

ESERCIZIO 1

PREMESSA

La relazione che lega il costo totale conoscendo quello unitario e il numero di oggetti acquistati può essere rappresentata col termine regola(<sigla>,[costo unitario, quantità], <costo totale>). Più in generale, con il termine

$$r (<Sigla>,<Lista antecedenti>,<Consequente>,<Peso>)$$

si può descrivere ogni regola di deduzione che consente di dedurre <Consequente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <Lista antecedenti>; ogni regola è identificata in modo univoco da <Sigla> e da un <Peso> che misura la difficoltà di applicazione di quella regola (per esempio, basso per una somma, più alto per una divisione). Un procedimento di deduzione o di calcolo è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti. Ad ogni procedimento può essere associato un peso complessivo dato dalla somma dei pesi delle singole regole che lo compongono.

PROBLEMA

È dato il seguente insieme di regole (in cui il nome del termine è “r” invece di regola):

r(1,[c1,c2],i,12)	r(2,[c1,i],c2,7)	r(3,[c2,i],c1,7)	r(4,[i,h],a,7)
r(5,[a,h],i,7)	r(6,[i,a],h,7)	r(7,[c1,c2],a,12)	r(8,[c1,a],c2,12)
r(9,[c2,a],c1,12)	r(10,[c1,p1],h,7)	r(11,[c1,h],p1,7)	r(12,[p1,h],c1,7)
r(13,[p1,p2],h,8)	r(14,[h,p1],p2,7)	r(15,[p2,h],p1,7)	r(16,[c2,p2],h,7)
r(17,[c2,h],p2,7)	r(18,[p2,h],c2,7)		

Si osserva che, conoscendo [c1,c2], è possibile dedurre i con la regola 1 e a con la regola 7; ma è anche possibile dedurre h con la regola 6 dopo aver applicato prima la regola 1 (per dedurre i), poi la regola 7 (per dedurre a). Quindi, la lista [1,7,6] descrive un procedimento per dedurre h conoscendo [c1,c2].

Utilizzando le regole sopra riportate, trovare la lista L che descrive il procedimento per dedurre c2 a partire da [p1,p2]. Elencare le sigle nell’ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. Determinare inoltre il peso P del procedimento.

N.B. Quando due regole possono essere applicate in sequenza e non importa l’ordine, nella lista si elenchi prima quella con la sigla più bassa.

L	
P	

SOLUZIONE

L	[13,18]
P	15

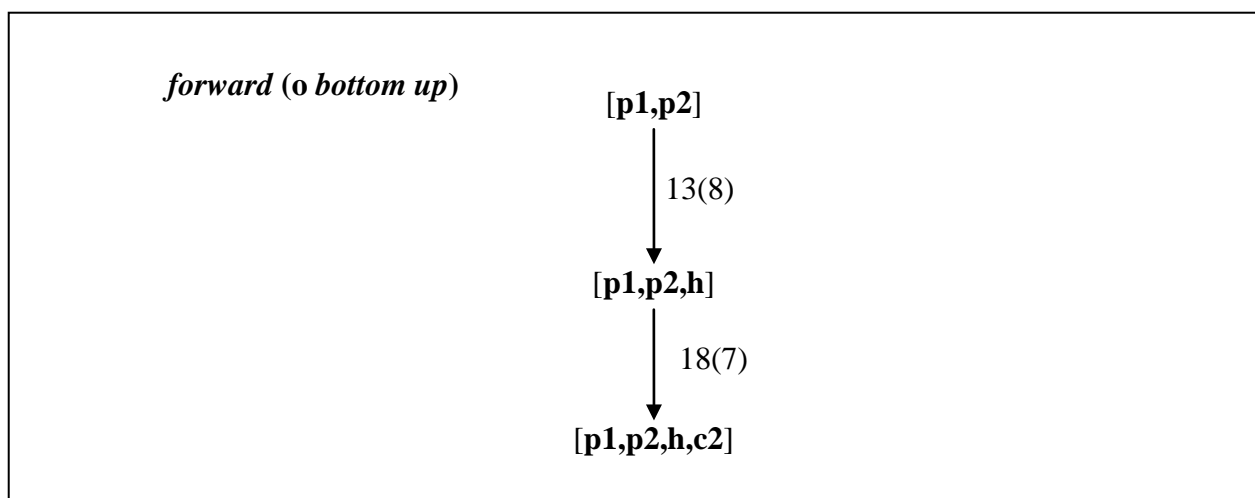
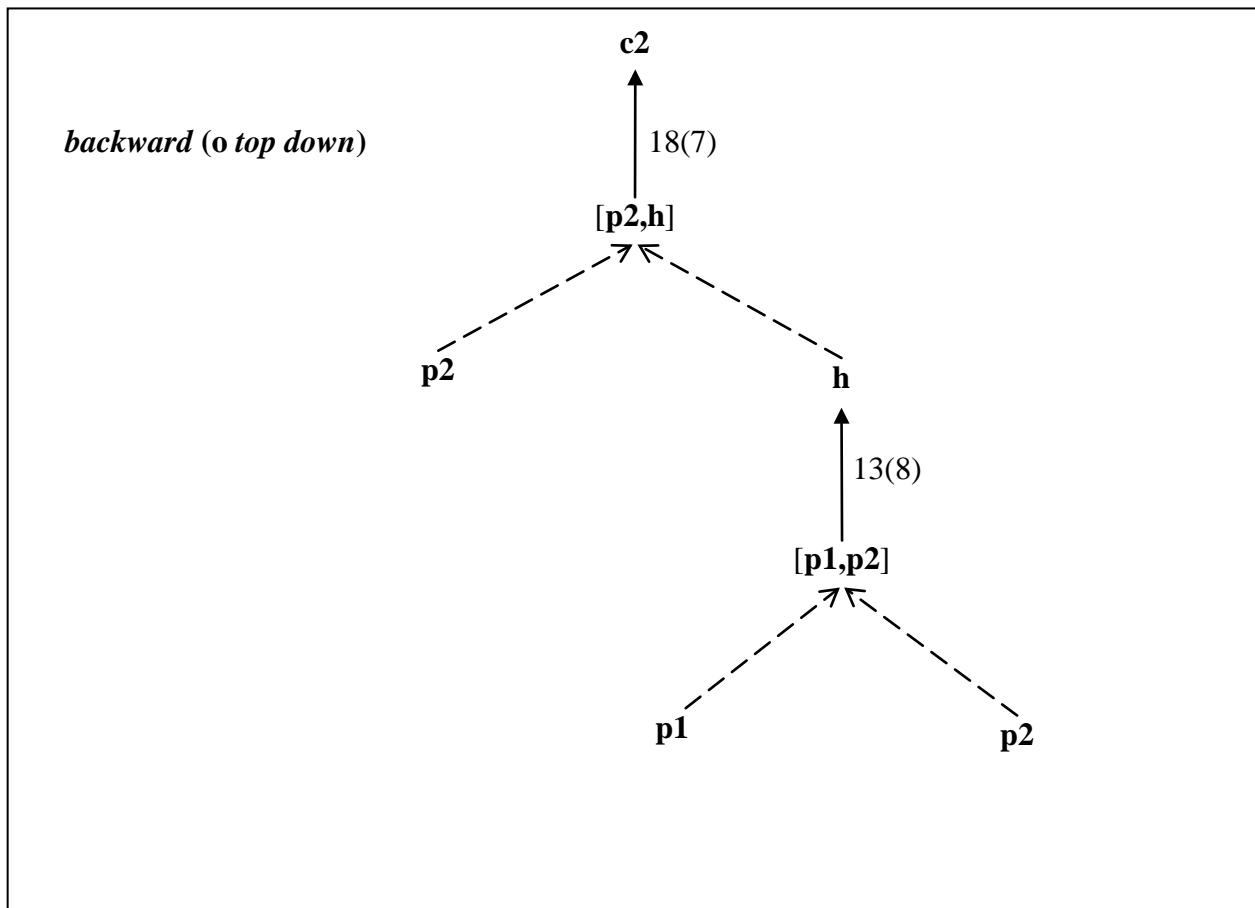
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola le cui premesse sono tutte note (i dati) la soluzione è trovata, altrimenti si continua per derivare i termini incogniti; il metodo è illustrato nella *prima* figura seguente, in cui le frecce non tratteggiate (di tipo OR) indicano le regole (la sigla è scritta a fianco) e le frecce tratteggiate (di tipo END) indicano gli antecedenti della regola; si ottiene un albero, le cui foglie sono (tutte) dati; in questo caso descrive *un solo* processo di derivazione.

Un altro metodo è quello *forward* (o *bottom up*) che consiste nel partire dai dati e usare le regole applicabili per aumentare la conoscenza via via fino a comprendere l'incognita; il metodo è illustrato nella *seconda* figura seguente; anche in questo caso, naturalmente, si ottiene un albero che descrive un solo processo di derivazione.

N.B. Nel primo caso la successione delle regole applicate è dal basso verso l'alto; nel secondo caso è dall'alto al basso.

Il procedimento è quindi [13,18] e il suo peso è 15.



ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

								S					
					P								
→													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].

La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra. Il robot ha sempre uno dei quattro orientamenti seguenti descritti con: n (nord, verso l'alto), s (sud, verso il basso), e (est, verso destra), o (ovest, verso sinistra).

N.B. Non confondere "o" come descrizione dell'orientamento e "o" come comando.

PROBLEMA

In un campo di gara, sufficientemente ampio, si trovano due robot che devono compiere due tragitti così definiti:

primo robot: coordinate della partenza [6,6], direzione n, lista dei comandi

[f,f,f,o,f,f,f,o,f,f,f,o,f,f,f,o,o,f,f,f,a,f,f,f,a,f,f,f,a,f,f,a].

Secondo robot: coordinate della partenza [8,8], direzione s, lista dei comandi

[f,f,f,a,f,f,f,a,f,f,f,a,f,f,f,a,a,f,f,f,o,f,f,f,o,f,f,o,f,f,o].

Trovare le coordinate X1,Y1 e la direzione D1 del primo robot al termine del suo percorso.

Trovare le coordinate X2,Y2 e la direzione D2 del secondo robot al termine del suo percorso.

X1	
Y1	
D1	
X2	
Y2	
D2	

SOLUZIONE

X1	6
Y1	7
D1	e
X2	8
Y2	7
D2	e

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il percorso dei robot si può ottenere disegnandolo o, in maniera più sistematica, compilando due tabelle come le seguenti.

Primo robot			
	ascissa	ordinata	orient.
posizione	6	6	n
comando 1,2,3	f,f,f		
posizione	6	9	n
comando 4	o		
posizione	6	9	e
comando 5,6,7	f,f,f		
posizione	9	9	e
comando 8	o		
posizione	9	9	s
comando 9,10,11	f,f,f		
posizione	9	6	s
comando 12	o		
posizione	9	6	o
comando 13,14,15	f,f,f		
posizione	6	6	o
comando 16,17	o,o		
posizione	6	6	e
comando 18,19,20	f,f,f		
posizione	9	6	e
comando 21	a		
posizione	9	6	n
comando 22,23,24	f,f,f		
posizione	9	9	n
comando 25	a		
posizione	9	9	o
comando 26,27,28	f,f,f		
posizione	6	9	o
comando 29	a		
posizione	6	9	s
comando 30,31	f,f		
posizione	6	7	s
comando 32	a		
posizione	6	7	e

secondo robot			
	ascissa	ordinata	orient.
posizione	8	8	s
comando 1,2,3	f,f,f		
posizione	8	5	s
comando 4	a		
posizione	8	5	e
comando 5,6,7	f,f,f		
posizione	11	5	e
comando 8	a		
posizione	11	5	n
comando 9,10,11	f,f,f		
posizione	11	8	n
comando 12	a		
posizione	11	8	o
comando 13,14,15	f,f,f		
posizione	8	8	o
comando 16,17	a,a		
posizione	8	8	e
comando 18,19,20	f,f,f		
posizione	11	8	e
comando 21	o		
posizione	11	8	s
comando 22,23,24	f,f,f		
posizione	11	5	s
comando 25	o		
posizione	11	5	o
comando 26,27,28	f,f,f		
posizione	8	5	o
comando 29	o		
posizione	8	5	n
comando 30,31	f,f		
posizione	8	7	n
comando 32	o		
posizione	8	7	e

N.B. Per economia di spazio e perché facilmente eseguibili, comandi successivi uguali sono stati "accorpati".

Le posizioni finali si leggono direttamente nella ultima riga di ogni tabella.

ESERCIZIO 3

PROBLEMA

Nel seguente testo sostituire a X1, X2, X3, X4 la parola più appropriata, scelta tra quelle proposte. (N.B. solo una scelta è *coerente* col significato generale del testo, anche se altre sono sintatticamente possibili; per svolgere l'esercizio non è necessario conoscere l'argomento trattato nel brano).

Il X1 selvatico è una pianta erbacea biennale con un odore molto forte, non molto gradevole; il sapore è aspro, quasi piccante. Masticando un pezzetto dello X2, la bocca resta irritata e un po' insensibile. Il X1 cresce abbondantemente allo stato selvatico nei luoghi paludosi presso il mare, dalla Svezia all'Algeria, e a X3 raggiunge l'India settentrionale. Potrebbe quindi essere stato messo per la prima volta in coltura dagli X4 o dai giardinieri di una mezza dozzina delle più antiche civiltà.

Lista delle scelte:

- | | |
|--------------|---------------|
| A coriandolo | M oriente |
| B stroma | N agrimensori |
| C nord | O pesco |
| D strumento | P agricoltori |
| E sinistra | Q studiosi |
| F grano | R sedano |
| G artigiani | S ovest |
| H stelo | T smacco |

Indicare le scelte con la lettera maiuscola corrispondente.

X1	
X2	
X3	
X4	

SOLUZIONE

X1	R
X2	H
X3	M
X4	P

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Variabile	Presumibili proprietà grammaticali o sintattiche	Scelte possibili	Scelta corretta
X1	sostantivo maschile singolare (articolo "il")	coriandolo, sedano, pesco, grano	sedano (unica pianta erbacea biennale)
X2	sostantivo maschile singolare (articolo "lo")	smacco, strumento, stelo, stroma	stelo (unica scelta coerente col contesto)
X3	sostantivo con riferimento a tempi o luoghi	ovest, oriente, nord, sinistra	oriente (posizione dell'India)
X4	sostantivo maschile plurale (con l'articolo "gli")	agrimensori, artigiani, agricoltori, studiosi	agricoltori (unica scelta coerente col contesto)

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q												
		5	■	■		■			S					
			7	P										
		1												
R				.										

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella quinta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente il robot **R** sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti una C come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del cavallo nel gioco degli scacchi).

	C		C	
C				C
		R		
C				C
	C		C	

Il campo di gara contiene caselle interdette al robot (segnate da un quadrato nero in figura) quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili. In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. I premi sono descritti fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]]. Un percorso del robot è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P a Q (che ha un totale di premi accumulati pari a 8) è descritto dalla seguente lista [[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]].

PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 4×4 il robot deve fare un percorso “chiuso” partendo dalla casella [3,3] e ritornando nella stessa; nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[1,1],[1,2],[1,4],[4,4],[4,1],[2,2]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista

[[1,3,3],[3,4,4],[3,3,9],[3,2,6],[3,1,1]].

Trovare:

- il numero N di possibili percorsi diversi senza cicli (cioè tutte le caselle del percorso sono diverse, tranne la partenza e l'arrivo);
- la lista L che descrive il percorso più lungo
- la somma S dei premi accumulati nel percorso più lungo.

N	
L	
S	

SOLUZIONE

N	1
L	[(3, 3), (2, 1), (3, 3)]
S	9

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nello schema seguente:

■		4	■
3		9	
■	■	6	
■		1	■

Esiste un solo percorso:

[[3,3],[2,1],[3,3]], premio 9.

ESERCIZIO 5

PREMESSA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.

Le attività sono descritte col seguente termine

$a(\langle \text{sigla attività} \rangle, \langle \text{durata in giorni} \rangle, \langle \text{ragazzi impegnati} \rangle)$;

esempio, il termine $a(A1,1,6)$ significa che l'attività A1 dura un giorno e impiega 6 ragazzi.

Le attività non possono svolgersi tutte contemporaneamente, ma devono essere rispettate delle priorità descritte con termini del tipo

$p(\langle \text{precedente} \rangle, \langle \text{successiva} \rangle)$;

come per esempio $p(A4,A8)$ e $p(A6,A8)$; ogni termine esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando *tutte* le precedenti sono terminate; i due termini appena visti implicano che l'attività A8 può iniziare solo dopo che sono terminate le due attività A4 e A6.

PROBLEMA

Le attività di un progetto sono descritte nella seguente lista di termini:

$[a(A1,1,6), a(A2,2,4), a(A3,3,3), a(A4,2,1), a(A5,2,1), a(A6,2,6), a(A7,2,3), a(A8,2,6), a(A9,2,5), a(A10,1,4), a(A11,1,3), a(A12,1,8)]$.

Le priorità sono descritte dalla seguente lista di termini:

$[p(A1,A2), p(A1,A3), p(A2,A4), p(A2,A5), p(A3,A6), p(A3,A7), p(A4,A8), p(A5,A8), p(A5,A9), p(A6,A11), p(A7,A10), p(A8,A9), p(A10,A12), p(A11,A10), p(A3,A5), p(A9,A12)]$.

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre:

- 1) trovare il numero T1 del giorno in cui lavora il maggior numero RM di ragazzi;
- 2) trovare il numero T2 del giorno in cui lavora il minor numero Rm di ragazzi;
- 3) trovare il numero massimo AP di attività che possono essere svolte in parallelo.

N	
T1	
RM	
T2	
Rm	
AP	

SOLUZIONE

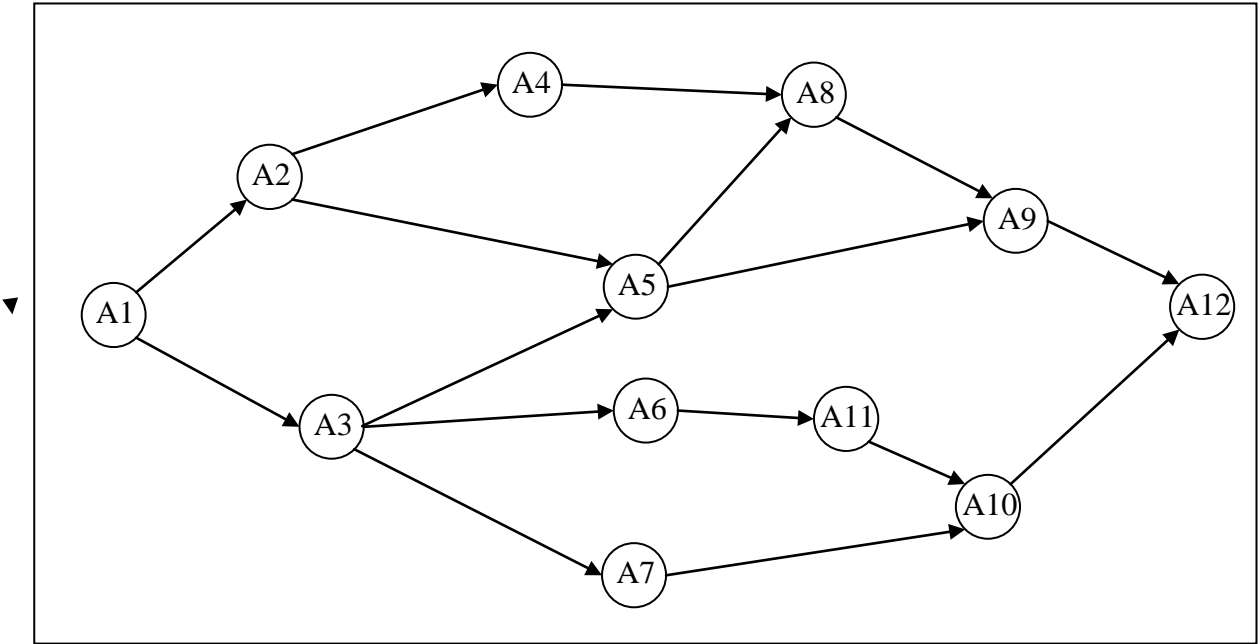
N	11
T1	5
RM	11
T2	4
Rm	4
AP	4

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

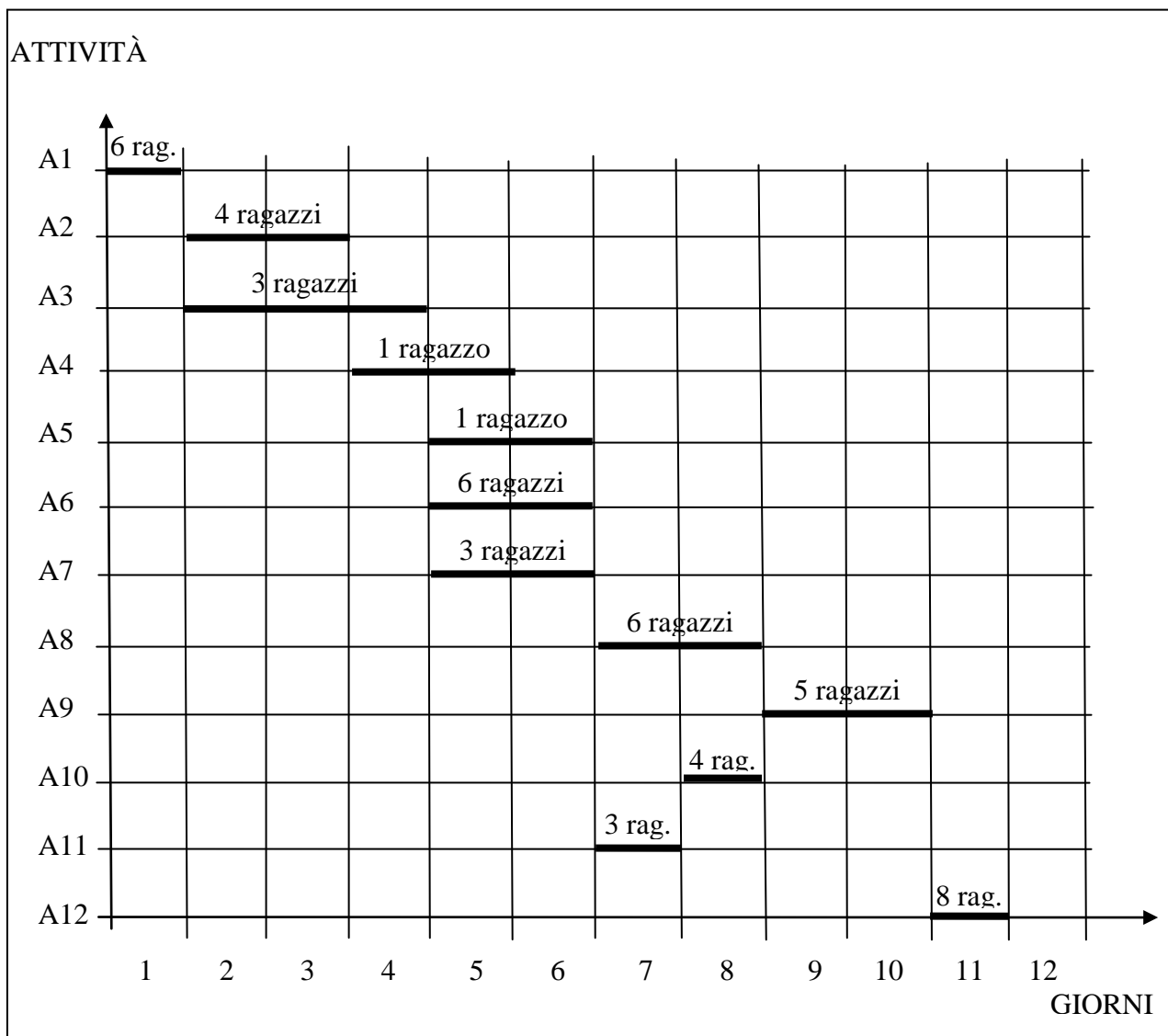
Per facilitare la soluzione è utile trasformare in tabella la lista che descrive la durata e le persone relative ad ogni attività.

Attività	Durata	Ragazzi
A1	1	6
A2	2	4
A3	3	3
A4	2	1
A5	2	1
A6	2	6
A7	2	3
A8	2	6
A9	2	5
A10	1	4
A11	1	3
A12	1	8

Successivamente è bene disegnare il diagramma delle precedenze.



Da ultimo si deve compilare il Gantt.



N.B. I giorni sono numerati a partire dal primo del progetto.

Dal Gantt si deduce facilmente la lista delle coppie [giorno,persone]:

[[1,6],[2,7],[3,7],[4,4] ,[5,11],[6,10],[7,9],[8,10] ,[9,5],[10,5],[11,8]].

Da tale lista viene immediatamente la soluzione: N vale 11; T1 vale 5 e RM vale 11; T2 vale 4 e Rm vale 4; il numero massimo di attività che si possono svolgere in parallelo è 4.

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella procedura seguente, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output.

```

procedura PROVA1;
variables C, T, S, I integer;
input C;
S ← 0;
T ← 1;
for I from 1 to C step 1 do
    S ← S+I×(I+1);
    T ← T×S;
endfor;
output S, T;
endprocedura;
    
```

Il valore in input per C è 5.

S	
T	

SOLUZIONE

S	70
T	896000

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il ciclo “for” viene ripetuto 5 volte; i valori delle variabili prima del ciclo e dopo ogni ripetizione sono riportati nella seguente tabella.

	C	I	S	T
valori immediatamente prima del ciclo “for”	5	/	0	1
valori dopo la ripetizione 1 del ciclo “for”	5	1	2	2
valori dopo la ripetizione 2 del ciclo “for”	5	2	8	16
valori dopo la ripetizione 3 del ciclo “for”	5	3	20	320
valori dopo la ripetizione 4 del ciclo “for”	5	4	40	12800
valori dopo la ripetizione 5 del ciclo “for”	5	5	70	896000

N.B. La variabile I non ha valore prima del ciclo for” (come del resto le altre variabili all’inizio della procedura).

ESERCIZIO 7

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella procedura seguente, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output.

```

procedura PROVA2;
variables N, S, T, I integer;
input N;
S ← 0;
T ← 1;
for I from 1 to N step 1 do
    input A;
    if A > 0
        then S ← S + A;
        else T ← T + A;
    endif;
endfor;
output S, T;
endprocedura;
    
```

In input si ha 9 come valore di N e i corrispondenti nove valori di A sono 12, 4, -5, 7, -2, -8, 4, 9, -1; calcolare i valori di output.

S	
T	

SOLUZIONE

S	36
T	-15

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il ciclo “for” viene ripetuto 9 volte; i valori delle variabili prima del ciclo e dopo ogni ripetizione sono riportati nella seguente tabella.

	N	I	A	S	T
valori prima del ciclo “for”	9	/	/	0	1
valori dopo la ripetizione 1 del ciclo “for”	9	1	12	12	1
valori dopo la ripetizione 2 del ciclo “for”	9	2	4	16	1
valori dopo la ripetizione 3 del ciclo “for”	9	3	-5	16	-4
valori dopo la ripetizione 4 del ciclo “for”	9	4	7	23	-4
valori dopo la ripetizione 5 del ciclo “for”	9	5	-2	23	-6
valori dopo la ripetizione 6 del ciclo “for”	9	6	-8	23	-14
valori dopo la ripetizione 7 del ciclo “for”	9	7	4	27	-14
valori dopo la ripetizione 8 del ciclo “for”	9	8	9	36	-14
valori dopo la ripetizione 9 del ciclo “for”	9	9	-1	36	-15

N.B. Le variabili I e A non hanno valore prima del ciclo for” (come del resto le altre variabili all’inizio della procedura).

ESERCIZIO 8

PROBLEMA

I tre mucchietti di fiammiferi in figura possono essere descritti dalla lista [11,7,6] e usati come punto di partenza per un gioco.

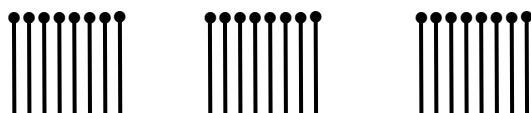


Il gioco consiste nello spostare i fiammiferi da un gruppo ad un altro rispettando le seguenti regole:

- si possono spostare fiammiferi da un solo mucchietto di partenza a un solo mucchietto di arrivo;
- si devono spostare tanti fiammiferi quanti ce ne sono nel mucchietto di arrivo.

Rispettando queste regole, per esempio, non è possibile spostare fiammiferi dal terzo gruppo perché non contiene sufficienti fiammiferi (ne dovrebbe avere almeno 7); si possono invece spostare fiammiferi dal secondo al terzo gruppo ottenendo la configurazione [11,1,12].

Qual è il minimo numero N di spostamenti necessari per trasformare la configurazione iniziale [11,7,6] nella configurazione [8,8,8]?



N	
---	--

SOLUZIONE

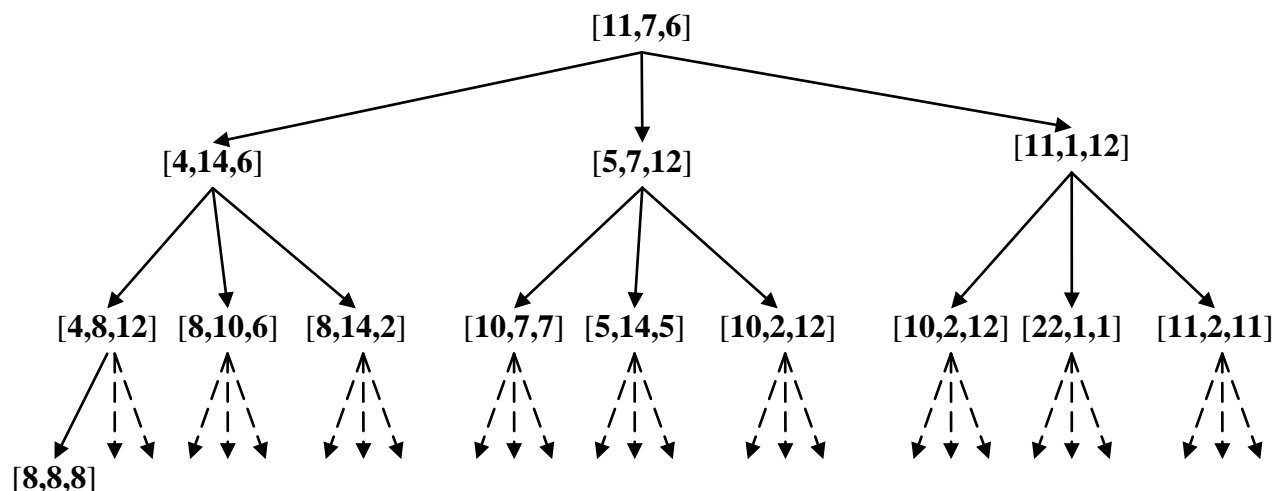
N	3
---	---

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Gli spostamenti sono descritti dalla seguente tabella:

stato iniziale	[11,7,6]
primo stato intermedio	[4,14,6]
secondo stato intermedio	[4,8,12]
stato finale	[8,8,8]

Per ricavarli, si costruisce l'albero delle possibili mosse, come nella figura seguente:

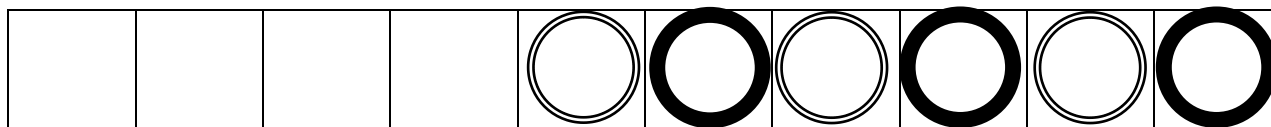


In ogni nodo c'è uno stato che ha come figli quelli ottenibili con una sola mossa; si vede immediatamente che al terzo livello (contando come 0 quello della radice) c'è (ed è unico) lo stato finale; i nodi del percorso dalla radice allo stato finale sono gli stati intermedi richiesti.

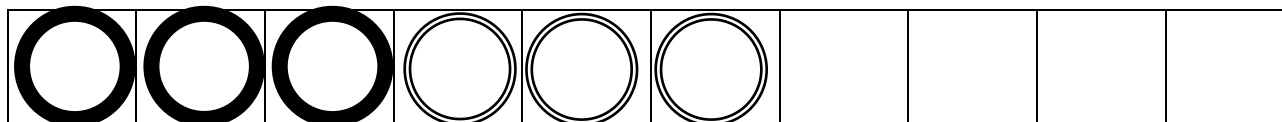
ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Su una riga di 10 caselle sono disposte tre pedine chiare alternate a tre pedine scure, come in figura.



Bisogna posizionare le pedine nel modo seguente:



con mosse successive ciascuna delle quali consiste nello spostare *due* pedine consecutive (come fossero un solo oggetto), dalla loro posizione a due caselle libere consecutive.

Qual è il numero minimo necessario N di mosse?

(N.B. Oltre che con i disegni si può ragionare con le liste; si possono rappresentare le pedine con le cifre da 1 a 6 ciascuna seguita dalla lettera C per le pedine chiare o S per quelle scure; una casella vuota si può rappresentare con \diamond . Allora alla prima configurazione corrisponde la lista $[\diamond, \diamond, \diamond, \diamond, 1C, 2S, 3C, 4S, 5C, 6S].$)

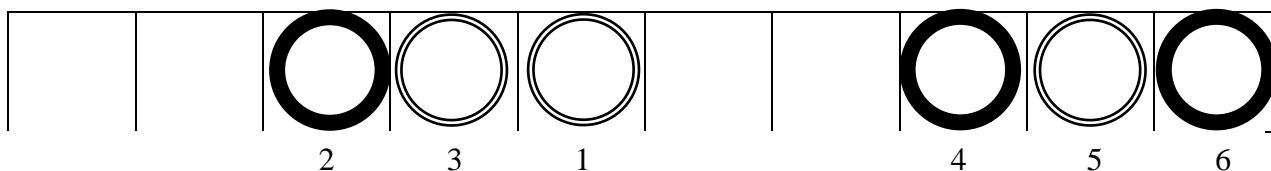
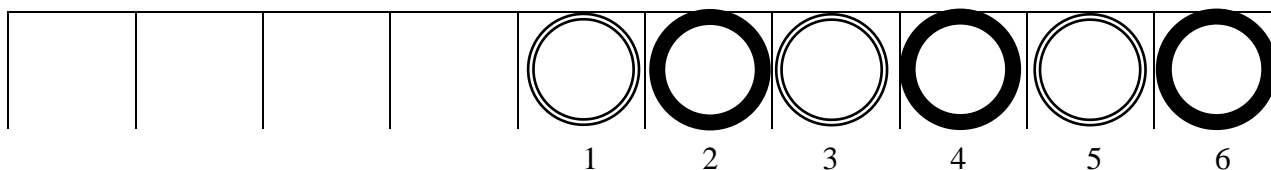
N	
---	--

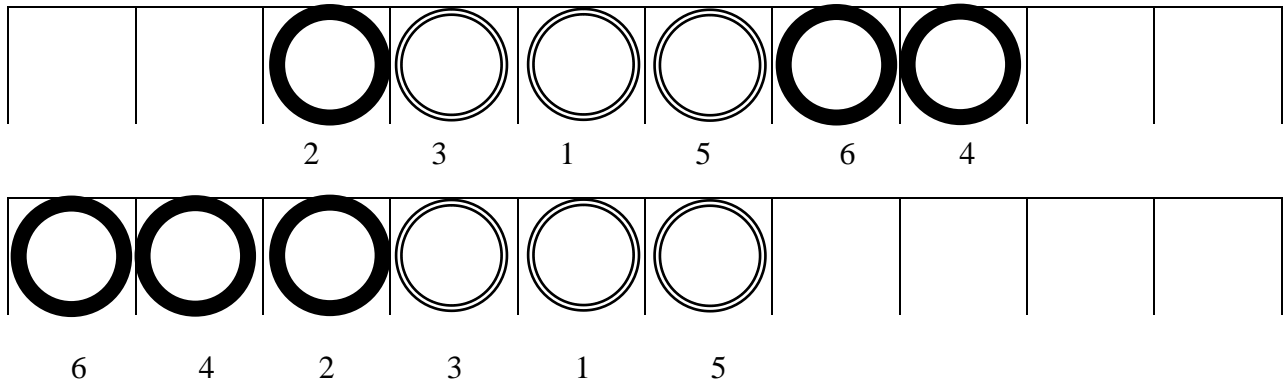
SOLUZIONE

N	3
---	---

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Graficamente le mosse sono illustrate di seguito; le pedine sono numerate, per seguirne meglio il movimento





(Con le liste le mosse si possono descrivere nella seguente maniera:

[$\diamond, \diamond, \diamond, \diamond, 1C, 2S, 3C, 4S, 5C, 6S$]
 ↓ spostando [2S,3C]
 [$\diamond, \diamond, 2S, 3C, 1C, \diamond, \diamond, 4S, 5C, 6S$]
 ↓ spostando [5C,6S]
 [$\diamond, \diamond, 2S, 3C, 1C, 5C, 6S, 4S, \diamond, \diamond$]
 ↓ spostando [6S,4S]
 [6S,4S,2S,3C,1C,5C, $\diamond, \diamond, \diamond, \diamond$])

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

The number (of four digits) 2701 is interesting because it can be obtained from multiplication of two numbers each the reversed of the other:

$$37 \times 73 = 2701$$

But what if we're told that, say 6786, is another such number and we're asked what are the two multipliers?

Not difficult; note that digit couple 7 and 3, in the example above, have 1 in the units place when multiplied; then because 6786 ends in 6, look for possible digit couples that when multiplied end in 6, and one of them gives the answer for us:

$$1 \times 6, 2 \times 3, 2 \times 8, 4 \times 9, 6 \times 6, 7 \times 8.$$

We might try all the possibilities, starting with 16 x 61, and find it is the final couple that suits us:

$$78 \times 87 = 6786.$$

So, fill the following table.

NUMBER	SMALL MULTIPLIER	BIG MULTIPLIER
2668		
1458		
8722		
1462		

SOLUZIONE

NUMBER	SMALL MULTIPLIER	BIG MULTIPLIER
2668	29	92
1458	18	81
8722	89	98
1462	34	43

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si procede per tentativi, dopo aver osservato che

$1 \times 8, 2 \times 4, 2 \times 9, 3 \times 6, 4 \times 7, 6 \times 8$ terminano in 8,
e

$1 \times 2, 2 \times 6, 3 \times 4, 6 \times 7, 8 \times 9$ terminano in 2.