemporaneamente, ma devono essere rispettate delle priorità descritte con termini del tipo

p(<precedente>,<successiva>);

come per esempio p(A4,A8) e p(A6,A8); ogni termine esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando *tutte* le precedenti sono terminate; i due termini appena visti implicano che l'attività A8 può iniziare solo dopo che sono terminate le due attività A4 e A6.
N.B. Si dice *prima attività* del progetto quella che non ha precedenti; si dice *ultima attività* del progetto quella che non ha successive; in un progetto "ben fatto" sono uniche.

PROBLEMA.
Le attività di questo progetto sono descritte nella seguente lista:

[a(A1,1,3),a(A2,2,2),a(A3,2,3),a(A4,2,1),a(A5,1,1),a(A6,2,4),a(A7,2,2),a(A8,2,3),a(A9,2,6),a(A10,1,4),a(A11,1,3),a(A12,1,3) ,a(A13,2,7),a(A14,2,1),a(A15,1,2),a(A16,2,1),a(A17,1,1),a(A18,1,3)].

Le priorità sono descritte dalla seguente lista:

[p(A1,A2),p(A1,A3),p(A2,A4),p(A2,A5),p(A3,A6),p(A3,A7),p(A4,A8),p(A5,A8),p(A5,A15),p(A6,A12),p(A7,A11),p(A7,A10),p(A9,A12),p(A6,A13),p(A11,A14),p(A10,A14),p(A13,A18),p(A12,A18) ,p(A3,A5),p(A8,A9),p(A14,A18),p(A1,A17),p(A17,A7),p(A3,A16),p(A16,A11),p(A15,A12)].

Si supponga che siano disponibili a lavorare *contemporaneamente* al progetto *solamente* 10 ragazzi; posto che ogni attività inizi *prima possibile* (nel rispetto delle priorità) e col vincolo naturale di non impiegare contemporaneamente più risorse di quelle disponibili, determinare:

- il numero (minimo) N di giorni necessari per completare il progetto;
- l'unicità U: cioè se, nel numero N di giorni, esiste una sola maniera di organizzare il progetto.

N.B. Per l'unicità U rispondere SI oppure NO (in lettere maiuscole).

N	
U	

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella procedura seguente, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output.

```
procedure PROVA1;
variables A, B, K integer;
K ← 0;
input A, B;
while A ≥ B do
        A ← A - B;
        K ← K + 1;
endwhile;
output A, K;
endprocedure;
```

Completare la seguente tabella con i valori di output.

Lista dei valori in input per A e B	Lista dei valori in output per A e K
[30,12]	
[40,7]	
[60,11]	

ESERCIZIO 7

PREMESSA
Nello pseudolinguaggio oltre al tipo “integer” che descrive variabili che hanno valore intero, esiste anche il tipo “real”, che descrive variabili che hanno valore razionale: un tale valore si può pensare come un numero (in rappresentazione decimale) “con il punto”. In alcuni linguaggi di programmazione è usato il termine “float” invece di “real”.
N.B. Si segue la convenzione anglosassone di scrivere i numeri decimali col “.” *e non con la* “,”.

PROBLEMA
Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella procedura seguente, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output.

```
procedure PROVA2;
variables N integer;
variables A, B, C, A1, B1, C1 real;
input N, A, B, C;
for I from 1 to N step 1 do
        A1 ← A – B + C;
        B1 ← A + B - C;
        C1 ← A - C + B;
        A ← A1;
        B ← B1;
        C ← C1;
endfor;
output A1, B1, C1;
endprocedure;
```

Con i valori di input per N, A, B e C riportati in tabella, calcolare i valori di output per A1, B1, C1.

N	A	B	C	A1	B1	C1
9	1.0	7.0	13.0			
20	15.0	2.0	19.0			

ESERCIZIO 8

PROBLEMA
Si consideri la funzione $f(x)$ (da numeri naturali a numeri naturali) definita come segue:

$$f(0) = 1$$
$$f(n+1) = f(n)(1+f(n))$$

Si costruisca la lista L contenente nell’ordine i valori di $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$, $f(5)$.

L	

ESERCIZIO 9

PREMESSA
Un certo numero di pacchi, di peso complessivo *P*, deve essere suddiviso in due contenitori, ciascuno dei quali può contenere un peso massimo *P*/2, con la possibilità di scartare al più un *solo* pacco (che quindi non viene inserito in nessun contenitore).
N.B. Si prende in considerazione solo il *peso* dei pacchi, non altri parametri come volume o dimensioni; in particolare due pacchi dello stesso peso sono indistinguibili.
Per suddividere i pacchi tra i contenitori si usa il seguente metodo:

- disporre i pacchi "in fila" in un ordine iniziale *qualunque*;
- aprire il primo contenitore;
- inserire uno dopo l'altro nel primo contenitore i pacchi della fila, fino a quando si incontra un pacco che non entra più nel primo contenitore;
- lasciare il pacco in fila, chiudere il primo contenitore e aprire il secondo contenitore;
- inserire uno dopo l'altro nel secondo contenitore i pacchi rimasti nella fila: se si incontra un pacco che non entra nel secondo contenitore, scartare il pacco e continuare con i successivi.

Si verifica facilmente che il metodo funziona (sempre) per due pacchi: se i due pacchi hanno peso eguale, ciascuno viene sistemato in un contenitore, altrimenti uno solo (quello di peso più grande) viene scartato.

PROBLEMA
Sono dati 5 pacchi, di peso rispettivamente 10,11,30,40,11 chilogrammi.
Il metodo esposto precedentemente nella PREMESSA permette che si riesca sempre a riempire correttamente i due contenitori con tutti i pacchi, scartandone al più uno? Oppure il metodo *fallisce*, cioè c'è qualche ordine iniziale con il quale avanza più di un pacco?
Determinare la lista L delle liste dei pacchi dati per cui il metodo fallisce; naturalmente se il metodo ha (sempre) successo L è la lista vuota (da indicare con []), altrimenti essa contiene come elementi una o più liste con 5 elementi. Se ci sono più liste queste devono comparire in ordine crescente del primo elemento, quelle che hanno lo stesso primo elemento devono comparire in ordine crescente del secondo, e così via.

L	

ESERCIZIO 10

PROBLEMA
A man went into a bank with exactly £1000 in pound coins. He gave them to a cashier and asked the cashier to put the money into 10 bags in such a way that if he later needed any amount of coins up to £1000, he could lay his hands on that amount without needing to open any of the bags. How did the cashier achieve this?
Put the number of coins in each bag, in descending order, in the list L.

L	