

## ESERCIZIO 1

## PREMESSA

La relazione che lega il costo totale conoscendo quello unitario e il numero di oggetti acquistati può essere rappresentata col termine regola(<sigla>,[costo unitario, quantità], <costo totale>). Più in generale, con il termine

$$\text{regola}(\langle \text{sigla} \rangle, \langle \text{lista antecedenti} \rangle, \langle \text{conseguente} \rangle)$$

si può descrivere una regola di deduzione che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>; ogni regola è identificata in modo univoco da <sigla>. Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Se, ad esempio, è assegnato il seguente insieme di regole

regola(11,[a,g],z).	regola(12,[m,f,g],w).	regola(13,[a,b,w],q).
regola(14,[r,g],b).	regola(15,[a,b],s).	regola(20,[a,z],w).

conoscendo [a,g], è possibile dedurre z con la regola 11; ma è anche possibile dedurre w applicando prima la regola 11 (per dedurre z) e poi la regola 20 per dedurre w; quindi, la lista di sigle [11,20] descrive il procedimento per dedurre w conoscendo [a,g].

## PROBLEMA

È dato il seguente insieme di regole:

regola(11,[a,g],z).	regola(12,[m,f,g],w).	regola(13,[a,b,w],q).
regola(14,[r,g],b).	regola(15,[a,b],s).	regola(16,[s,r],b).
regola(17,[q,r],a).	regola(18,[q,r],g).	regola(19,[a,b,s],w).
regola(20,[a,z],w).	regola(21,[a,b,s],f).	regola(22,[a,b,f],k).

Trovare la lista L delle sigle che descrive il procedimento da applicare per dedurre q a partire da [a,s,r]. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. In casi di alternativa (cioè ci siano più regole applicabili) dare la precedenza alla regola con sigla inferiore.

L	
---	--

## SOLUZIONE

L	[16,19,13]
---	------------

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per dedurre q si deve usare la regola 13; questa regola può essere applicata a partire da [a,b,w]; tra questi, gli elementi b e w non sono assegnati, ma possono essere dedotti rispettivamente con le regole 16 e 19.

In generale, per risolvere il problema di trovare un procedimento di deduzione si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola le cui premesse sono tutte note (i dati) la soluzione è trovata, altrimenti si continua a cercare regole per derivare i termini incogniti. Per il caso in esame, il metodo è illustrato nella *prima* figura seguente, in cui le frecce non tratteggiate (di tipo OR) indicano le regole (la sigla è scritta a fianco) e le frecce tratteggiate (di tipo AND) indicano gli antecedenti della

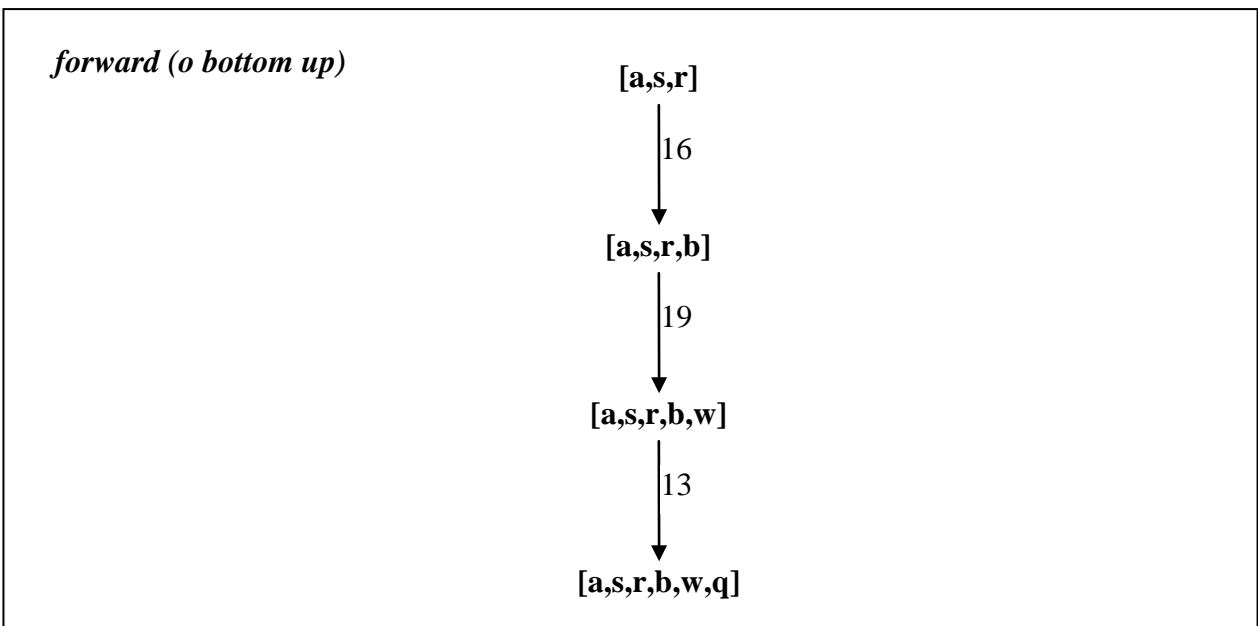
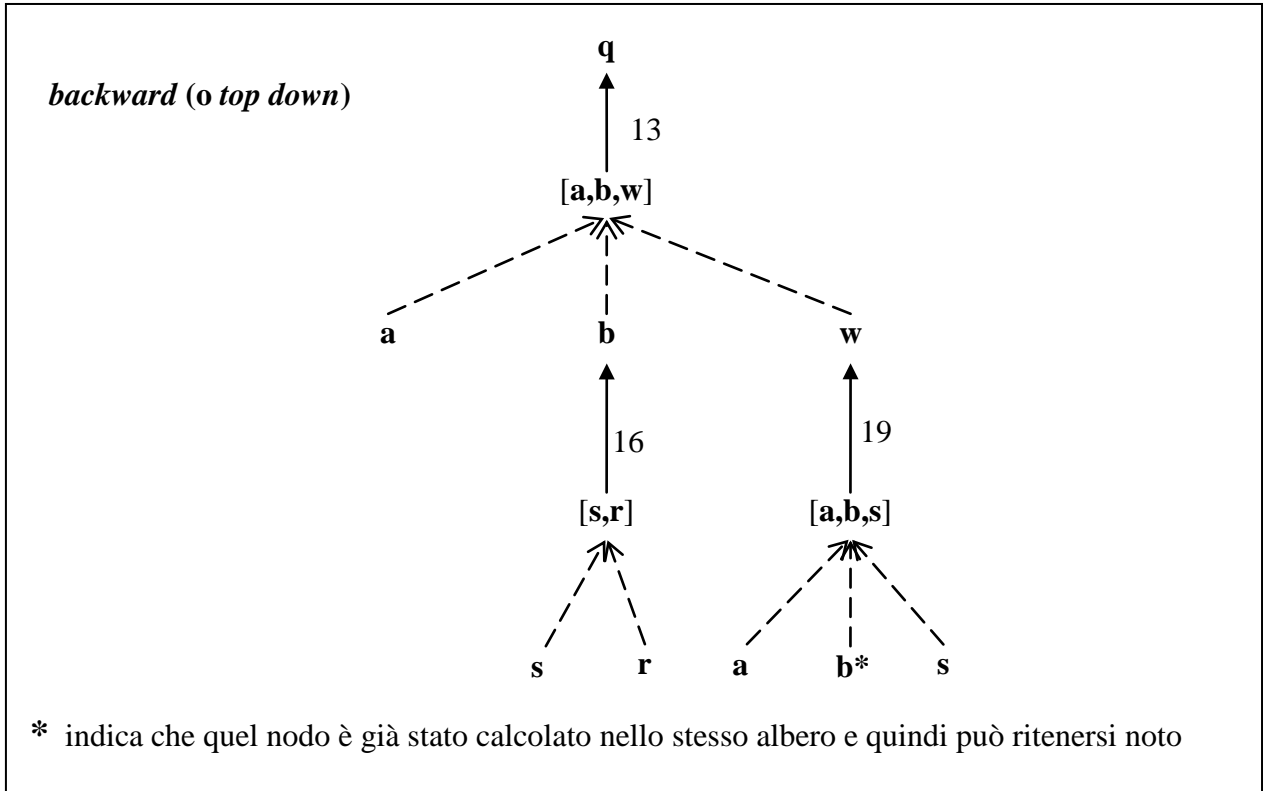
regola. In questo modo si trovano procedimenti per derivare l'incognita rappresentati graficamente da alberi, le cui foglie sono (tutte) dati.

L'albero mostrato descrive il processo di derivazione richiesto da questo problema.

Un altro metodo è quello *forward* (o *bottom up*) che consiste nel partire dai dati e usare le regole applicabili per aumentare la conoscenza via via fino a comprendere l'incognita; il metodo è illustrato nella *seconda* figura seguente.

In questo caso si ottiene un albero che descrive il processo di derivazione.

N.B. Nel primo caso la successione delle regole applicate è dal basso verso l'alto; nel secondo caso è dall'alto al basso.



## ESERCIZIO 2

## PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

								S					
					P								
→													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di sei colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].

La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra. Il robot ha sempre uno dei quattro orientamenti seguenti descritti con: n (nord, verso l'alto), s (sud, verso il basso), e (est, verso destra), o (ovest, verso sinistra).

N.B. Non confondere “o” come descrizione dell'orientamento e “o” come comando.

## PROBLEMA

In un campo di gara, sufficientemente ampio, il robot è nella casella [5,9] con orientamento n; deve eseguire il percorso descritto dalla seguente lista di comandi

[[a,f,f,o,f,f,a,f,a,f,f,a]].

Trovare

- 1) l'orientamento D1, l'ascissa X1 e l'ordinata Y1 del robot dopo aver eseguito 6 comandi;
- 2) l'orientamento D2, l'ascissa X2 e l'ordinata Y2 del robot al termine del percorso.

D1	
X1	
Y1	
D2	
X2	
Y2	

## SOLUZIONE

D1	n
X1	3

Y1	11
D2	e
X2	2
Y2	9

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il percorso del robot si può ottenere disegnandolo o, in maniera più sistematica, compilando una tabella come la seguente, che mostra lo stato del robot *dopo* ogni comando.

SITUAZIONE	STATO
partenza	[5,9,n]
1 comando: a	[5,9,o]
2 comando: f	[4,9,o]
3 comando: f	[3,9,o]
4 comando: o	[3,9,n]
5 comando: f	[3,10,n]
6 comando: f	[3,11,n]
7 comando: a	[3,11,o]
8 comando: f	[2,11,o]
9 comando: a	[2,11,s]
10 comando: f	[2,10,s]
11 comando: f	[2,9,s]
12 comando: a	[2,9,e]
arrivo	[2,9,e]

N.B. Si noti come l'esecuzione del comando "f" (che aumenta o diminuisce una della coordinate) dipende dall'orientamento.

## ESERCIZIO 3

## PROBLEMA

Nel seguente testo sostituire a ciascun X1, X2, ecc. la parola più appropriata, scelta tra quelle proposte. (N.B. solo una scelta è *coerente* col significato generale del testo, anche se altre sono sintatticamente possibili; per svolgere l'esercizio non è necessario conoscere l'argomento trattato nel brano).

Dalle pitture di tanti nobili X1 sopra un carro da combattimento monoposto risulta che come taglia questi cavalli erano poco più grandi di un X2, fatto confermato anche dagli X3 dissotterrati e dalle dimensioni delle scuderie di Ugarit. Servivano come X4 da tiro e non per essere cavalcati, se non occasionalmente, da uno staffiere; però a partire al più tardi dal XIV secolo a. C. incominciarono anche a X6, usando briglie ma non il X5; li cavalcavano senza sella, sempre che il disegno scoperto nella tomba di Horemheb a Menfi sia fedele alla realtà. Perché l'abitudine di X6 si generalizzasse fu necessaria l'invenzione del X5 (l'attesa non fu lunga, dato che il X5 è un manufatto dell'età del bronzo), della sella e, soprattutto, delle staffe.

Lista delle scelte:

A	avanzi	M	cavalcarli
B	scheletri	N	tosarli
C	onagro	O	pony
D	sperone	P	zoccolo
E	domarli	Q	bardotto
F	morso	R	mulo
G	sellarli	S	conquistarli
H	comandanti	T	animali
I	guerrieri	U	uomini
L	commercianti	V	re

Indicare le scelte con la lettera maiuscola corrispondente.

X1	
X2	
X3	
X4	
X5	
X6	

## SOLUZIONE

X1	I
X2	O
X3	B
X4	T
X5	F
X6	M

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

<b>Variabile</b>	<b>Presumibili proprietà grammaticali o sintattiche</b>	<b>Scelte possibili</b>	<b>Scelta corretta</b>
X1	sostantivo maschile plurale	avanzi, scheletri, comandanti, guerrieri, animali, uomini, commercianti, re	guerrieri (scelta più coerente col contesto)
X2	sostantivo maschile singolare	onagro, sperone, morso, pony, zoccolo, bardotto, mulo	pony (unica scelta coerente col contesto)
X3	sostantivo maschile plurale	avanzi, scheletri, comandanti, guerrieri, animali, uomini, commercianti, re	scheletri (si adatta al contesto più di avanzi)
X4	sostantivo maschile plurale	avanzi, scheletri, comandanti, guerrieri, animali, uomini, commercianti, re	animali (unica scelta naturale nel contesto)
X5	sostantivo maschile singolare	onagro, sperone, morso, pony, zoccolo, bardotto, mulo	morso (più naturale nel contesto rispetto a sperone)
X6	forma verbale infinitiva	domarli, sellarli, cavalcarli, tosarli, conquistarli	cavalcarli (più naturale nel contesto)

## ESERCIZIO 4

## PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q											
		5	■	■				S					
			7		P								
♁													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di sei colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot ♁ sono [1,1].

Il robot ad ogni mossa può spostarsi (come il re nel gioco degli scacchi) procedendo in una delle otto direzioni possibili indicate come nella rosa dei venti: nord (n), nord-est (ne), est (e), sud-est (se), sud (s), sud-ovest (so), ovest (o), nord-ovest (no); vedi tabella.

no	n	ne
o	♁	e
so	s	se

Il campo di gara contiene caselle interdette al robot (segnate da un quadrato nero) quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 4 caselle; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 3 mosse possibili. In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare facendo dei percorsi. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[4,3,7],[3,4,5]]. Un percorso del robot è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso dalla casella in cui c'è P alla casella in cui c'è Q (che ha un totale di premi accumulati pari a 12) è descritto dalla seguente lista:

[[6,3],[5,3],[4,3],[3,3],[3,4],[3,5]].

Se al robot fosse vietata la direzione nord, un percorso da P a Q (con valore dei premi pari a 7) potrebbe essere

[[6,3],[5,3],[4,3],[3,3],[2,3],[1,3],[2,4],[3,5]].

## PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 5×5, il robot si trova nella casella [2,2]; deve fare un percorso *semplice*, cioè senza passare due volte in una stessa casella (quindi tutte le caselle del percorso sono diverse) fino alla casella [4,4]; nel campo sono presenti delle caselle interdette descritte dalla seguente lista

[[1,1],[3,2],[3,3],[3,4],[1,5],[2,5],[5,1],[5,2]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista

[[1,2,10],[1,3,11],[2,1,12],[2,3,13],[3,1,14]].

Al robot sono, inoltre, *vietate* le direzioni descritte nella seguente lista [no,o,so,s]

×	n	ne
×	♔	e
×	×	se

e, per ogni mossa, il robot deve pagare un pedaggio di due unità scalabili dai premi.  
 Trovare il numero N di possibili percorsi semplici e la lista L dei valori dei premi associati a ciascun percorso (messi in ordine non decrescente, tenendo conto dei pedaggi pagati).

N	
L	

SOLUZIONE

N	3
L	[4,5,6]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nello schema seguente:

■	■			
		■	♔	
11	13	■		
10	♔	■		■
■	12	14		■

I percorsi possibili (consentiti dalle caselle interdette e dalla limitata mobilità del robot) sono:

1. [[2,2],[3,1],[4,1],[4,2],[4,3],[4,4]], premi raccolti 14, pedaggi 10, premio rimasto 4 ;
2. [[2,2],[3,1],[4,2],[4,3],[4,4]], premi raccolti 14, pedaggi 8, premio rimasto 6;
3. [[2,2],[2,3],[2,4],[3,5],[4,4]] premi raccolti 13, pedaggi 8, premio rimasto 5.



## ESERCIZIO 5

## PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	3	1
A2	2	2
A3	3	1
A4	3	2
A5	1	3
A6	2	2
A7	3	1
A8	2	2
A9	2	2
A10	3	1
A11	4	2
A12	6	1

Le priorità fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A2,A4], [A2,A5], [A3,A9], [A1,A11], [A5,A8], [A4,A8], [A7,A10], [A6,A7], [A8,A12], [A9,A5], [A9,A6], [A5,A7], [A11,A5], [A10,A12].

Si supponga che ogni attività inizi *prima possibile* (nel rispetto delle priorità): determinare il numero N di giorni necessari per completare il progetto e il numero massimo AP di attività che, in questo caso, si svolgono in parallelo. Determinare inoltre il numero minimo M di ragazzi necessario per realizzare il progetto così pianificato.

N.B. I giorni sono numerati a partire dal primo giorno del progetto.

N	
AP	
M	

## SOLUZIONE

N	10
AP	3
M	9

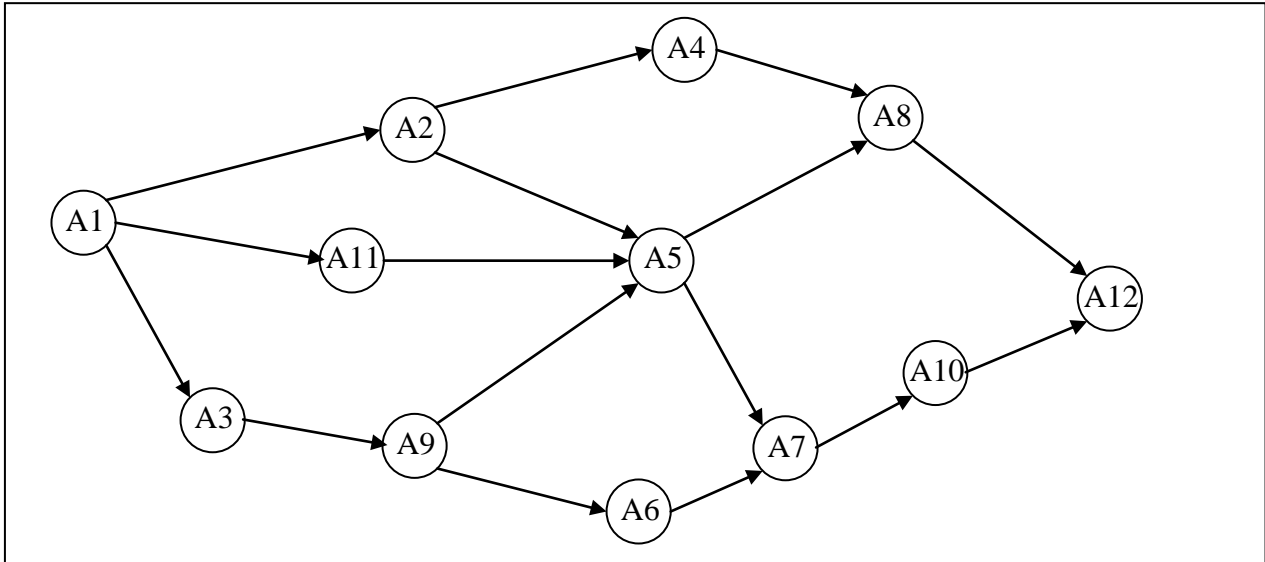
## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Occorre prima disegnare il diagramma delle precedenze, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze. Si procede per passi successivi: prima si disegnano in "ordine sparso" dei nodi con etichette che sono le attività (per esempio un cerchietto con la sigla della attività); poi si congiungono con una freccia i nodi che appartengono a un elemento (sottolista) della lista che rappresenta le priorità; successivamente si procede a ridisegnare, per tentativi, il grafo cercando di "disintrecciare" le frecce: di solito ci si riesce completamente, come nell'esempio in figura (ma non

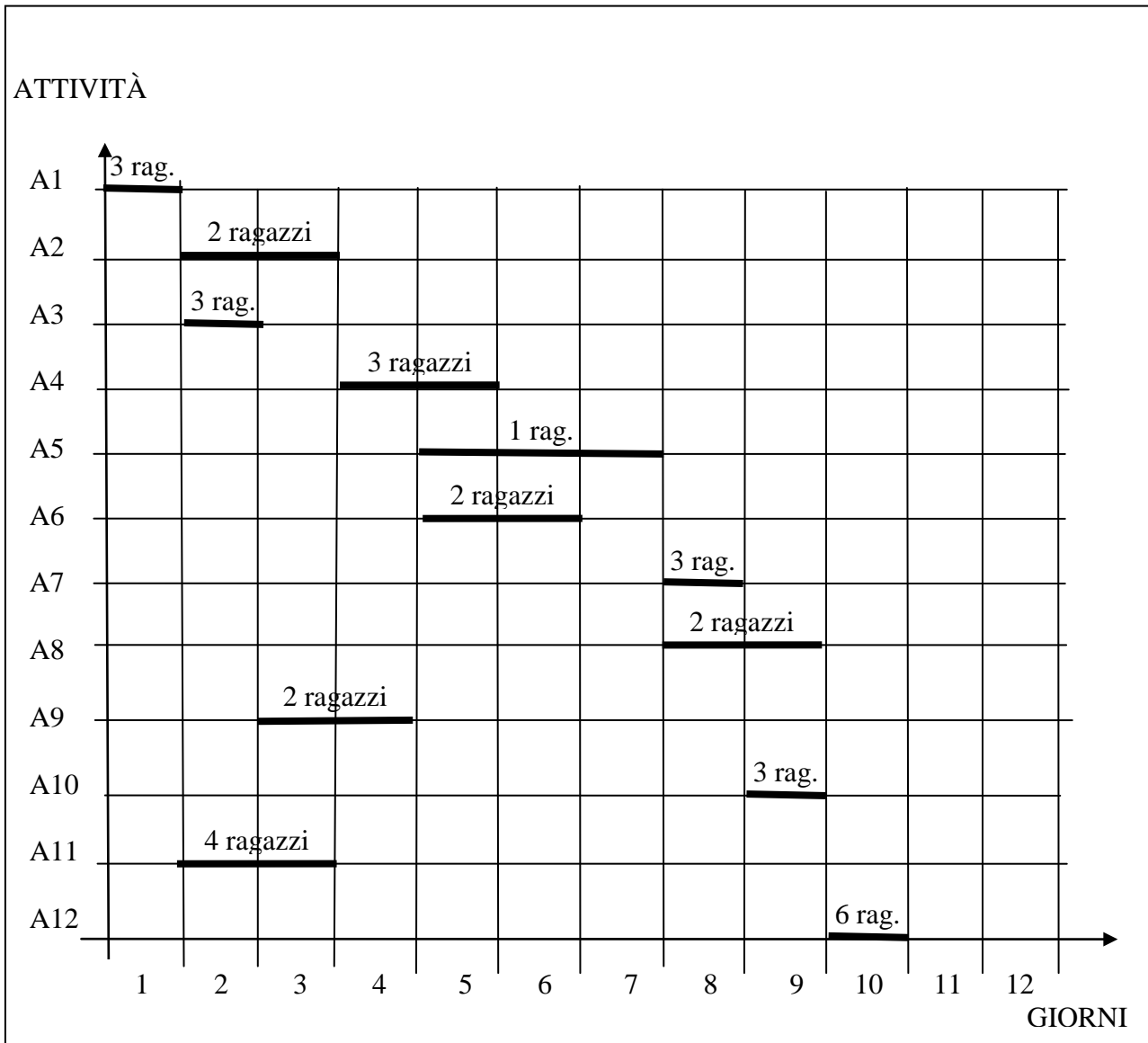
sempre è possibile). Si noti che esiste una “prima attività” del progetto (A1 in figura) e una “ultima attività” (A12 in figura).

N.B. È casuale che la prima attività abbia la sigla più piccola e l’ultima la sigla più grande.

Il diagramma delle precedenze esprime in maniera molto “leggibile” la precedenza tra le attività e consente di passare con facilità allo stadio successivo.



Dal grafo e dalla tabella si può compilare il Gantt; si elencano le attività sull’asse verticale, avendo cura di iniziare (dall’alto) con la prima attività e finire in basso con l’ultima; sull’asse orizzontale si elencano i giorni: *a priori* non si può dire quanti saranno necessari (certamente non più della somma di quelli che compaiono nella tabella che descrive le attività).



Dal Gantt si deduce facilmente che il numero massimo AP di attività che si svolgono in parallelo vale 3 ed è possibile costruire la lista delle coppie [giorno, persone]:

[[1,3],[2,9],[3,8],[4,5],[5,6],[6,3],[7,1],[8,5],[9,5],[10,6]].

Da tale lista si deduce immediatamente che N vale 10 e M vale 9.

## ESERCIZIO 6

## PREMESSA

Per descrivere una procedura di calcolo viene spesso usato un pseudolinguaggio che utilizza parole inglesi e simboli matematici. Ad esempio, la seguente procedura (commentata) di nome ESEMPIO1 prevede di acquisire due valori da dare ai simboli (o *variabili*) A e B e di attribuire il più grande di questi valori al simbolo (o *variabile*) C.

procedure ESEMPIO1	Nome della procedura
variables A, B, C integer;	Elenco delle variabili usate che sono a valore intero
input A, B;	Attribuire valori di input alle variabili A e B
if A>B	Verifica se è vero che A è maggiore di B
then C ← A;	Prima alternativa: se è vero, allora attribuisce a C il valore di A
else C ← B;	Seconda alternativa: altrimenti attribuisce a C il valore di B
endif;	Termine della verifica e delle alternative
output C;	Fai conoscere il valore di C
endprocedure	Fine della procedura

Pertanto, se i valori assegnati in input sono 5 per A e 7 per B, in output si ha 7 per C.

## PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output, da sistemare nella successiva tabella.

```

procedure PROVA1;
variables A, B, C, D, G, H, K integer;
input A, B, C, D;
G ← A×B;
H ← C×D;
if H>G
    then K ← 1;
endif;
if H=G
    then K ← 2;
endif;
if H<G
    then K ← 3;
endif;
output G, H, K;
endprocedure;

```

Calcolare i valori di output corrispondenti ai valori di input come riportati in tabella

A	B	C	D	G	H	K
12	12	11	13			
11	15	10	16			

## SOLUZIONE

A	B	C	D	G	H	K
12	12	11	13	144	143	3
11	15	10	16	165	160	3

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Per il primo input (per A, B, C, D), G vale 144 e H vale 143; poiché  $H < G$ , K vale 3.

Per il secondo input (per A, B, C, D), G vale 165 e H vale 160; poiché  $H < G$ , K vale 3.

## ESERCIZIO 7

## PREMESSA

Per descrivere una procedura di calcolo viene spesso usato un pseudolinguaggio che utilizza parole inglesi e simboli matematici. Ad esempio, la seguente procedura (commentata) di nome ESEMPIO2 calcola la somma di tutti i numeri interi compresi tra i valori (da acquisire come input) delle variabili  $N1$  e  $N2$ .

procedure ESEMPIO2	Nome della procedura
variables S, N1, N2, I integer	Elenco delle variabili usate che sono a valore intero
input N1, N2;	Attribuire i valori alle variabili N1 e N2
S $\leftarrow$ 0;	porre uguale a 0 il valore iniziale di S
for I from N1 to N2, step 1 do	Ciclo: ripetere i calcoli per I=N1, I=N1+1, ...fino a I=N2
S $\leftarrow$ S + I;	Eeguire i calcoli col valore corrente di I
endfor;	Termine del ciclo
output S;	Fai conoscere il valore di S
endprocedure	Fine della procedura

Pertanto, se i valori assegnati in input sono 5 per  $N1$  e 11 per  $N2$ , in output si ha 56 per S.

## PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA2, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output.

```

procedure PROVA2;
variables A, B, P, S, N, I integer;
input N;
P  $\leftarrow$  0;
S  $\leftarrow$  0;
for I from 1 to N step 1 do
    input A, B;
    if B>A then P  $\leftarrow$  P + A×B; endif
    if B<A then S  $\leftarrow$  S + A×B; endif;
endfor;
output P, S;
endprocedure;

```

I valori in *input* sono:

5 per N;  
 9, 7, 3, 6, 2 per A;  
 5, 6, 5, 7, 1 per B.

P	
S	

## SOLUZIONE

P	57
S	89

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il ciclo “for” viene ripetuto 5 volte; alla fine P ha come valore la somma dei prodotti  $A \times B$  quando  $B > A$ ; S ha come valore la somma dei prodotti  $A \times B$  quando  $B < A$ ;

Quindi:

$$P = 3 \times 5 + 6 \times 7 = 57$$

$$S = 9 \times 5 + 7 \times 6 + 2 \times 1 = 89$$

## ESERCIZIO 8

## PROBLEMA

Un automobilista ha cinque pneumatici nella sua macchina. In un anno percorre 30000 chilometri e periodicamente ruota gli pneumatici, in modo che alla fine dell'anno ogni pneumatico ha percorso lo stesso numero  $M$  di chilometri. Determinare  $M$ .

M	
---	--

## SOLUZIONE

M	24000
---	-------

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Ognuna delle quattro ruote (meglio: dei cerchioni) ha percorso 30000 chilometri, per un totale di 120000 chilometri, da suddividersi (in parti eguali) tra cinque pneumatici, quindi:

$$120000/5 = 24000.$$

Un altro modo di affrontare il problema è osservare che ognuna delle cinque gomme è stata usata per i quattro quinti dei chilometri percorsi, cioè appunto per 24000 chilometri.

Se ci fossero stati solo quattro pneumatici ognuno sarebbe stato usato per i quattro quarti dei chilometri (cioè per 30000); se ci fossero stati sei pneumatici ognuno sarebbe stato usato per i quattro sesti dei chilometri (cioè per 20000, o anche  $120000/6$ ).



## ESERCIZIO 9

## PROBLEMA

Jackie Paper è diventato un appassionato di *problem solving* e possiede un certo numero di PC; sapendo che:

- tutti tranne due sono di marca Apple,
- tutti tranne due sono di marca Dell,
- tutti tranne due sono di marca Samsung.

determinare il numero N dei PC di Jackie.

N	
---	--

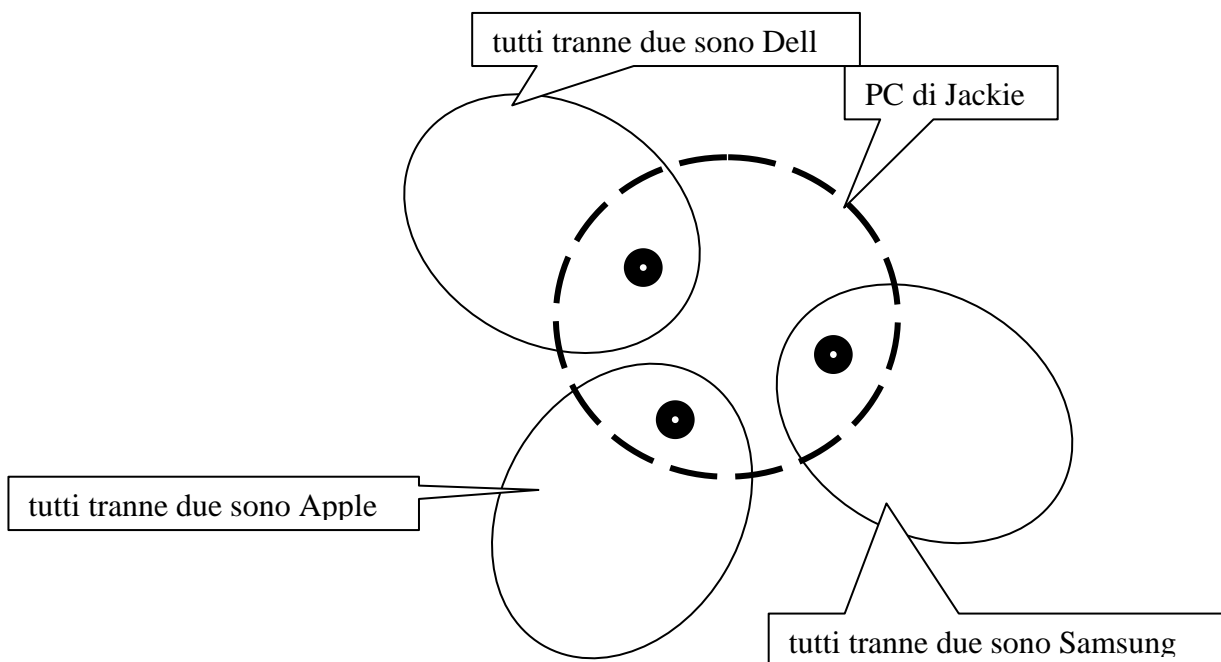
## SOLUZIONE

N	3
---	---

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I PC sono di tre marche: se tutti tranne due sono di una certa marca vuol dire che c'è un PC per ognuna delle due marche rimanenti; ma questo è vero per (tutte) le tre marche: quindi l'unica possibilità è che Jackie abbia 3 PC: uno per ogni marca.

La soluzione è immediatamente visualizzabile coi diagrammi di Venn:



## ESERCIZIO 10

## PROBLEMA

If a certain number is reduced by 5 and the remainder is multiplied by 5, the result is the same as when the number is reduced by 13 and the remainder is multiplied by 13. Find the number N.

N	
---	--

## SOLUZIONE

N	18
---	----

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

È facile vedere che il numero è  $5 + 13 = 18$ ; infatti

$$18 - 5 = 13 \quad \text{e} \quad 13 \times 5 = 65,$$

$$18 - 13 = 5 \quad \text{e} \quad 5 \times 13 = 65;$$

oppure basta osservare che i due prodotti hanno come fattori 5 e 13 e quindi il numero originale è uguale alla loro somma.