ESERCIZIO 1

PREMESSA
La relazione che lega il costo totale conoscendo quello unitario e il numero di oggetti acquistati può essere rappresentata col termine regola(<sigla>,[costo unitario, quantità], <costo totale>). Più in generale, con il termine

regola(<Sigla>,<Lista antecedenti>,<Conseguente>,<Peso>)

si può descrivere ogni regola di deduzione che consente di dedurre <Conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <Lista antecedenti>; ogni regola è identificata in modo univoco da <Sigla> e da un <Peso> che misura la difficoltà di applicazione di quella regola (per esempio, basso per una somma, più alto per una divisione). Un procedimento di deduzione o di calcolo è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti. Ad ogni procedimento può essere associato un peso complessivo dato dalla somma dei pesi delle singole regole che lo compongono.

PROBLEMA
È dato il seguente insieme di regole (in cui il nome del termine è “r” invece di “regola”):

r(1,[a,h],i,7).	r(2,[i,a],h,7).	r(3,[g,i,c2],x,20).	r(4,[g,a],c2,12).
r(5,[g,c2],i,12).	r(6,[g,i],c2,7) .	r(7,[c2,i],c1,7).	r(8,[i,h],a,7).
r(9,[c2,a],g,12).	r(10,[g,p1],h,7).	r(11,[g,h],p1,7).	r(12,[p1,h],g,7).
r(13,[p1,p2],h,8).	r(14,[h,p1],p2,7).	r(15,[p2,h],p1,7).	r(16,[c2,p2],h,7).
r(17,[c2,h],p2,7).	r(18,[p2,h],c2,7).	r(19,[g,c2],a,12).	

Si osserva che, conoscendo **g** e **c2**, è possibile dedurre **i** con la regola 5 e **a** con la regola 19; ma è anche possibile dedurre **h** con la regola 2 dopo aver applicato prima la regola 5 (per dedurre **i**), poi la regola 19 (per dedurre **a**). Quindi, la lista [5,19,2] descrive un procedimento per dedurre **h** conoscendo [**g**,**c2**]; il peso complessivo è 31.
Utilizzando le regole sopra riportate trovare la lista L che descrive il procedimento per dedurre **x** a partire da [**p1**,**p2**] e calcolarne il peso complessivo K.
NB. Quando due regole possono essere usate in alternativa, dare la precedenza a quella con la sigla inferiore.

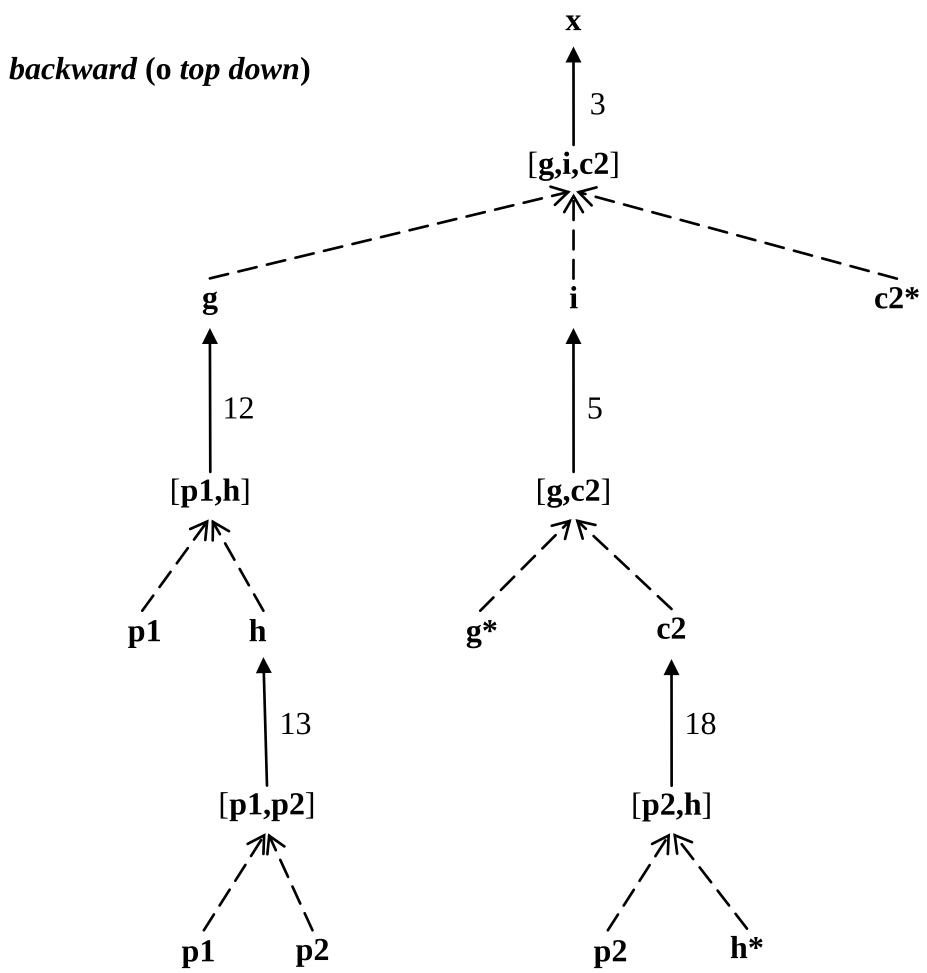
L	
K	

SOLUZIONE

L	[13,12,18,5,3]
K	54

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per dedurre **x** si può usare solo la regola 3. Si dovranno quindi applicare regole per dedurre gli antecedenti **g**, **i**, **c2**.
In generale, per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola le cui premesse sono tutte note (i dati) la soluzione è trovata, altrimenti si continuano a cercare regole per derivare i termini incogniti; il metodo è illustrato nella *prima* figura seguente, in cui le frecce non tratteggiate (di tipo OR) indicano le regole applicabili (la sigla è scritta a fianco) e le frecce tratteggiate (di tipo AND) indicano gli antecedenti della regola. In questo modo si trova un procedimento per derivare l'incognita rappresentato graficamente da un albero, le cui foglie sono (tutte) dati.

Un altro metodo è quello *forward* (o *bottom up*) che consiste nel partire dai dati e usare le regole applicabili per aumentare la conoscenza via via fino a comprendere l'incognita; il metodo è illustrato nella *seconda* figura seguente; anche in questo caso, naturalmente, si ottiene un albero che descrive un solo processo di derivazione: in esso sono anche evidenziati i pesi.
N.B. Nel primo caso la successione delle regole applicate è dal basso verso l'alto; nel secondo caso è dall'alto al basso.



***** indica che quel nodo è già stato calcolato nello stesso albero e quindi può ritenersi noto

***forward* (o *bottom up*)**

$$
\begin{tikzcd}
{[\mathbf{p1,p2}]} \arrow[d, "13(8)"] \\
{[\mathbf{p1,p2,h}]} \arrow[d, "12(7)"] \\
{[\mathbf{p1,p2,h,g}]} \arrow[d, "18(7)"] \\
{[\mathbf{p1,p2,h,g,c2}]} \arrow[d, "5(12)"] \\
{[\mathbf{p1,p2,h,g,c2,i}]} \arrow[d, "3(20)"] \\
{[\mathbf{p1,p2,h,g,c2,i,x}]}
\end{tikzcd}
$$

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

									S				
					P								
➔													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di sei colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].
La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra. Il robot ha sempre uno dei quattro orientamenti seguenti descritti con: n (nord, verso l'alto), s (sud, verso il basso), e (est, verso destra), o (ovest, verso sinistra).
N.B. Non confondere "o" come descrizione dell'orientamento e "o" come comando.

PROBLEMA

In un campo di gara, sufficientemente ampio, si trovano due robot che devono compiere due tragitti così definiti:
- primo robot: coordinate della partenza [2,1], direzione n, lista dei comandi:

[f,f,f,f,o,f,f,f,f,a,f,f,f];

- secondo robot: coordinate della partenza [8,7], direzione o, lista dei comandi:

[a,f,f,f,o,f,f,f,o,f,a,f,a].

Trovare le coordinate X1, Y1 e l'orientamento D1 del primo robot al termine del suo percorso.
Trovare le coordinate X2, Y2 e l'orientamento D2 del secondo robot al termine del suo percorso.
Trovare il numero minimo N di mosse che deve compiere il secondo robot alla fine del suo percorso per andare in [X1,Y1] (la casella finale del primo robot).

X1	
Y1	
D1	
X2	
Y2	
D2	
N	

SOLUZIONE

X1	6
Y1	8
D1	n
X2	4
Y2	5
D2	s
N	7

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
I percorsi dei robot si possono ottenere disegnandoli o, in maniera più sistematica, compilando tabelle come le seguenti, che mostrano lo stato del robot *dopo* ogni comando. (Si noti come l'azione del comando "f", che aumenta o diminuisce una della coordinate, dipende dall'orientamento.)

PRIMO ROBOT

SITUAZIONE	STATO
partenza	[2,1,n]
1 comando: f	[2,2,n]
2 comando: f	[2,3,n]
3 comando: f	[2,4,n]
4 comando: f	[2,5,n]
5 comando: o	[2,5,e]
6 comando: f	[3,5,e]
7 comando: f	[4,5,e]
8 comando: f	[5,5,e]
9 comando: f	[6,5,e]
10 comando:a	[6,5,n]
11 comando: f	[6,6,n]
12 comando: f	[6,7,n]
13 comando: f	[6,8,n]
arrivo	[6,8,n]

SECONDO ROBOT

SITUAZIONE	STATO
partenza	[8,7,o]
1 comando: a	[8,7,s]
2 comando: f	[8,6,s]
3 comando: f	[8,5,s]
4 comando: f	[8,4,s]
5 comando: o	[8,4,o]
6 comando: f	[7,4,o]
7 comando: f	[6,4,o]
8 comando: f	[5,4,o]
9 comando: o	[5,4,n]
10 comando:f	[5,5,n]
11 comando: a	[5,5,o]
12 comando: f	[4,5,o]
13 comando: a	[4,5,s]
arrivo	[4,5,s]

Il secondo robot è nello stato [4,5,s]; per andare nella casella [6,8] il numero minimo di mosse è 7: [a,f,f,a,f,f,f].

ESERCIZIO 3

PROBLEMA

Nel seguente testo sostituire a ciascun X1, X2, X3, ecc. la parola più appropriata, scelta tra quelle proposte. (N.B. solo una scelta è *coerente* col significato generale del testo, anche se altre sono sintatticamente possibili; per svolgere l'esercizio non è necessario conoscere l'argomento trattato nel brano).

Durante il periodo paleolitico e mesolitico il cavallo dell'Asia centrale veniva cacciato per la carne; però non c'è dubbio che già verso la fine del X2 l'uomo aveva già imparato a guidare un certo numero di capi di un branco selvaggio entro un recinto dove erano tenuti in vita fino al momento del bisogno. Data la relativa docilità dei X3, è probabile che questa abitudine abbia determinato successivamente nel X1 gli inizi dell'allevamento propriamente detto: l'uomo vigilava sul branco che procreava in cattività, si prendeva cura dei X4 e li proteggeva dai feroci carnivori. Inizialmente, quindi, la comunità umana visse parassiticamente alle spalle di un branco di cavalli; col tempo la relazione si trasformò, diventando più sottile e più complessa, assumendo un carattere che potremmo definire senz'altro X6. Perciò, quando il "popolo che possedeva cavalli" concepì l'idea di sfruttare la forza muscolare di questi animali, disponeva già di branchi mansueti che fino a quel momento avevano fornito carne e, forse, possedeva anche giumente da latte, ormai pronte a sopportare i X5.

Lista delle scelte:

A muli	M coesistente
B simbiotico	N neolitico
C convivente	O ganci
D paleolitico	P pliocene
E parassitario	Q strano
F onagri	R piccoli
G paraocchi	S simbionte
H puledri	T pettorali
I commensale	U finimenti
L mesolitico	V bardotti

Indicare le scelte con la lettera maiuscola corrispondente.

X1	
X2	
X3	
X4	
X5	
X6	

SOLUZIONE

X1	N
X2	D
X3	H
X4	R
X5	U

X6	B

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Variabile	Presumibili proprietà grammaticali o sintattiche	Scelte possibili	Scelta corretta
X1	sostantivo maschile indicante un periodo	paleolitico, mesolitico, neolitico, pliocene	neolitico (più naturale nel contesto in cui compare "successivamente")
X2	sostantivo maschile indicante un periodo	paleolitico, mesolitico, neolitico, pliocene	paleolitico (unica scelta coerente col contesto: "già" esclude mesolitico)
X3	sostantivo maschile plurale	muli, onagri, paraocchi, puledri, ganci, piccoli, pettorali, finimenti, bardotti	puledri (unica scelta naturale nel contesto)
X4	sostantivo maschile plurale	muli, onagri, paraocchi, puledri, ganci, piccoli, pettorali, finimenti, bardotti	piccoli (scelta più naturale nel contesto)
X5	sostantivo maschile plurale	muli, onagri, paraocchi, puledri, ganci, piccoli, pettorali, finimenti, bardotti	finimenti (più naturale nel contesto)
X6	nome in funzione di aggettivo maschile	simbiotico, convivente, parassitario, commensale, coesistente, strano, simbionte	simbiotico (si adatta meglio al contesto)

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q											
		5	■	■		■			S				
			7	P									
		1											
🯅													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di sei colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot 🯅 sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

	♘		♘	
♘				♘
		🯅		
♘				♘
	♘		♘	

Il campo di gara contiene caselle interdette al robot (segnate da un quadrato nero in figura) quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili.

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. I premi sono descritti fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]]. Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista: [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]] e ha un totale di premi accumulati pari a 8.

PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 4×4, il robot si trova nella casella [3,1]; deve fare un percorso *chiuso*, cioè partire dalla casella iniziale e ritornarci, e *semplice*, cioè senza passare due volte in una stessa casella: quindi tutte le caselle di un tale percorso sono diverse, tranne la prima (partenza) e l'ultima (arrivo) che sono eguali; si noti, inoltre, che per ogni percorso chiuso semplice che passi per più di una casella intermedia (cioè diversa da quella comune di partenza e di arrivo) ne esiste un altro che si ottiene invertendo l'ordine (di percorrenza) delle caselle.

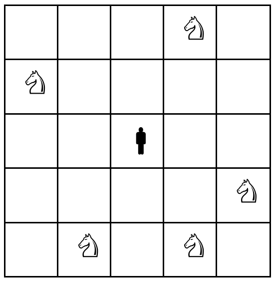
Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[1,3],[4,2],[4,4]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[1,2,11],[2,2,12],[2,3,13]].

Al robot sono inoltre interdette le mosse che, con riferimento alla rosa dei venti, sono specificate dagli elementi della lista [OSO, NNO, ENE], quindi le mosse permesse sono mostrate dalla seguente figura.



Trovare:

– il numero N di possibili percorsi diversi chiusi e semplici;
– la lista L dei valori dei premi raccolti in questi percorsi, elencati in ordine non decrescente.

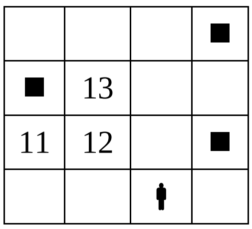
N	
L	

SOLUZIONE

N	4
L	[0,11,11,11]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nello schema seguente:



I percorsi possibili sono:

1. [[3,1],[4,3],[3,1]] valore dei premi 0
2. [[3,1],[4,3],[2,4],[1,2],[3,1]] valore dei premi 11
3. [[3,1],[1,2],[2,4],[4,3],[3,1]] valore dei premi 11
4. [[3,1],[1,2],[3,1]] valore dei premi 11

ESERCIZIO 5

PREMESSA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.

Le attività sono descritte col seguente termine

a(<sigla attività>,<durata in giorni>,<ragazzi impegnati>);

esempio, il termine a(A1,1,6) significa che l'attività A1 dura un giorno e impiega 6 ragazzi.

Le attività non possono svolgersi tutte contemporaneamente, ma devono essere rispettate delle priorità descritte con termini del tipo

p(<precedente>,<successiva>);

come per esempio p(A4,A8) e p(A6,A8); ogni termine esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando *tutte* le precedenti sono terminate; i due termini appena visti implicano che l'attività A8 può iniziare solo dopo che sono terminate le due attività A4 e A6.

PROBLEMA

Le attività di un progetto sono descritte nella seguente lista di termini:

[a(A1,1,2),a(A2,2,4),a(A3,3,3),a(A4,2,1),a(A5,2,1),a(A6,2,2),a(A7,2,3),a(A8,2,2),a(A9,2,3),a(A10,1,4),a(A11,1,3),a(A12,1,2),a(A13,2,3),a(A14,1,2),a(A15,2,4)].

Le priorità sono descritte dalla seguente lista di termini:

[p(A1,A2),p(A1,A3),p(A2,A4),p(A2,A5),p(A3,A6),p(A3,A7),p(A4,A8),p(A5,A8),p(A6,A11),p(A7,A10),p(A8,A9),p(A10,A15),p(A11,A10),p(A3,A5),p(A9,A15),p(A1,A12),p(A12,A14),p(A12,A7),p(A14,A13),p(A13,A10)].

Si supponga che *solo 7* ragazzi siano disponibili a lavorare contemporaneamente sul progetto e che ogni attività inizi *prima possibile* (nel rispetto delle priorità e della disponibilità delle risorse umane che occorre impiegare al massimo): determinare il numero N di giorni necessari per completare il progetto. Inoltre:

1) trovare N7: quanti sono i giorni in cui lavorano 7 ragazzi;
2) trovare il numero massimo AP di attività che si svolgono in parallelo;
3) il numero medio MG dei ragazzi che giornalmente lavorano al progetto (numero razionale *troncato* a due cifre decimali dopo la virgola).

N.B. I giorni sono numerati a partire dal primo giorno del progetto.

N	
N7	
AP	
MG	

SOLUZIONE

N	12
N7	5
AP	4
MG	5,66

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

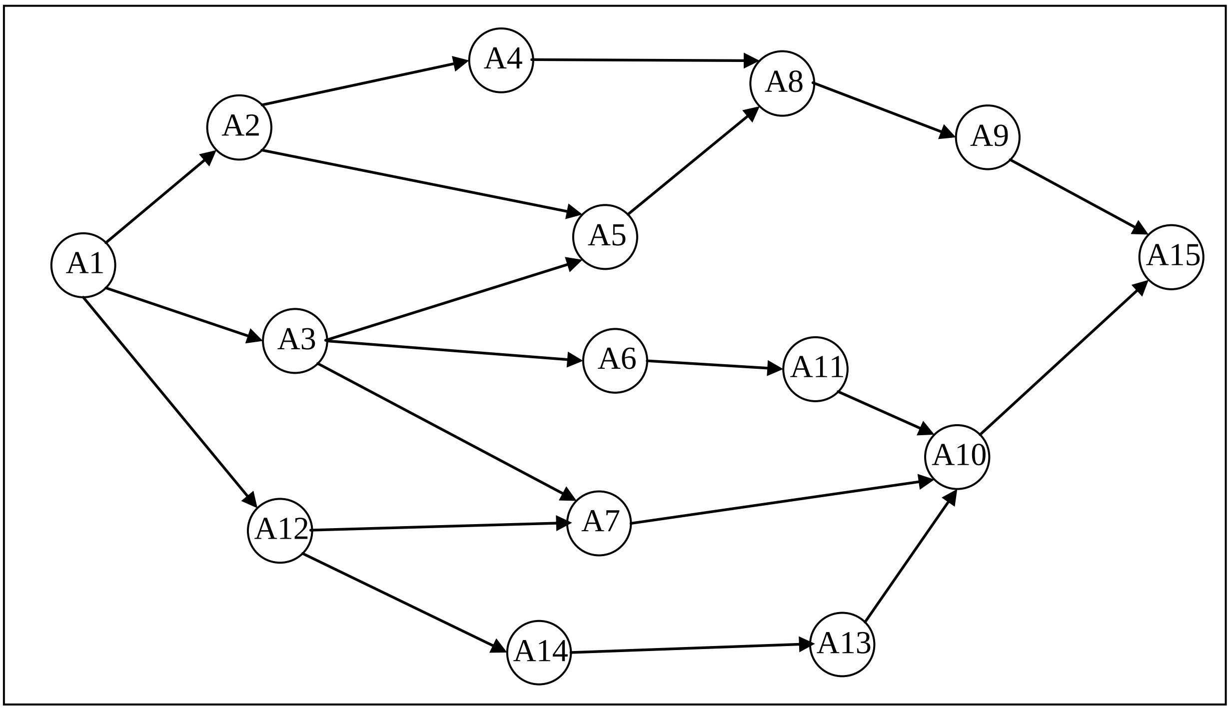
Per facilitare la soluzione è utile trasformare in tabella la lista che descrive la durata e le persone relative ad ogni attività.

Attività	Durata	Ragazzi
A1	1	2
A2	2	4
A3	3	3
A4	2	1
A5	2	1
A6	2	2
A7	2	3
A8	2	2
A9	2	3
A10	1	4
A11	1	3
A12	1	2
A13	2	3
A14	1	2
A15	2	4

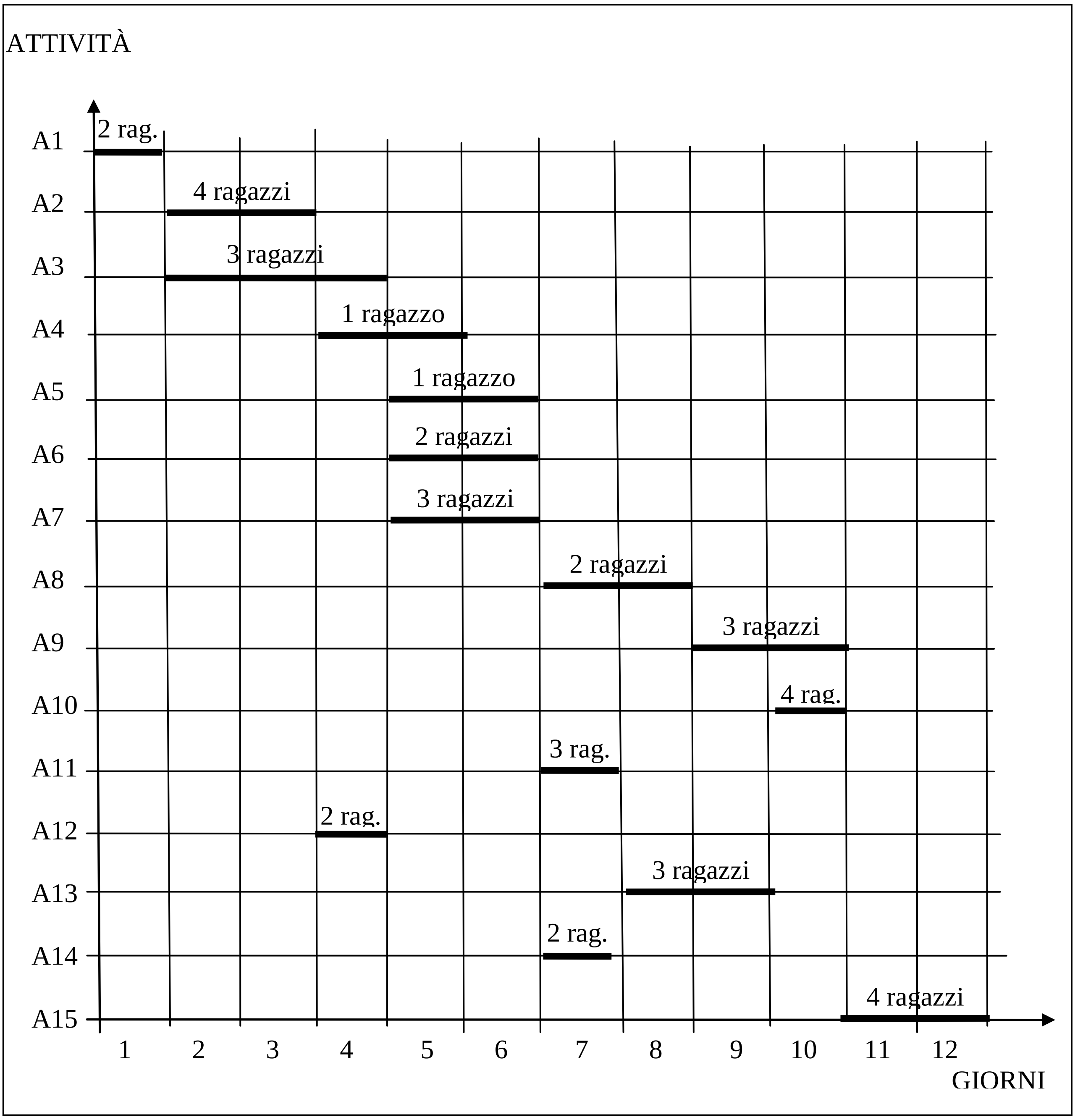
Successivamente è bene disegnare il diagramma delle precedenze, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze. Si procede per passi successivi: prima si disegnano in "ordine sparso" dei nodi con etichette che sono le attività (per esempio un cerchietto con la sigla della attività); poi si congiungono con una freccia i nodi che appartengono a un elemento (sottolista) della lista che rappresenta le priorità; successivamente si procede a ridisegnare, per tentativi, il grafo cercando di "disintrecciare" le frecce: di solito ci si riesce completamente, come nell'esempio in figura (ma non sempre è possibile). Si noti che esiste una "prima attività" del progetto (A1 in figura) e una "ultima attività" (A15 in figura).

N.B. È casuale che la prima attività abbia la sigla più piccola e l'ultima la sigla più grande.

Il diagramma delle precedenze esprime in maniera molto "leggibile" la precedenza tra le attività e consente di passare con facilità allo stadio successivo.



Dal grafo e dalla tabella si può compilare il Gantt; si elencano le attività sull'asse verticale, avendo cura di iniziare (dall'alto) con la prima attività e finire in basso con l'ultima; sull'asse orizzontale si elencano i giorni: *a priori* non si può dire quanti saranno necessari (certamente non più della somma di quelli che compaiono nella tabella che descrive le attività).



N.B. In casi complicati è bene riordinare le attività sull'asse verticale in modo che i segmenti che le rappresentano si spostino "con regolarità", da sinistra in alto verso destra in basso. Nella figura non è stato fatto.

Dal Gantt si deduce facilmente la lista delle coppie [giorno,persone]:

[[1,2],[2,7],[3,7],[4,6] ,[5,7],[6,6],[7,7],[8,5] ,[9,6],[10,7],[11,4],[12,4]].

Si ottiene così immediatamente la soluzione: N vale 12; N7 vale 5 (i giorni 2, 3, 5, 7, 10); il numero massimo di attività che si svolgono in parallelo è 4 (il giorno 5). Per calcolare la media dei ragazzi che giornalmente lavorano al progetto si sommano i ragazzi che lavorano ogni giorno e la somma si divide per N:

(2+7+7+6+7+6+7+5+6+7+4+4)/12 = 68/12 = 5,66.

ESERCIZIO 6

PREMESSA
La struttura

```
for I from 1 to N step 1 do
        <ciclo>
endfor;
```

prescrive di ripetere le azioni contenute in <ciclo> N volte, rispettivamente con I = 1, 2, 3, ... N.

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura.

```
procedure PROVA1;
variables N, S, T, I , A, B integer;
input N, S, T;
A ← S;
B ← T;
for I from 1 to N step 1 do
        A ← 3 × (A + I – B) + 2;
        B ← 2 × (B – A – I) + 1;
endfor;
output A, B;
endprocedure;
```

Compresa la sequenza dei calcoli descritti, calcolare i valori di output corrispondenti ai valori di input riportati in tabella; la prima riga è riportata a mo' di esempio.

N	S	T	A	B
2	**1**	**1**	**50**	**-121**
3	**2**	**2**		

SOLUZIONE

N	S	T	A	B
2	**1**	**1**	**50**	**-121**
3	**2**	**2**	**458**	**-1131**

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Nel caso di esempio, il ciclo "for" viene ripetuto 2 volte; i valori delle variabili prima del ciclo e dopo ogni ripetizione sono riportati nella seguente tabella.

	N	**I**	**A**	**B**
valori immediatamente prima del ciclo "for"	2	/	1	1
valori dopo la ripetizione 1 del ciclo "for"	2	1	5	-9
valori dopo la ripetizione 2 del ciclo "for"	2	2	50	- 121

Nel caso del problema, il ciclo "for" viene ripetuto 3 volte; i valori delle variabili prima del ciclo e dopo ogni ripetizione sono riportati nella seguente tabella.

	N	**I**	**A**	**B**
valori immediatamente prima del ciclo “for”	3	/	2	2
valori dopo la ripetizione 1 del ciclo “for”	3	1	5	-7
valori dopo la ripetizione 2 del ciclo “for”	3	2	44	- 105
valori dopo la ripetizione 3 del ciclo “for”	3	3	458	- 1131

N.B. La variabile I non ha valore prima del ciclo for” (come del resto le altre variabili all’inizio della procedura).

ESERCIZIO 7

PREMESSA
La struttura

```
for I from 1 to N step 1 do
    <ciclo>
endfor;
```

prescrive di ripetere le azioni contenute in <ciclo> N volte con I = 1, 2, 3, ... N.
La ripetizione delle azioni può essere descritta anche con la seguente struttura:

```
while <condizione> do
    <ciclo>
endwhile;
```

In questa struttura <condizione> deve essere sostituita da una espressione che può essere vera o falsa, per esempio A>B. In tale esempio si richiede che prima di iniziare il ciclo, devono essere assegnati valori ad A e B; se è vero che A>B allora il <ciclo> viene eseguito. Nel ciclo i valori di A o di B (o di entrambi) devono cambiare, altrimenti il ciclo verrebbe ripetuto all'infinito. Quando al termine di un ciclo non risulta più A>B, il ciclo non viene ripetuto e il calcolo passa alla istruzione successiva a endwhile.

PROBLEMA
Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella procedura seguente, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output.

```
procedure PROVA2;
variables N, A, B, C, X, Y, J integer;
input N, A, B, C;
J ← 2;
while J<N do
    X ← A + B – C;
    Y ← A – B + C + 5;
    C ← X + Y + J;
    A ← X;
    B ← Y;
    J ← J + J;
endwhile;
output J, A, B, C;
endprocedure;
```

Compresa la sequenza dei calcoli descritti, calcolare i valori di output corrispondenti ai valori di input riportati in tabella; la prima riga è riportata a mo' di esempio.

N	A	B	C	J	A	B	C
5	2	2	2	8	-2	11	13
9	2	3	4				
15	2	5	8				

SOLUZIONE

N	A	B	C	J	A	B	C
5	2	2	2	8	-2	11	13
9	2	3	4	16	-4	5	9
15	2	5	8	16	-4	5	9

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Caso di esempio: input 5, 2, 2, 2 rispettivamente per N, A, B, C

	N	**A**	**B**	**C**	**J**	**X**	**Y**
valori prima del ciclo “while”	5	2	2	2	2	/	/
valori dopo la ripetizione 1 del ciclo “while”	5	2	7	11	4	2	7
valori dopo la ripetizione 2 del ciclo “while”	5	-2	11	13	8	-2	11

Primo caso: input 9, 2, 3, 4 rispettivamente per N, A, B, C

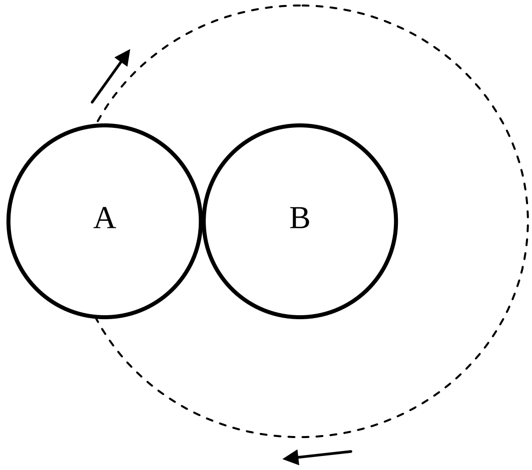
	N	**A**	**B**	**C**	**J**	**X**	**Y**
valori prima del ciclo “while”	9	2	3	4	2	/	/
valori dopo la ripetizione 1 del ciclo “while”	9	1	8	11	4	1	8
valori dopo la ripetizione 2 del ciclo “while”	9	-2	9	11	8	-2	9
valori dopo la ripetizione 3 del ciclo “while”	9	-4	5	9	16	-4	5

Secondo caso: input 15, 2, 5, 8 rispettivamente per N, A, B, C

	N	**A**	**B**	**C**	**J**	**X**	**Y**
valori prima del ciclo “while”	15	2	5	8	2	/	/
valori dopo la ripetizione 1 del ciclo “while”	15	-1	10	11	4	-1	10
valori dopo la ripetizione 2 del ciclo “while”	15	-2	5	7	8	-2	5
valori dopo la ripetizione 3 del ciclo “while”	15	-4	5	9	16	-4	5

ESERCIZIO 8

PROBLEMA
Si considerino due dischi eguali, A e B come nella seguente figura.



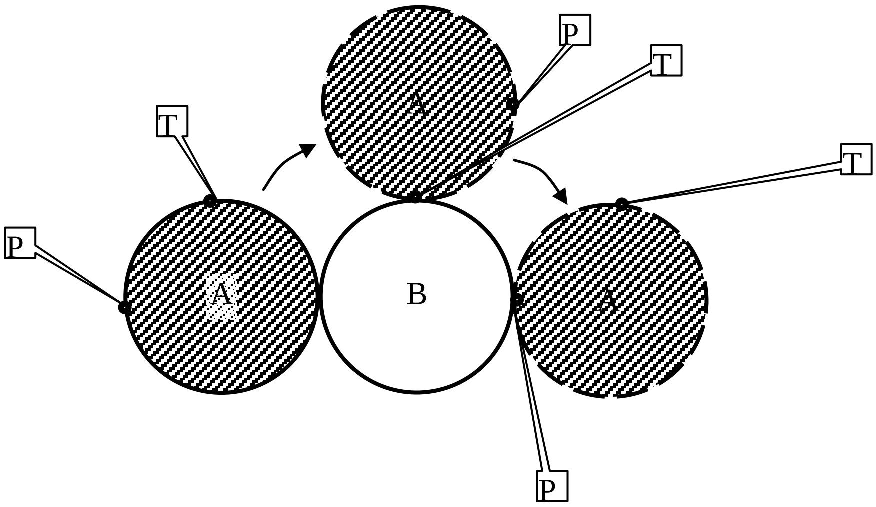
Se B è tenuto fisso e A *rotola* intorno a B, mantenendo il contatto e senza slittare, quante rotazioni R compie A attorno al suo centro quando, dopo un giro completo, torna ad occupare la posizione originale?

R	

SOLUZIONE

R	2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Poiché le due circonferenze sono uguali, si è tentati di dire che A compie una sola rotazione: non è così. Si osservi la seguente figura; sul disco A sono segnati due punti P e T; dopo un quarto di giro il punto T è a contatto col disco B e il punto P è nella posizione mostrata.



Dopo un altro quarto di giro (cioè dopo mezzo giro in tutto) il punto P è a contatto col disco B: si vede così chiaramente che il disco A ha compiuto una rotazione completa attorno al proprio centro (P e T sono tornati nella posizione iniziale). È chiaro quindi che dopo un giro completo il disco A ha compiuto *due* rotazioni attorno al proprio centro.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA
Sono presenti un barattolo di biscotti e quattro bimbi, Anna, Enrico, Lisa e Mario; dal barattolo manca un biscotto; *una sola* delle seguenti affermazioni dei bimbi è vera.

Anna: "Enrico ha preso il biscotto".
Enrico: "È stato Mario".
Lisa: "Io? no di certo".
Mario: "Enrico mente quando dice che sono stato io".

Chi ha preso il biscotto?
N.B. Scrivere il nome del bimbo nella casella seguente.

SOLUZIONE
Lisa

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Una maniera di risolvere il problema è quella di esaminare le quattro possibili ipotesi e determinare il valore di verità delle quattro affermazioni.

se ha preso il biscotto	affermazione di	valore di verità
Anna	Anna	F
	Enrico	F
	Lisa	V
	Mario	V
Enrico	Anna	V
	Enrico	F
	Lisa	V
	Mario	V
Lisa	Anna	F
	Enrico	F
	Lisa	F
	Mario	V
Mario	Anna	F
	Enrico	V
	Lisa	V
	Mario	F

Solo se è stata Lisa, una sola delle affermazioni dei bimbi è vera (come specificato dal problema).

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

John and Lucas run a 220-yard dash. John wins by 15 yards. They decide to race again, but this time, to make things fairer, John begins 15 yards behind the start line. Assuming they both run with constant speed as before who wins this time?

Enter John, Lucas or draw in the box below.

SOLUZIONE

John

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

John vince ancora. Nella seconda gara quando John ha percorso 220 yard, Lucas ne ha percorse 205 e quindi sono affiancati, con 15 yard ancora da percorrere; poiché John è più veloce, vince.