ESERCIZIO 1

PREMESSA

La relazione che lega il costo totale conoscendo quello unitario e il numero di oggetti acquistati può essere rappresentata col termine regola(<sigla>,[costo unitario, quantità], <costo totale>). Più in generale, con il termine

reg(<Sigla>,<Lista antecedenti>,<Conseguente>,<Peso>)

si può descrivere ogni regola di deduzione che consente di dedurre <Conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <Lista antecedenti>; ogni regola è identificata in modo univoco da <Sigla>; il <Peso> misura la difficoltà di applicazione di quella regola (per esempio, basso per una somma, più alto per una divisione). Un procedimento di deduzione o di calcolo è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Se, ad esempio, è assegnato il seguente insieme di regole

reg(11,[a,g],z)   reg(12,[m,f,g],w)   reg(13,[a,b,w],q)
reg(14,[r,g],b)   reg(15,[a,b],s)   reg(20,[a,z],w)

conoscendo [**a**,**g**], è possibile dedurre **z** con la regola 11; ma è anche possibile dedurre **w** applicando prima la regola 11 (per dedurre **z**) e poi la regola 20 per dedurre **w**; quindi, la lista di sigle [11,20] descrive il procedimento per dedurre **w** conoscendo [**a**,**g**].

Ad ogni procedimento può essere associato un peso complessivo dato dalla somma dei pesi delle singole regole che lo compongono.

PROBLEMA

È dato il seguente insieme di regole:

reg(1,[a,b],d,5)   reg(2,[u],t,3)   reg(3,[t],a,1)
reg(4,[v,w],b,6)   reg(5,[u,v],w,8)   reg(6,[e,c],d,9)
reg(7,[p,q],d,4)   reg(8,[g],e,2)   reg(9,[u],p,3)
reg(10,[u,v],q,7)   reg(11,[v],c,6)   reg(12,[u],g,6)
reg(13,[p,r],h,11)   reg(14,[t,x],i,9)   reg(15,[x,g],m,9)

A partire da [**u**,**v**] trovare:

– la lista L1 per derivare **d** con l’applicazione di tre regole;
– la lista L2 per derivare **d** con l’applicazione di quattro regole;
– la lista L3 per derivare **d** con l’applicazione di cinque regole.

Elencare le sigle nell’ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. In casi di alternativa (cioè ci siano più regole applicabili) dare la precedenza alla regola con sigla inferiore.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

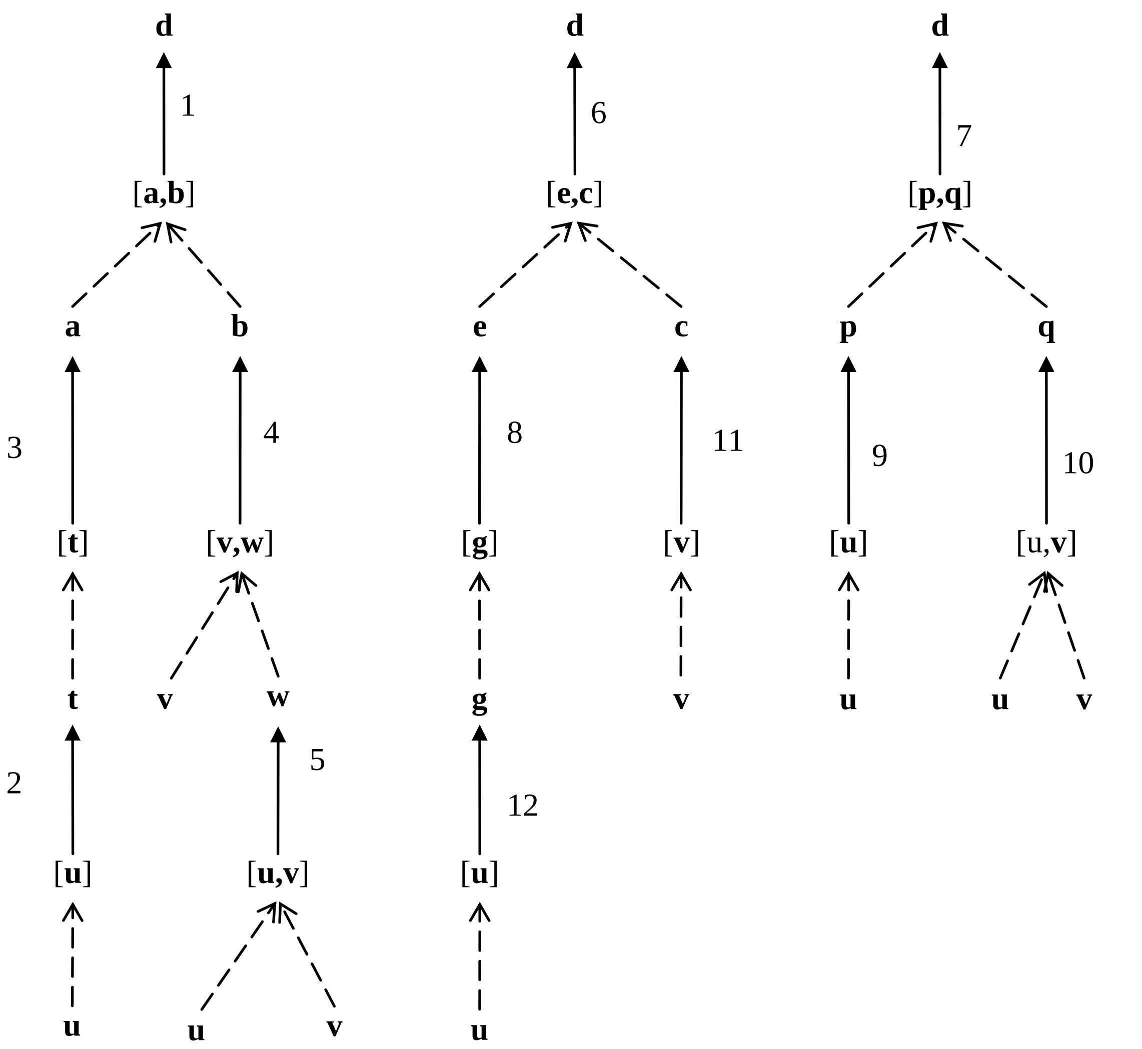
L1	[9,10,7]
L2	[11,12,8, 6]
L3	[2,3,5,4,1]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per dedurre **d** si possono usare le regole 1, 6, 7. In ciascun caso si dovranno quindi applicare regole per dedurre gli antecedenti, a partire da **u** e **v**.

In generale, per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola le cui premesse sono tutte note (i dati) la soluzione è trovata, altrimenti si deve continuare a cercare regole per derivare i tutti termini incogniti; il metodo è illustrato nella *prima* figura seguente, in cui le frecce non tratteggiate (di tipo OR) indicano le regole applicabili (la sigla è scritta a fianco) e le frecce tratteggiate (di tipo AND) indicano gli antecedenti della regola. In questo modo si trovano procedimenti per derivare l'incognita rappresentati graficamente da alberi, le cui foglie sono (tutte) dati.
Un altro metodo è quello *forward* (o *bottom up*) che consiste nel partire dai dati e usare le regole applicabili per aumentare la conoscenza via via fino a comprendere l'incognita; il metodo è illustrato nella *seconda* figura seguente.
N.B. Nel primo caso la successione delle regole applicate è dal basso verso l'alto; nel secondo caso è dall'alto al basso.

***backward* (o *top down*)**



***forward* (o *bottom up*)**

$$
\begin{tikzcd}
{[u,v]} \arrow[d, "2"] & {[u,v]} \arrow[d, "11"] & {[u,v]} \arrow[d, "9"] \\
{[u,v,t]} \arrow[d, "3"] & {[u,v,c]} \arrow[d, "12"] & {[u,v,p]} \arrow[d, "10"] \\
{[u,v,t,a]} \arrow[d, "5"] & {[u,v,c,g]} \arrow[d, "8"] & {[u,v,p,q]} \arrow[d, "7"] \\
{[u,v,t,a,w]} \arrow[d, "4"] & {[u,v,c,g,e]} \arrow[d, "6"] & {[u,v,p,q,d]} \\
{[u,v,t,a,w,b]} \arrow[d, "1"] & {[u,v,c,g,e,d]} & \\
{[u,v,t,a,w,b,d]} & &
\end{tikzcd}
$$

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

									S				
					P								
➔													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].

La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

– girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
– girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
– avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra.

Le rotazioni oraria e antioraria sono istantanee, mentre *l'avanzamento (comando f) richiede un giorno*. I due percorsi sono diversi, ma vengono entrambi eseguiti in sette giorni (perché ciascuno è il risultato di 7 comandi f).

Il robot ha sempre uno dei quattro orientamenti seguenti descritti con: n (nord, verso l'alto), s (sud, verso il basso), e (est, verso destra), o (ovest, verso sinistra).

N.B. Non confondere "o" come descrizione dell'orientamento e "o" come comando.

PROBLEMA

In un campo di gara, sufficientemente ampio, si trovano due robot che devono compiere due tragitti così definiti:

- primo robot: coordinate della partenza [4,6], direzione **o**, lista dei comandi:

[f,f,a,f,f,a,f,f,f,f,f,o,f,f,o,o,f,f,f,f]

- secondo robot: coordinate della partenza [6,6], direzione **n**, lista dei comandi:

[f,o,f,f,o,f,f,o,f,f,a,f,f,a,f,f,o,f,o,f,f,f,o,f,f,f,a,f,f,f,f,o,f,o,f,f,f,f].

Trovare:

– le coordinate X1, Y1 e l'orientamento D1 del primo robot al termine del suo percorso;
– le coordinate X2, Y2 e l'orientamento D2 del secondo robot al termine del suo percorso;
– il numero N di caselle che sono attraversate (almeno una volta) da *entrambi* i robot;
– il numero di giorni M che passano prima che i robot, *partendo contemporaneamente*, si incontrano per la prima volta nella stessa casella.

X1	
Y1	

D1	
X2	
Y2	
D2	
N	
M	

SOLUZIONE

X1	7
Y1	6
D1	n
X2	5
Y2	6
D2	e
N	9
M	8

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I percorsi dei robot si possono ottenere disegnandoli o, in maniera più sistematica, compilando tabelle come le seguenti, che mostrano lo stato del robot *dopo* ogni comando. (Si noti come l'azione del comando "f", che aumenta o diminuisce una della coordinate, dipende dall'orientamento.)

PERCORSO DEL PRIMO ROBOT

comando		**stato iniziale**	**stato finale**	**giorno**	
1	f	[4,6,o]	[3,6,o]	1	2 caselle comune con l'altro percorso
2	f	[3,6,o]	[2,6,o]	2	casella comune con l'altro percorso
3	a	[2,6,o]	[2,6,s]	2	
4	f	[2,6,s]	[2,5,s]	3	casella comune con l'altro percorso
5	f	[2,5,s]	[2,4,s]	4	
6	a	[2,4,s]	[2,4,e]	4	
7	f	[2,4,e]	[3,4,e]	5	
8	f	[3,4,e]	[4,4,e]	6	
9	f	[4,4,e]	[5,4,e]	7	casella comune con l'altro percorso
10	f	[5,4,e]	[6,4,e]	8	casella comune e *incontro* con l'altro robot
11	f	[6,4,e]	[7,4,e]	9	
12	o	[7,4,e]	[7,4,s]	9	
13	f	[7,4,s]	[7,3,s]	10	casella comune e *incontro* con l'altro robot
14	f	[7,3,s]	[7,2,s]	11	casella comune con l'altro percorso
15	o	[7,2,s]	[7,2,o]	11	
16	o	[7,2,o]	[7,2,n]	11	
17	f	[7,2,n]	[7,3,n]	12	
18	f	[7,3,n]	[7,4,n]	13	
19	f	[7,4,n]	[7,5,n]	14	casella comune con l'altro percorso
20	f	[7,5,n]	[7,6,n]	15	

PERCORSO DEL SECONDO ROBOT

comando		**stato iniziale**	**stato finale**	**giorno**	
1	f	[6,6,n]	[6,7,n]	1	
2	o	[6,7,n]	[6,7,e]	1	
3	f	[6,7,e]	[7,7,e]	2	
4	f	[7,7,e]	[8,7,e]	3	
5	o	[8,7,e]	[8,7,s]	3	
6	f	[8,7,s]	[8,6,s]	4	
7	f	[8,6,s]	[8,5,s]	5	
8	o	[8,5,s]	[8,5,o]	5	
9	f	[8,5,o]	[7,5,o]	6	casella comune con l’altro percorso
10	f	[7,5,o]	[6,5,o]	7	
11	a	[6,5,o]	[6,5,s]	7	
12	f	[6,5,s]	[6,4,s]	8	casella comune e *incontro* con l’altro robot
13	f	[6,4,s]	[6,3,s]	9	
14	a	[6,3,s]	[6,3,e]	9	
15	f	[6,3,e]	[7,3,e]	10	casella comune e *incontro* con l’altro robot
16	f	[7,3,e]	[8,3,e]	11	
17	o	[8,3,e]	[8,3,s]	11	
18	f	[8,3,s]	[8,2,s]	12	
19	o	[8,2,s]	[8,2,o]	12	
20	f	[8,2,o]	[7,2,o]	13	casella comune con l’altro percorso
21	f	[7,2,o]	[6,2,o]	14	
22	f	[6,2,o]	[5,2,o]	15	
23	o	[5,2,o]	[5,2,n]	15	
24	f	[5,2,n]	[5,3,n]	16	
25	f	[5,3,n]	[5,4,n]	17	casella comune con l’altro percorso
26	f	[5,4,n]	[5,5,n]	18	
27	a	[5,5,n]	[5,5,o]	18	
28	f	[5,5,o]	[4,5,o]	19	
29	f	[4,5,o]	[3,5,o]	20	
30	f	[3,5,o]	[2,5,o]	21	casella comune con l’altro percorso
31	f	[2,5,o]	[1,5,o]	22	
32	o	[1,5,o]	[1,5,n]	22	
33	f	[1,5,n]	[1,6,n]	23	
34	o	[1,6,n]	[1,6,e]	23	
35	f	[1,6,e]	[2,6,e]	24	casella comune con l’altro percorso
36	f	[2,6,e]	[3,6,e]	25	casella comune con l’altro percorso
37	f	[3,6,e]	[4,6,e]	26	casella comune con l’altro percorso
38	f	[4,6,e]	[5,6,e]	27	

ESERCIZIO 3

PROBLEMA

Nel seguente testo sostituire a X1, X2, ecc. la parola più appropriata, scelta tra quelle proposte. (N.B. Solo una scelta è *coerente* col significato generale del testo, anche se altre sono sintatticamente possibili; per svolgere l'esercizio non è necessario conoscere l'argomento trattato nel brano.)

Leibniz oltre che matematico era anche filosofo; per questa ragione, il suo più importante X1 matematico, dopo il calcolo infinitesimale, fu nel campo della X2. Così come nel calcolo ciò che maggiormente lo interessò fu il suo aspetto di universalità, lo stesso orientamento presentavano i suoi sforzi nel campo della X2. Era sua ambizione ridurre tutte le cose a un ordine X3: per ridurre le discussioni logiche a una forma sistematica, progettò di sviluppare una caratteristica X3 che sarebbe servita come una sorta di algebra della logica. Il suo primo X4 matematico del 1666 era stato una dissertazione sull'analisi combinatoria, e fin da allora egli aveva avuto l'intuizione di una logica X5 formale. Per esprimere i pochi X6 fondamentali necessari al pensiero si dovevano introdurre simboli universali o ideogrammi, mentre le idee composte avrebbero dovuto essere formulate da questo "alfabeto" di X6, esattamente come le formule sviluppate in matematica. Lo stesso sillogismo avrebbe dovuto essere ridotto a una sorta di X7 universale comprensibile in tutte le lingue.

Lista delle scelte:

A scritto	M letteratura
B politica	N universale
C singolare	O simbolica
D astrusa	P contributi
E controlli	Q pensiero
F calcolo	R logica
G matematica	S astrale
H peculiare	T radicata
I complessa	U insiemi
L concetti	V contributo
K ordine	Z vita

Indicare le scelte con la lettera maiuscola corrispondente.

X1	
X2	
X3	
X4	
X5	
X6	
X7	

SOLUZIONE

X1	V
X2	R
X3	N
X4	A
X5	O
X6	L
X7	F

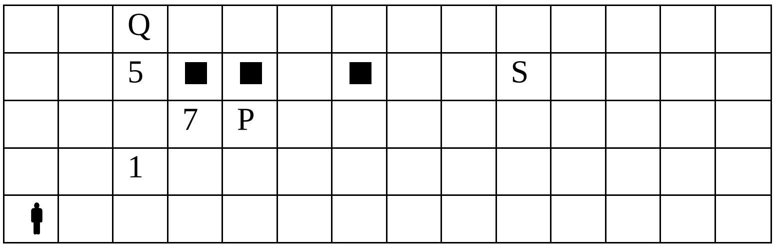
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Variabile	**Presumibili proprietà grammaticali o sintattiche**	**Scelte possibili**	**Scelta corretta**
X1	sost. maschile singolare	scritto, calcolo, ordine, pensiero, contributo	contributo
X2	sost. femminile singolare	politica, matematica, letteratura, logica, vita	logica
X3	aggettivo seconda classe	singolare, peculiare, universale, astrale	universale
X4	sost. maschile singolare	scritto, calcolo, ordine, pensiero, contributo	scritto
X5	aggettivo femm. singolare	astrusa, complessa, simbolica, radicata	simbolica
X6	sost. maschile plurale	controlli, concetti, contributi, insiemi	concetti
X7	sost. maschile singolare	scritto, calcolo, ordine, pensiero, contributo	calcolo

ESERCIZIO 4

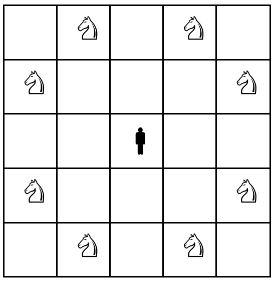
PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14 × 5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).



Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella quinta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente il robot sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).



Il campo di gara contiene caselle interdette al robot (segnate da un quadrato nero in figura) quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili.

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. I premi sono descritti fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]]. Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista: [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]] e ha un totale di premi accumulati pari a 8.

PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 4×4, il robot si trova nella casella [1,1]; deve fare un percorso *chiuso*, cioè partire dalla casella iniziale e ritornarci, e *semplice*, cioè senza passare due volte in una stessa casella: quindi tutte le caselle di un tale percorso sono diverse, tranne la prima (partenza) e l'ultima (arrivo) che sono eguali; si noti, inoltre, che per ogni percorso chiuso semplice che passi per più di una casella intermedia (cioè diversa da quella comune di partenza e di arrivo) ne esiste un altro, diverso che possiamo chiamare *simmetrico*, che si ottiene invertendo l'ordine (di percorrenza) delle caselle: *in questo problema un percorso e il suo simmetrico sono considerati lo stesso percorso*.

Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[3,4],[4,3],[4,4],[3,3]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[2,3,3],[4,2,4],[3,1,1],[2,4,5]].

Trovare:

– il numero N di possibili percorsi chiusi e semplici *diversi* (*contando una sola volta un percorso e il suo simmetrico*);
– la lista L dei valori dei premi raccolti in questi percorsi, elencati in ordine crescente.

N	
L	

SOLUZIONE

N	4
L	[0,3,7,9]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nello schema seguente:

	5	■	■
	3	■	■
			4
		1	

I percorsi possibili sono:

– [[1, 1], [3, 2], [1, 3], [2, 1], [4, 2], [2, 3], [1, 1]] valore dei premi raccolti: 7
– [[1, 1], [3, 2], [1, 1]] valore dei premi raccolti: 0
– [[1, 1], [2, 3], [1, 1]] valore dei premi raccolti: 3
– [[1, 1], [2, 3], [3, 1], [1, 2], [2, 4], [3, 2], [1, 1]] valore dei premi raccolti: 9

ESERCIZIO 5

PREMESSA
Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.
Le attività sono descritte col seguente termine

a(<sigla attività>,<durata in giorni>,<ragazzi impegnati>);

esempio, il termine a(A1,2,6) significa che l'attività A1 dura due giorni consecutivi e impiega 6 ragazzi.
Le attività non possono svolgersi tutte contemporaneamente, ma devono essere rispettate delle priorità descritte con termini del tipo

p(<precedente>,<successiva>);

come per esempio p(A4,A8) e p(A6,A8); ogni termine esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando *tutte* le precedenti sono terminate; i due termini appena visti implicano che l'attività A8 può iniziare solo dopo che sono terminate le due attività A4 e A6.

PROBLEMA
Le attività di un progetto sono descritte nella seguente lista di termini:

[a(A1,1,3),a(A2,2,2),a(A3,3,2),a(A4,2,1),a(A5,2,1),a(A6,2,2),a(A7,2,3),a(A8,2,2),a(A9,2,3),a(A10,1,2),a(A11,1,3),a(A12,1,2),a(A13,2,2),a(A14,1,4)].

Le priorità sono descritte dalla seguente lista di termini:

[p(A1,A2),p(A1,A3),p(A2,A4),p(A2,A5),p(A1,A6),p(A3,A7),p(A4,A8),p(A5,A8),p(A6,A10),
p(A7,A12),p(A8,A9),p(A10,A12),p(A11,A13),p(A3,A11),p(A9,A14),p(A12,A13), p(A13,A14),
p(A6, A7)].

Si supponga che *solo 6* ragazzi siano disponibili a lavorare contemporaneamente sul progetto e che ogni attività inizi *prima possibile* (nel rispetto delle priorità e della disponibilità delle risorse umane in quel momento); determinare:

- il numero (minimo) N di giorni necessari per completare il progetto;
- l'unicità U: cioè se, nel numero N di giorni, esiste una sola maniera di organizzare il progetto.

N.B. Per l'unicità U rispondere SI oppure NO (in lettere maiuscole).

N	
U	

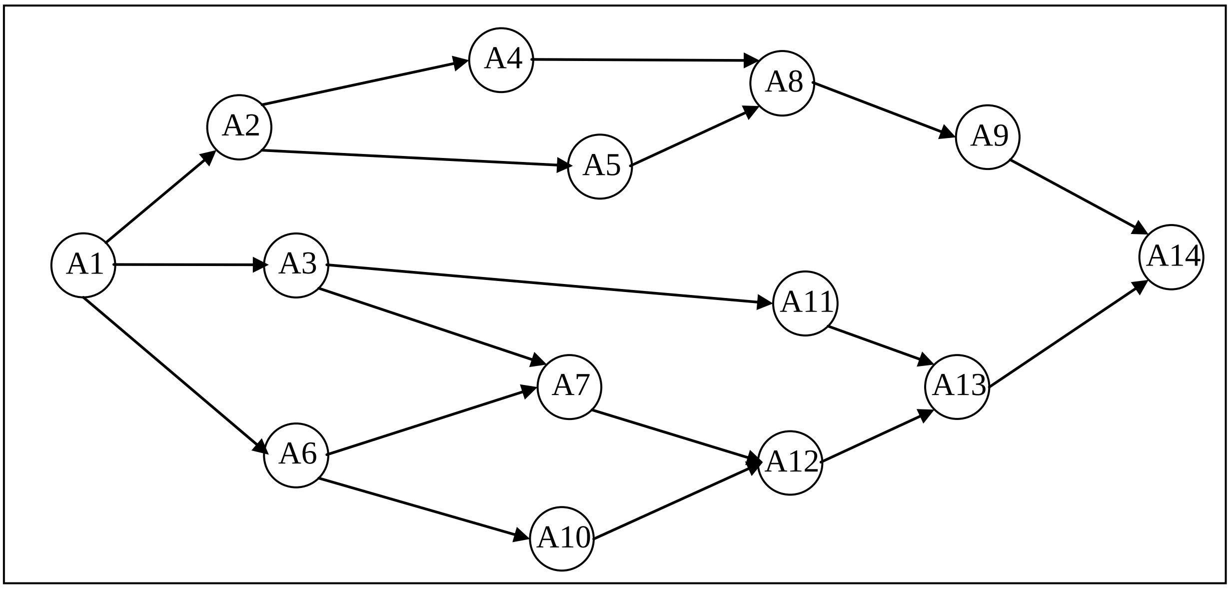
SOLUZIONE

N	11
U	NO

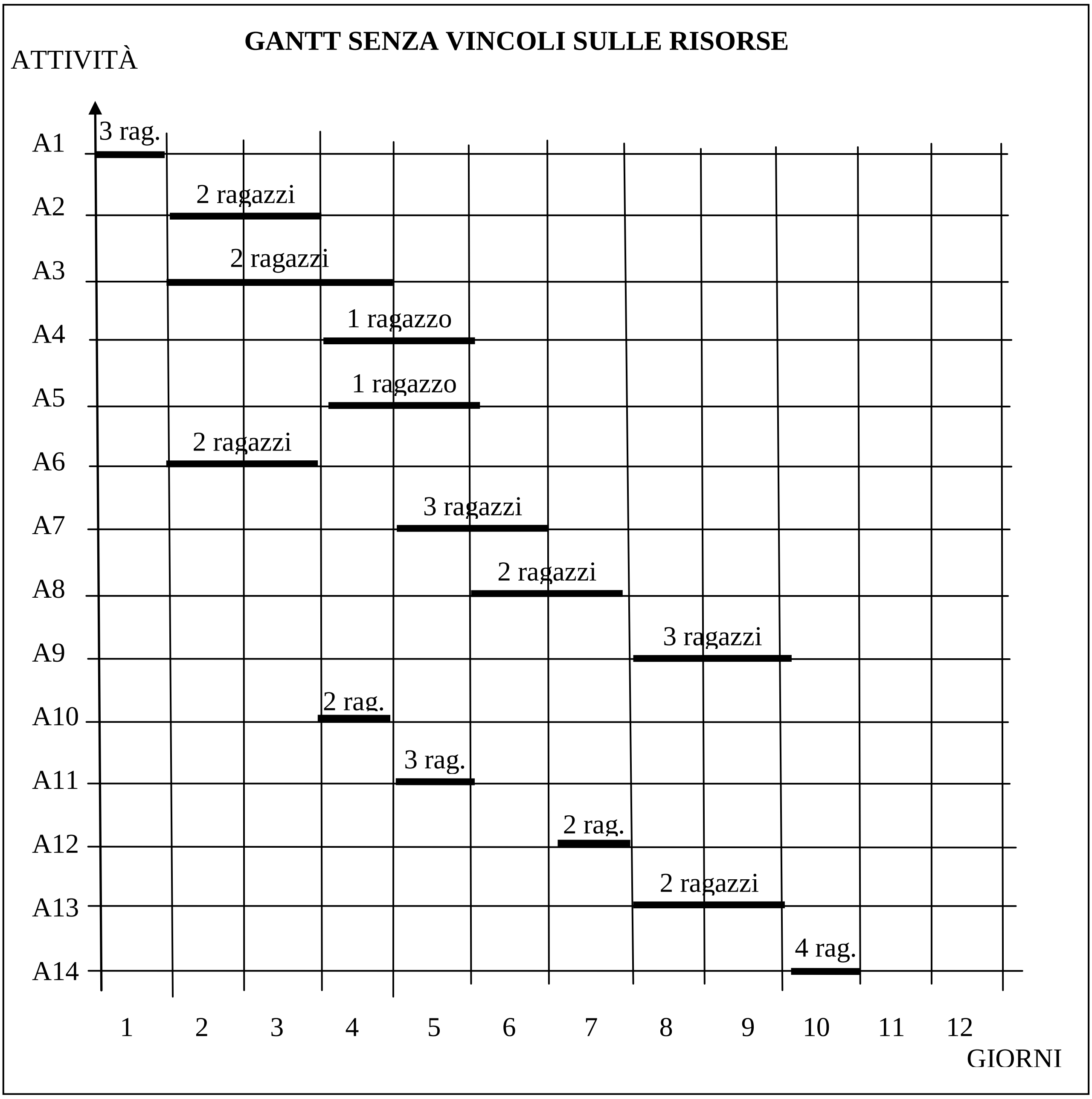
COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per facilitare la soluzione è utile trasformare in tabella la lista che descrive la durata e le persone relative ad ogni attività.

Attività	Durata	Ragazzi
A1	1	3
A2	2	2
A3	3	2
A4	2	1
A5	2	1
A6	2	2
A7	2	3
A8	2	2
A9	2	3
A10	1	2
A11	1	3
A12	1	2
A13	2	2
A14	1	4

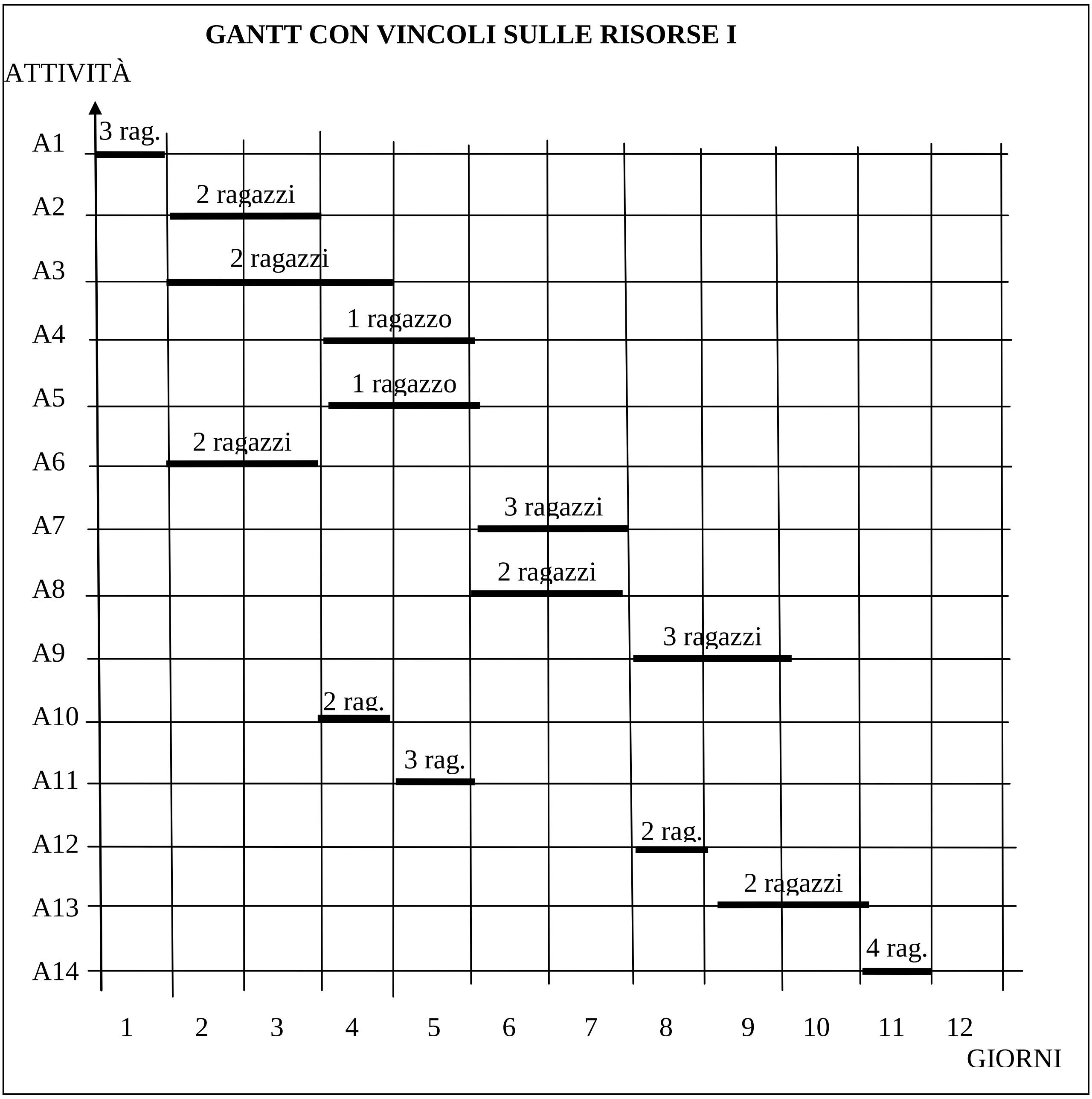
Successivamente è bene disegnare il diagramma delle precedenze, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze che esprime in maniera molto "leggibile" la precedenza tra le attività e consente di passare con facilità allo stadio successivo.



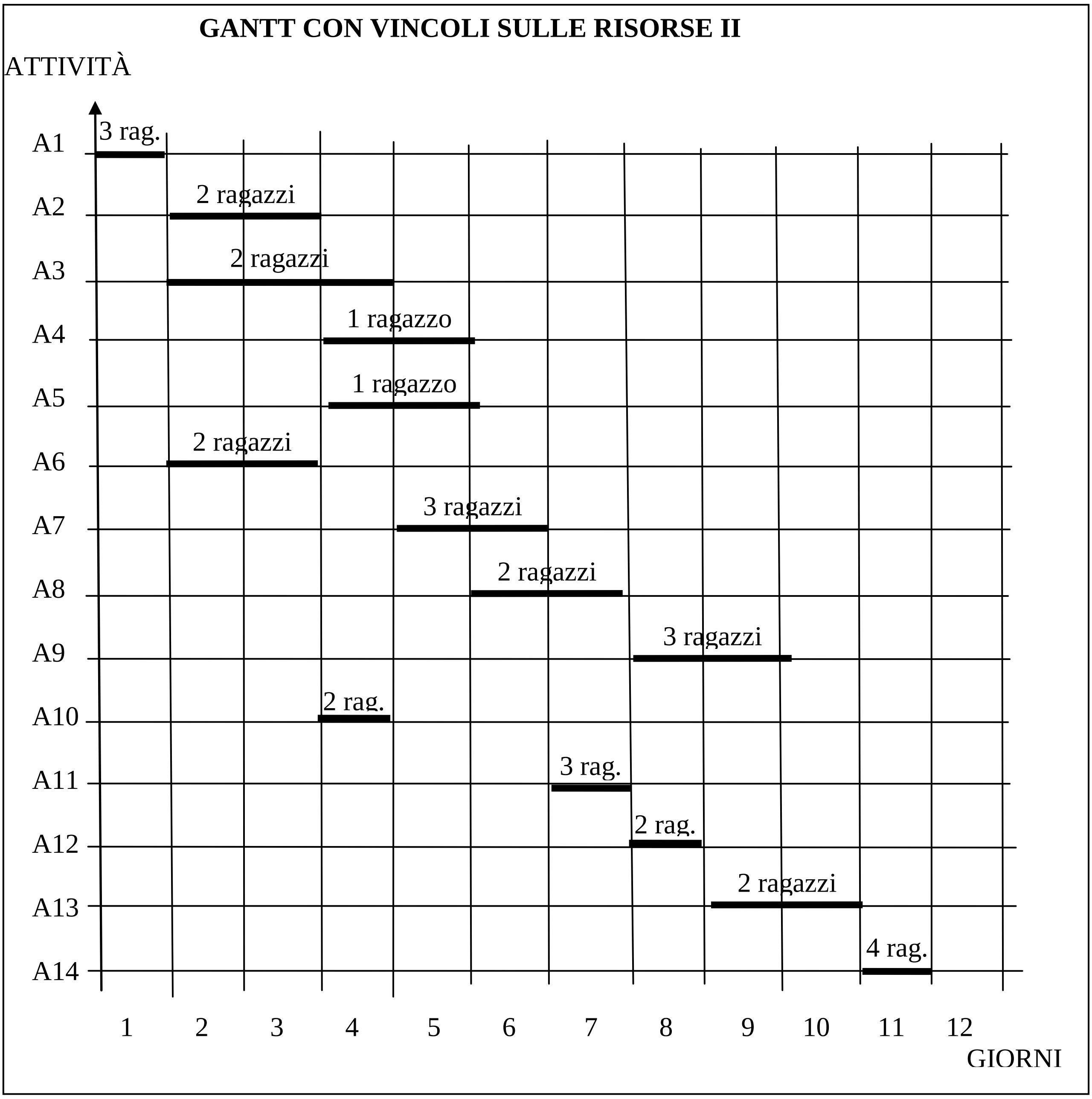
Dal grafo e dalla tabella si può compilare il Gantt standard.



Col vincolo che le attività devono cominciare il prima possibile, nel rispetto della relazione di precedenza e delle disponibilità di risorse, sono possibili due aggiustamenti mostrati nelle seguenti figure; quindi non esiste una sola maniera di organizzare il progetto.



Lista dei giorni del progetto con le risorse al lavoro:
[[1,3],[2,6],[3,6],[4,6],[5,5],[6,5],[7,5],[8,5],[9,5],[10,2],[11,4]]



Lista dei giorni del progetto con le risorse al lavoro:
[[1,3],[2,6],[3,6],[4,6],[5,5],[6,5],[7,5],[8,5],[9,5],[10,2],[11,4]]

ESERCIZIO 6

PREMESSA
La struttura

```
for I from 1 to N step 1 do
    <ciclo>
endfor;
```

prescrive di ripetere le azioni contenute in <ciclo> N volte con I = 1, 2, 3, ... N.
La ripetizione delle azioni può essere descritta anche con la seguente struttura:

```
while <condizione> do
    <ciclo>
endwhile;
```

In questa struttura <condizione> deve essere sostituita da una espressione che può essere vera o falsa, per esempio A>B. In tale esempio si richiede che prima di iniziare il ciclo, devono essere assegnati valori ad A e B; se è vero che A>B allora il <ciclo> viene eseguito. Nel ciclo i valori di A o di B (o di entrambi) devono cambiare, altrimenti il ciclo verrebbe ripetuto all'infinito. Quando al termine di un ciclo non risulta più A>B, il ciclo non viene ripetuto e il calcolo passa alla istruzione successiva a endwhile.

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura.

```
procedure PROVA1;
variables N, A, B, C, I integer;
input N, A, B;
while A>B do
    C ← 0;
    for I from 1 to N step 1 do
        C ←  C + 2;
    endfor;
    B ← B + C;
endwhile
output B;
endprocedure;
```

Compresa la sequenza dei calcoli descritti, calcolare i valori di output corrispondenti alle due serie di valori di input riportati in tabella.

input			output
N	A	B	B
4	20	1	
6	40	1	

SOLUZIONE

input			output
N	A	B	B
4	20	1	25
6	40	1	49

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Il ciclo “for” calcola il valore di C ponendolo (ogni volta che viene eseguito) uguale al doppio di quello di N. Il ciclo “while” viene ripetuto finché il valore di B è più piccolo di quello di A; ad ogni ripetizione del ciclo il valore di B aumenta del valore di C (che è uguale al doppio di quello di N).

Per il primo input N vale 4, quindi alla fine di ogni ciclo “for” C vale 8; il ciclo “while” viene ripetuto 3 volte e alla fine B (che inizialmente ha valore 1) vale 25.

Per il secondo input N vale 6, quindi alla fine di ogni ciclo “for” C vale 12; il ciclo “while” viene ripetuto 4 volte e alla fine B (che inizialmente ha valore 1) vale 49.

ESERCIZIO 7

PREMESSA
La struttura

```
for I from 1 to N step 1 do
    <ciclo>
endfor;
```

prescrive di ripetere le azioni contenute in <ciclo> N volte con I = 1, 2, 3, ... N.
La ripetizione delle azioni può essere descritta anche con la seguente struttura:

```
while <condizione> do
    <ciclo>
endwhile;
```

In questa struttura <condizione> deve essere sostituita da una espressione che può essere vera o falsa, per esempio A>B. In tale esempio si richiede che prima di iniziare il ciclo, devono essere assegnati valori ad A e B; se è vero che A>B allora il <ciclo> viene eseguito. Nel ciclo i valori di A o di B (o di entrambi) devono cambiare, altrimenti il ciclo verrebbe ripetuto all'infinito. Quando al termine di un ciclo non risulta più A>B, il ciclo non viene ripetuto e il calcolo passa alla istruzione successiva a endwhile.

PROBLEMA
Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella procedura seguente, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output.

```
procedure PROVA2;
variables N, A, B, C, D integer;
input N, A, B, C, D;
while A < N do
    A ← 2 × A;
    B ← (A × B + 4) / 2;
    if (B < 100) then C ← C + B;
                 else D ← D + B;
    endif;
endwhile;
output C, D;
endprocedure;
```

Compresa la sequenza dei calcoli descritti, calcolare i valori di output corrispondenti ai valori di input riportati in tabella.

input					output	
A	**B**	**C**	**D**	**N**	**C**	**D**
1	1	0	0	20		

SOLUZIONE

input					output	
A	**B**	**C**	**D**	**N**	**C**	**D**
1	1	0	0	20	45	4660

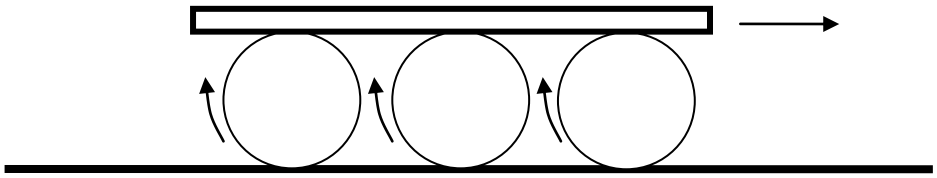
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I valori delle variabili sono mostrati nella seguente tabella.

	A	B	C	D	N
valore delle variabili prima del ciclo “while”	1	1	0	0	20
valore delle variabili dopo un ciclo “while”	2	3	3	0	20
valore delle variabili dopo 2 cicli “while”	4	8	11	0	20
valore delle variabili dopo 3 cicli “while”	8	34	45	0	20
valore delle variabili dopo 4 cicli “while”	16	274	45	274	20
valore delle variabili dopo 5 cicli “while”	32	4386	45	4660	20

ESERCIZIO 8

PROBLEMA
Si osservi la seguente figura.



Una trave pesante è posata su rulli che hanno la circonferenza di un metro e possono rotolare sul terreno. Se i rulli avanzano di un giro completo, di quanti metri M avanza la trave?
N.B. Esprimere M come numero con la virgola e almeno un decimale (per esempio 3,14 oppure 1,0).

M	

SOLUZIONE

M	2,0

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Si può pensare il movimento complessivo scomposto in due componenti; nella prima componente si pensino i rulli sollevati dal terreno: se ruotano di un giro completo la trave si sposta di un tratto pari alla circonferenza, cioè di un metro. Nella seconda componente si pensino i rulli poggianti sul terreno (senza la trave): se rotolano di un giro avanzano di un tratto pari alla circonferenza, cioè di un metro. Componendo i due movimenti si ottiene il risultato.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA
In una grande città una cooperativa di taxi ha tre depositi dove stazionano le macchine; alcune di queste vengono spostate periodicamente da un deposito a un altro per far fronte a prevedibili picchi di richieste, come per esempio in occasione di fiere, congressi, avvenimenti sportivi, ecc., che si svolgono nelle vicinanze di un particolare deposito.
All'inizio di un certo mese vengono spostate dal *primo* deposito alcune macchine verso il secondo e il terzo deposito, in modo da raddoppiare quelle presenti in ciascuno di questi.
All'inizio del mese successivo vengono spostate dal *secondo* deposito alcune macchine verso gli altri due in modo da raddoppiare quelle presenti in ciascuno di questi.
All'inizio del terzo mese vengono spostate dal *terzo* deposito alcune macchine verso gli altri due in modo da raddoppiare quelle presenti in ciascuno di questi.
Dopo l'ultimo spostamento ciascuno dei tre depositi ha 24 macchine: questa situazione può essere descritta dalla lista [24,24,24].
Quante erano le macchine presenti all'inizio (cioè *prima* del primo spostamento descritto) in ogni deposito?
N.B. La lista I, che descrive la situazione iniziale, deve contenere come primo, secondo e terzo elemento il numero di macchine presenti all'inizio rispettivamente nel primo, secondo e terzo deposito.

I	

SOLUZIONE

I	[39,21,12]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Il problema può essere facilmente risolto andando all'indietro e notando che in tutto la cooperativa possiede 72 macchine.
Alla fine si ha:

terzo mese [24,24,24] 72 macchine.

Siccome all'inizio del terzo mese erano state spostate macchine dal *terzo* deposito verso gli altri due in modo da raddoppiarne la dotazione, vuol dire che si aveva:

secondo mese [12,12,48] 72 macchine

(dimezzando le macchine del primo e del secondo deposito e aggiungendole al terzo).
Siccome all'inizio del secondo mese erano state spostate macchine dal *secondo* deposito verso gli altri due in modo da raddoppiarne la dotazione, vuol dire che si aveva:

primo mese [6,42,24] 72 macchine

(dimezzando le macchine del primo e del terzo deposito e aggiungendole al secondo).
Siccome all'inizio del primo mese erano state spostate macchine dal *primo* deposito verso gli altri due in modo da raddoppiarne la dotazione, vuol dire che si aveva:

inizialmente [39,21,12] 72 macchine

(dimezzando le macchine del secondo e del terzo deposito e aggiungendole al primo).

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

The pupils of a school love practice two sports: 65 percent of the pupils swim, 75 percent run. From these data we cannot say the *exact* percentage of pupils that enjoy both sports; anyway what is the *minimum* percentage P of pupils that enjoy both sports? And what is the *maximum* percentage M of pupils that enjoy both sports?
In the following table write a percentage as *decimal* number between 0.0 an 100.0: for example 60 percent should be written as 60.0 and 43 percent should be written as 43.0.

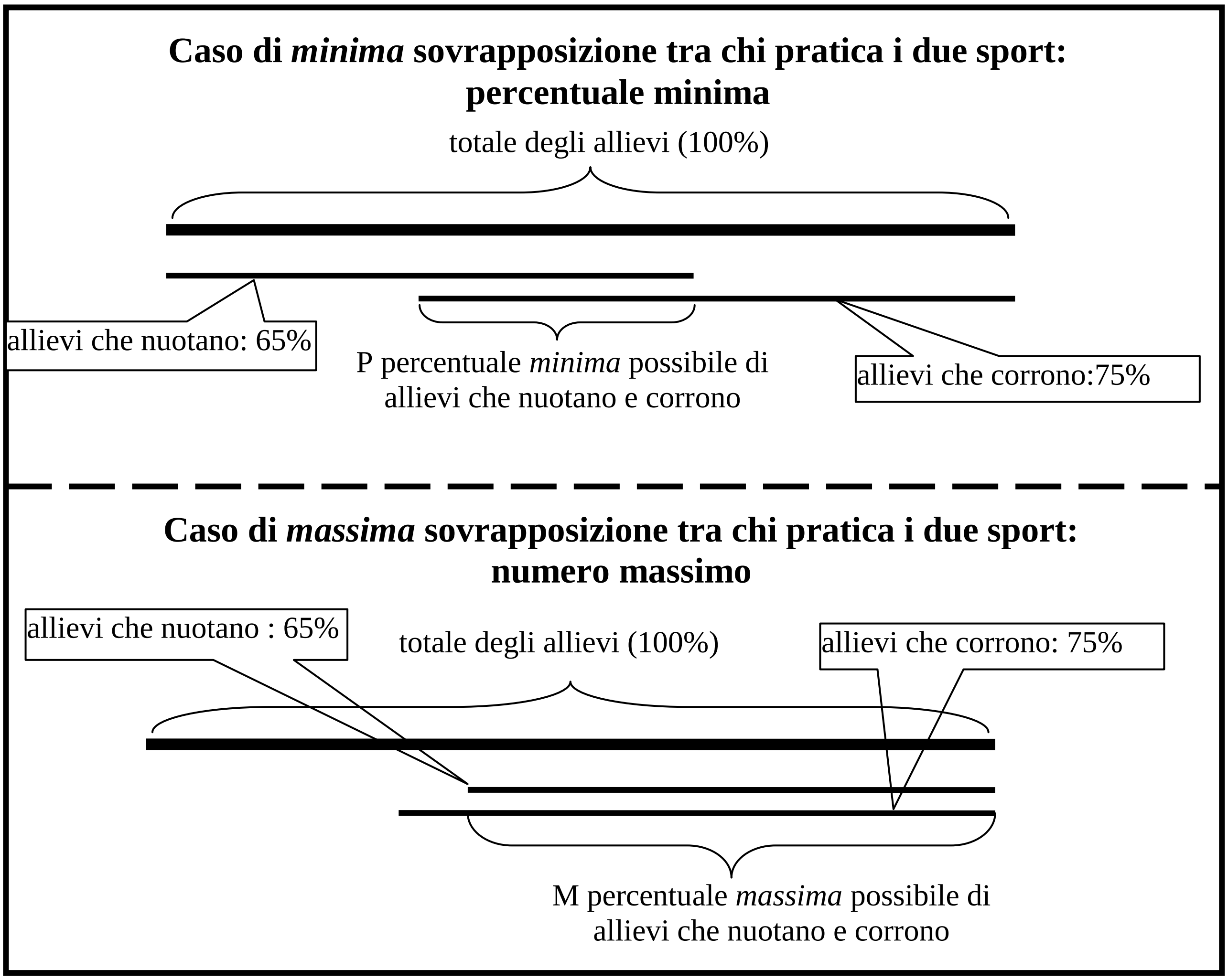
P	
M	

SOLUZIONE

P	40.0
M	65.0

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Dalla seguente figura è desumibile facilmente la percentuale *minima* P e quella *massima* M degli allievi che nuotano e corrono.



Dalla prima parte della figura è chiaro che sommando la percentuale di allievi che nuotano e quella di allievi che corrono (cioè mettendo in “fila” i due segmenti) si ottiene il totale (100%) di allievi *più* P, quindi:

$$P = 65\% + 75\% - 100\% = 40\%$$

Dalla seconda parte della figura è chiaro che

$$M = \min(65\%, 75\%) = 65\%$$