

ESERCIZIO 1

PREMESSA

La relazione che lega il costo totale conoscendo quello unitario e il numero di oggetti acquistati può essere rappresentata col termine regola(<sigla>,[costo unitario, quantità], <costo totale>). Più in generale, con il termine

$$\text{regola}(\langle \text{sigla} \rangle, \langle \text{lista antecedenti} \rangle, \langle \text{conseguente} \rangle)$$

si può descrivere una regola di deduzione che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>; ogni regola è identificata in modo univoco da <sigla>. Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Se, ad esempio, è assegnato il seguente insieme di regole

regola(11,[a,g],z).	regola(12,[m,f,g],w).	regola(13,[a,b,w],q).
regola(14,[r,g],b).	regola(15,[a,b],s).	regola(20,[a,z],w).

conoscendo [a,g], è possibile dedurre z con la regola 11; ma è anche possibile dedurre w applicando prima la regola 11 (per dedurre z) e poi la regola 20 per dedurre w; quindi, la lista di sigle [11,20] descrive il procedimento per dedurre w conoscendo [a,g].

PROBLEMA

È dato il seguente insieme di regole:

regola(1,[x,g],q)	regola(2,[x],h)	regola(3,[x,g],y)
regola(4,[x,y],a)	regola(5,[a,w],b)	regola(6,[x],r)
regola(7,[h,g],w)	regola(8,[x,g],c)	regola(9,[w,y],b)
regola(10,[p,q],a)	regola(11,[x,g],p)	regola(12,[w],y)

A partire da [x,g] trovare:

- la lista L1 per derivare a con l'applicazione di due regole;
- la lista L2 per derivare a con l'applicazione di tre regole;
- la lista L3 per derivare a con l'applicazione di quattro regole.

Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. In casi di alternativa (cioè ci siano più regole contemporaneamente applicabili) dare la precedenza alla regola con sigla inferiore.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

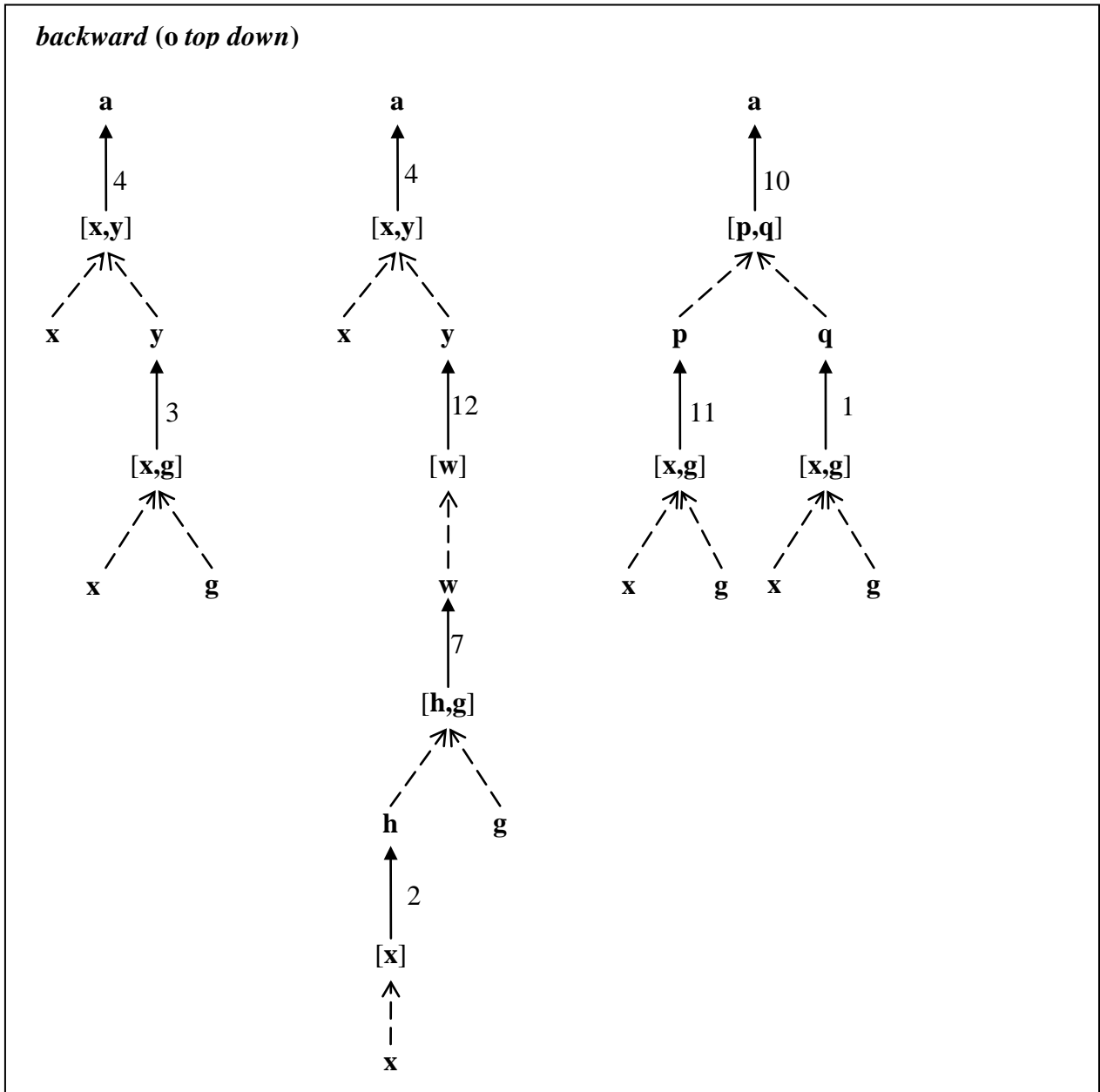
L1	[3,4]
L2	[1,11,10]
L3	[2,7,12,4]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per dedurre a sono disponibili due regole: la numero 4 e la numero 10. Due procedimenti (e quindi due liste) sono facilmente individuabili. La terza lista è una “variante” della prima.

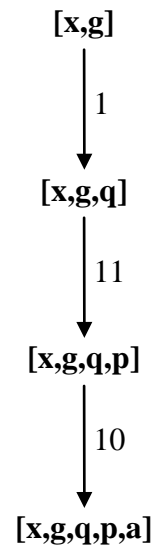
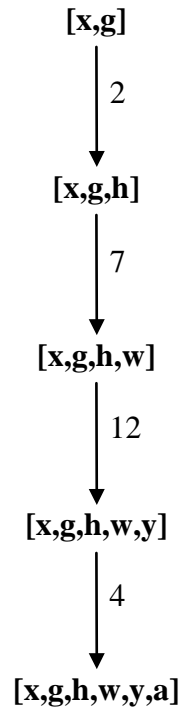
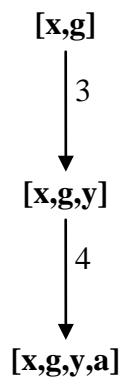
In generale, per risolvere il problema di trovare un procedimento di deduzione si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola le cui premesse sono tutte note (i dati) la soluzione è trovata,

altrimenti si deve continuare a cercare regole per derivare i tutti termini incogniti. Per il caso in esame, il metodo è illustrato nella figura seguente, in cui le frecce non tratteggiate (di tipo OR) indicano le regole (la sigla è scritta a fianco) e le frecce tratteggiate (di tipo AND) indicano gli antecedenti della regola. In questo modo si trovano 3 procedimenti per derivare l'incognita rappresentati graficamente da alberi, le cui foglie sono (tutte) dati. La successione delle regole applicate è dal basso verso l'alto.



Un altro metodo è quello *forward* (o *bottom up*) che consiste nel partire dai dati e usare le regole applicabili per aumentare la conoscenza via via fino a comprendere l'incognita; il metodo è illustrato nella figura seguente. Anche in questo caso, naturalmente, si ottengono 3 alberi che descrivono 3 processi di derivazione. La successione delle regole applicate è dall'alto al basso.

forward (o bottom up)



ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

								S					
					P								
→													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].

La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra. Il robot ha sempre uno dei quattro orientamenti seguenti descritti con: n (nord, verso l'alto), s (sud, verso il basso), e (est, verso destra), o (ovest, verso sinistra).

N.B. Non confondere “o” come descrizione dell'orientamento e “o” come comando.

PROBLEMA

In un campo di gara, sufficientemente ampio, il robot è nella casella [5,7] con orientamento o; deve eseguire il percorso descritto dalla seguente lista di comandi [f,f,a,f,f,f,a,f,f,f,a,f,f,a,f,f,a,f,f,f]

Trovare

- 1) l'orientamento D1, l'ascissa X1 e l'ordinata Y1 del robot dopo aver eseguito 10 comandi;
- 2) l'orientamento D2, l'ascissa X2 e l'ordinata Y2 del robot al termine del percorso.
- 3) l'ascissa X3 e l'ordinata Y3 della casella attraversata due volte dal percorso.

D1	
X1	
Y1	
D2	
X2	
Y2	
X3	
Y3	

SOLUZIONE

D1	e
X1	6
Y1	4
D2	s
X2	5
Y2	3
X3	5
Y3	4

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il percorso del robot si può ottenere disegnandolo o, in maniera più sistematica, compilando una tabella come la seguente, che mostra lo stato del robot *dopo* ogni comando.

SITUAZIONE	STATO
partenza	[5,7,o]
1 comando: f	[4,7,o]
2 comando: f	[3,7,o]
3 comando: a	[3,7,s]
4 comando: f	[3,6,s]
5 comando: f	[3,5,s]
6 comando: f	[3,4,s]
7 comando: a	[3,4,e]
8 comando: f	[4,4,e]
9 comando: f	[5,4,e] ←
10 comando: f	[6,4,e]
11 comando: f	[7,4,e]
12 comando: a	[7,4,n]
13 comando: f	[7,5,n]
14 comando: f	[7,6,n]
15 comando: a	[7,6,o]
16 comando: f	[6,6,o]
17 comando: f	[5,6,o]
18 comando: a	[5,6,s]
19 comando: f	[5,5,s]
20 comando: f	[5,4,s] ←
21 comando: f	[5,3,s]
arrivo	[5,3,s]

N.B. Si noti come l'esecuzione del comando "f" (che aumenta o diminuisce una delle coordinate) dipende dall'orientamento. La casella [5,4], indicata dalle 2 frecce, è quella in cui la traiettoria passa due volte

ESERCIZIO 3

PROBLEMA

Nel seguente testo sostituire a X1, X2, ecc. la parola più appropriata, scelta tra quelle proposte. (N.B. Solo una scelta è *coerente* col significato generale del testo, anche se altre sono sintatticamente possibili; per svolgere l'esercizio non è necessario conoscere l'argomento trattato nel brano.)

La natura X1 dei numeri complessi è bene illustrata dalla osservazione di Leibniz, che era anche un eminente X2, che i numeri immaginari sono una sorta di anfibi, a metà strada tra l'esistenza e la non-esistenza, simili sotto questo aspetto allo Spirito Santo della teologia X3. La sua teologia entrava anche nella sua concezione aritmetica di un sistema di numerazione X4, nella quale venivano usati soltanto due simboli, l'unità e lo zero: tale sistema gli appariva come simbolo della X5 durante la quale Dio, rappresentato dall'unità, creava tutte le cose traendole fuori dal nulla. Leibniz era così compiaciuto di questa idea da comunicarla ai Gesuiti, che avevano missionari in X6, con la speranza che essi potessero servirsi di tale analogia per convertire al cristianesimo l'imperatore cinese che era appassionato di cose scientifiche.

Lista delle scelte:

A decisa	M cristiana
B ternaria	N teologo
C scienziato	O Cina
D chiara	P decimale
E ambivalente	Q Cocincina
F filosofo	R binaria
G pagana	S naturalista
H numerazione	T mussulmana
I iniziazione	U catalessi
L India	V Giappone
K ebrea	Z creazione

Indicare le scelte con la lettera maiuscola corrispondente.

X1	
X2	
X3	
X4	
X5	
X6	

SOLUZIONE

X1	E
X2	N
X3	M
X4	R
X5	Z
X6	O

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Variabile	Presumibili proprietà grammaticali o sintattiche	Scelte possibili	Scelta corretta
X1	aggettivo femminile	decisa, ternaria, chiara, ambivalente, pagana, ebrea, cristiana, decimale, binaria, mussulmana	ambivalente
X2	sostantivo maschile	scenziato, filosofo, teologo, naturalista	teologo
X3	aggettivo femminile	decisa, ternaria, chiara, ambivalente, pagana, ebrea, cristiana, decimale, binaria, mussulmana	cristiana
X4	aggettivo femminile	decisa, ternaria, chiara, ambivalente, pagana, ebrea, cristiana, decimale, binaria, mussulmana	binaria
X5	sostantivo femminile	numerazione, iniziazione, catalessi, creazione	creazione
X6	nome di luogo	India, Cina, Giappone, Coccina	Cina

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q												
		5	■	■				S						
			7		P									
♠														

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente il robot ♠ sono [1,1].

Il robot ad ogni mossa può spostarsi (come il re nel gioco degli scacchi) procedendo in una delle otto direzioni possibili indicate come nella rosa dei venti: nord (n), nord-est (ne), est (e), sud-est (se), sud (s), sud-ovest (so), ovest (o), nord-ovest (no); i movimenti possibili sono illustrati nella seguente figura.

no	n	ne
o	♠	e
so	s	se

Il campo di gara contiene caselle interdette al robot (segnate da un quadrato nero) quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 4 caselle; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 3 mosse possibili. In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare facendo dei percorsi. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[4,3,7],[3,4,5]]. Un percorso del robot è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso dalla casella in cui c'è P alla casella in cui c'è Q (che ha un totale di premi accumulati pari a 12) è descritto dalla seguente lista:

[[6,3],[5,3],[4,3],[3,3],[3,4],[3,5]].

Se al robot fosse vietata la direzione nord, un percorso da P a Q (con valore dei premi pari a 7) potrebbe essere

[[6,3],[5,3],[4,3],[3,3],[2,3],[1,3],[2,4],[3,5]].

PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 5×5 , il robot si trova nella casella [2,2]; deve fare un percorso *semplice*, cioè senza passare due volte in una stessa casella (quindi tutte le caselle del percorso sono diverse) fino alla casella [3,5]; nel campo sono presenti delle caselle interdette descritte dalla seguente lista :

[[3,1],[5,3]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[1,3,11],[2,1,12],[2,3,13],[3,3,14]

Al robot sono, inoltre, *vietate* le direzioni descritte nella seguente lista [n,o,s,e] e, per ogni mossa, il robot deve pagare un pedaggio di due unità scalabili dai premi.

Trovare:

- il numero N di possibili percorsi semplici;
- la lista L dei valori dei premi meno i pedaggi, associati a ciascun percorso.

N.B. Gli elementi della lista L devono comparire in ordine non decrescente.

N	
L	

SOLUZIONE

N	4
L	[5,8,8,15]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nello schema seguente:

		⌚		
11	13	14		■
	👑			
	12	■		

I percorsi possibili (consentiti dalle caselle interdette e dalla limitata mobilità del robot) sono 4:

percorso 1	[[2,2],[3,3],[4,4],[3,5]]	premi – pedaggi = 14 – 6 = 8
percorso 2	[[2,2],[3,3],[2,4],[3,5]]	premi – pedaggi = 14 – 6 = 8
percorso 3	[[2,2],[1,3],[2,4],[3,5]]	premi – pedaggi = 11 – 6 = 5
percorso 4	[[2,2],[1,3],[2,4],[3,3],[4,4],[3,5]]	premi – pedaggi = 25 – 10 = 15

ESERCIZIO 5

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni consecutivi necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	3	1
A2	2	1
A3	1	3
A4	2	1
A5	1	2
A6	2	2
A7	2	2
A8	1	3
A9	3	1
A10	2	1
A11	2	1

Le priorità fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività (detta successiva) associata alla sigla di destra può iniziare solo quando l'attività (detta precedente) associata alla sigla di sinistra è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A1,A4], [A2,A6], [A3,A5], [A5,A8], [A4,A7], [A7,A10], [A7,A8], [A8,A9], [A6,A10], [A10,A11], [A11,A9].

Si supponga che ogni attività inizi *prima possibile* (nel rispetto delle priorità): determinare il numero N di giorni necessari per completare il progetto e il numero minimo M di ragazzi necessario per realizzare il progetto così pianificato.

Si supponga poi di avere *solo tre ragazzi* che possono lavorare *contemporaneamente* al progetto: determinare il numero N3 di giorni necessario per completare il progetto (spostando alcune attività nel piano precedente, nel rispetto delle priorità e della disponibilità delle risorse umane che occorre impiegare al massimo).

N	
M	
N3	

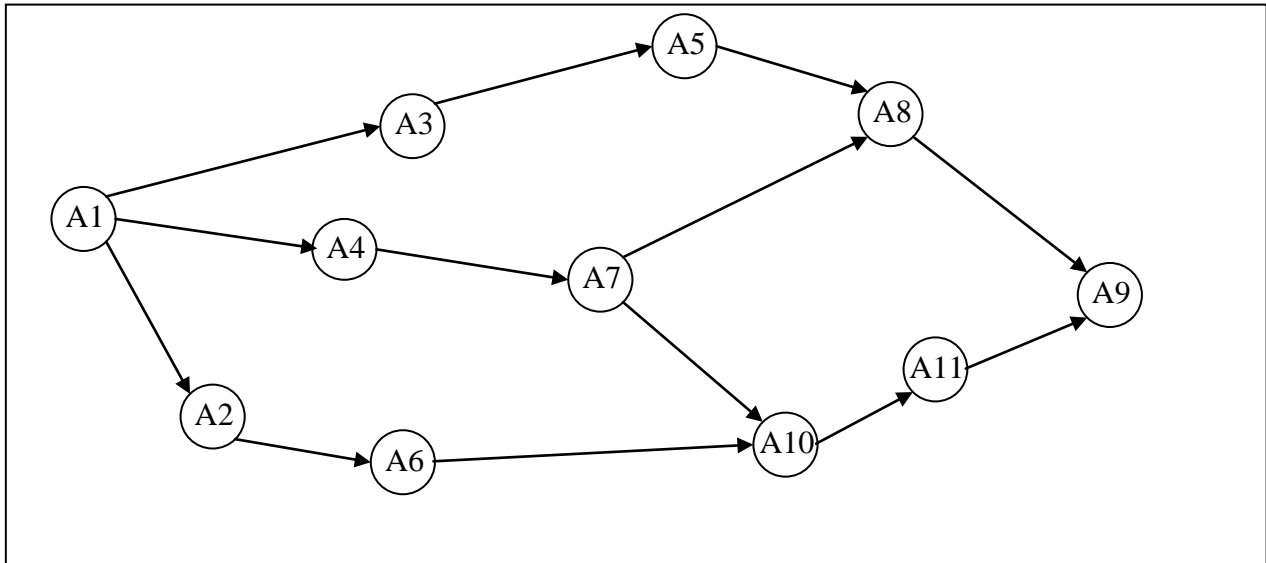
SOLUZIONE

N	10
M	5
N3	10

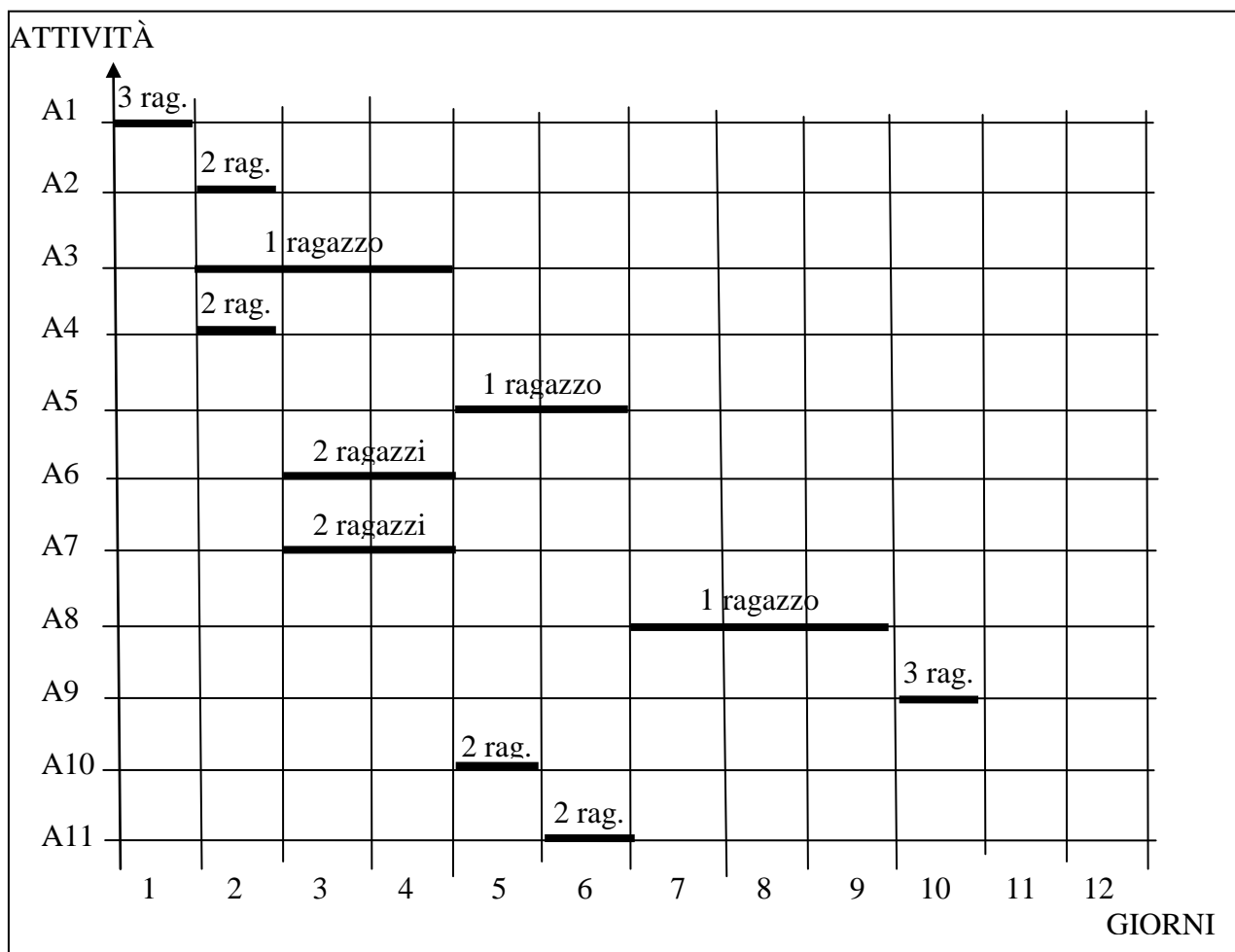
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Occorre prima disegnare il diagramma delle precedenze, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze. Si procede per passi successivi: prima si disegnano in "ordine sparso" dei nodi con etichette che sono le attività (per esempio un cerchietto con la sigla della attività); poi si congiungono con una freccia i nodi che appartengono a un elemento (sottolista) della lista che

rappresenta le priorità; successivamente si procede a ridisegnare, per tentativi, il grafo cercando di “disintrecciare” le frecce: di solito ci si riesce completamente, come nell’esempio in figura (ma non sempre è possibile). Il diagramma delle precedenze esprime in maniera molto “leggibile” la precedenza tra le attività e consente di passare con facilità allo stadio successivo.



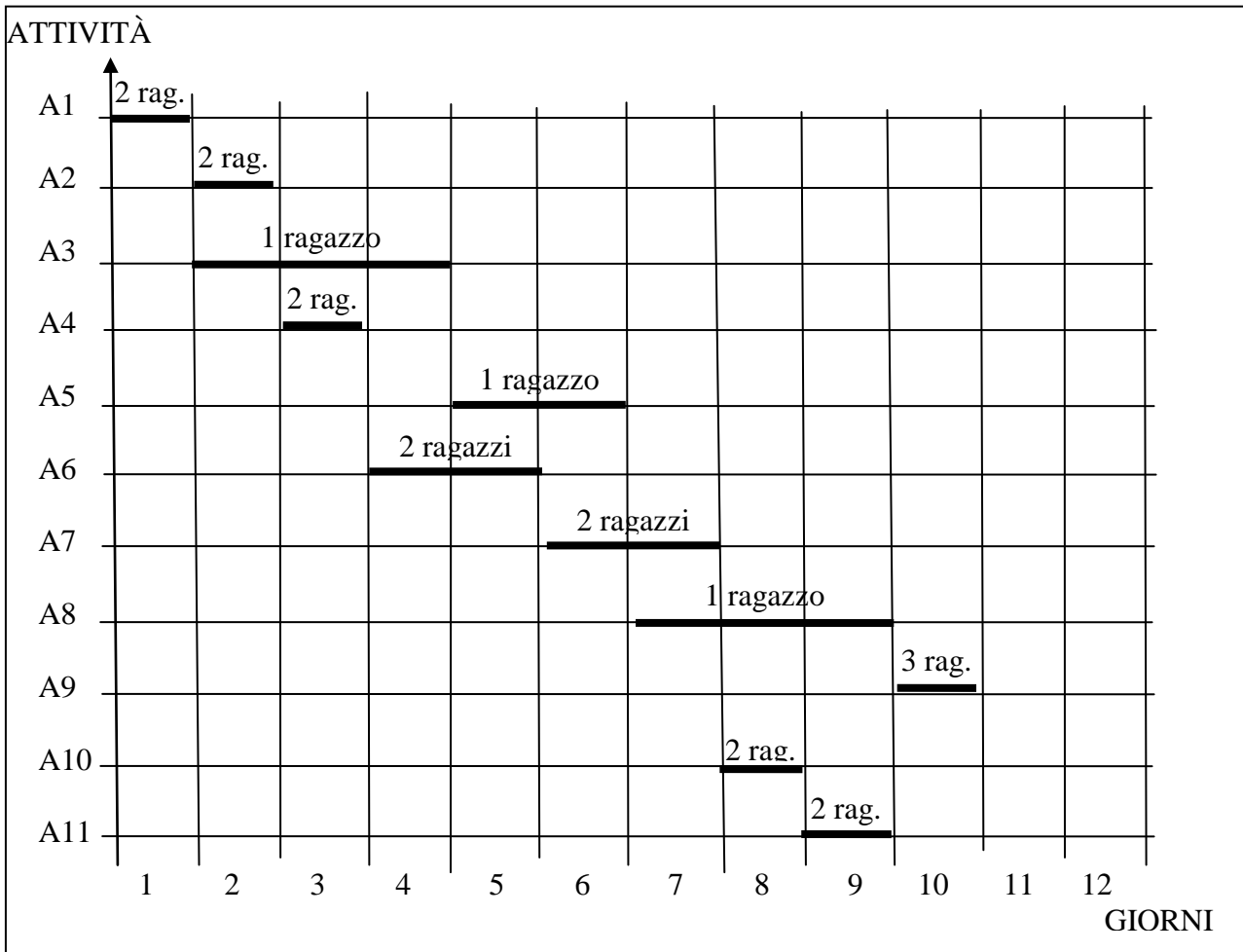
Dal grafo e dalla tabella si può compilare il Gantt; si elencano le attività sull’asse verticale, avendo cura di iniziare (dall’alto) con la prima attività e finire in basso con l’ultima; sull’asse orizzontale si elencano i giorni: *a priori* non si può dire quanti saranno necessari (certamente non più della somma di quelli che compaiono nella tabella che descrive le attività).



Il Gantt precedente è quello *standard* in cui la attività iniziano prima possibile senza vincoli sulla disponibilità delle risorse (cioè dei ragazzi disponibili a lavorare contemporaneamente).

Si vede che il progetto impiega 10 giorni e il massimo numero di ragazzi che lavora in un giorno è 5 (quindi per portare a termine il progetto, così pianificato occorrono almeno 5 ragazzi).

Ragionando sul precedente Gantt è facile vedere che si possono spostare (verso destra) alcune attività in modo che, *rispettando sempre i vincoli sulle precedenze*, non lavorino in un giorno più di tre ragazzi. Si noti che ogni attività comincia prima possibile *nel rispetto dei vincoli posti dalle relazioni di precedenza e dalla disponibilità delle risorse*. In questo caso, come mostra la figura seguente, si riesce a completare il progetto nello stesso numero di giorni.



ESERCIZIO 6

PREMESSA

Per descrivere una procedura di calcolo viene spesso usato un pseudolinguaggio che utilizza parole inglesi e simboli matematici.

La struttura

```
for I from 1 to N step 1 do
  <ciclo>
endfor;
```

prescrive di ripetere le azioni contenute in <ciclo> un numero di volte pari al valore di N; la prima volta con I che vale 1, la seconda volta con I che vale 2, e così via; l'ultima volta il valore di I è uguale al valore di N.

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output, da sistemare nella tabella.

```
procedure PROVA1;
variables J, N, P, S, W integer;
input N, S;
P ← S;
for J from 1 to N step 1 do
  W ← 2 × J + 3;
  P ← P + W;
endfor;
output P;
endprocedure;
```

Calcolare i valori di output corrispondenti ai valori di input come riportati nella seguente tabella.

input		output
N	S	P
5	0	
8	5	

SOLUZIONE

input		output
N	S	P
5	0	45
8	5	101

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per il primo input i valori assunti dalle variabili sono mostrati nella seguente tabella.

	N	S	J	P	W
valori immediatamente prima del ciclo "for"	5	0	\	0	\
valori dopo la ripetizione 1 del ciclo "for"	5	0	1	5	5
valori dopo la ripetizione 2 del ciclo "for"	5	0	2	12	7
valori dopo la ripetizione 3 del ciclo "for"	5	0	3	21	9
valori dopo la ripetizione 4 del ciclo "for"	5	0	4	32	11

valori dopo la ripetizione 5 del ciclo "for"	5	0	5	45	13
--	---	---	---	----	----

Per il secondo input i valori assunti dalle variabili sono mostrati nella seguente tabella.

	N	S	J	P	W
valori immediatamente prima del ciclo "for"	8	5	\	0	\
valori dopo la ripetizione 1 del ciclo "for"	8	5	1	10	5
valori dopo la ripetizione 2 del ciclo "for"	8	5	2	17	7
valori dopo la ripetizione 3 del ciclo "for"	8	5	3	26	9
valori dopo la ripetizione 4 del ciclo "for"	8	5	4	37	11
valori dopo la ripetizione 5 del ciclo "for"	8	5	5	50	13
valori dopo la ripetizione 6 del ciclo "for"	8	5	6	65	15
valori dopo la ripetizione 7 del ciclo "for"	8	5	7	82	17
valori dopo la ripetizione 8 del ciclo "for"	8	5	8	101	19

ESERCIZIO 7

PREMESSA

La struttura

```
for I from 1 to N step 1 do
  <ciclo>
endfor;
```

prescrive di ripetere le azioni contenute in <ciclo> N volte con $I = 1, 2, 3, \dots, N$.

La ripetizione delle azioni può essere descritta anche con la seguente struttura:

```
while <condizione> do
  <ciclo>
endwhile;
```

In questa struttura <condizione> deve essere sostituita da una espressione che può essere vera o falsa, per esempio $A > B$. In tale esempio si richiede che prima di iniziare il ciclo, devono essere assegnati valori ad A e B; se è vero che $A > B$ allora il <ciclo> viene eseguito. Nel ciclo i valori di A o di B (o di entrambi) devono cambiare, altrimenti il ciclo verrebbe ripetuto all'infinito. Quando al termine di un ciclo non risulta più $A > B$, il ciclo non viene ripetuto e il calcolo passa alla istruzione successiva a endwhile.

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA2, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare i valori di output.

```
procedure PROVA2;
variables A, B, C, N integer;
input A, B, C, N;
while A < N do
  A ← A + 4;
  B ← A + B;
  C ← A + C;
endwhile;
output A, B, C;
endprocedure;
```

Calcolare i valori di output corrispondenti ai valori di input come riportati nella seguente tabella.

input				output		
A	B	C	N	A	B	C
1	2	3	15			
3	2	1	30			

SOLUZIONE

input				output		
A	B	C	N	A	B	C
1	2	3	15	17	46	47
3	2	1	30	31	135	134

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Col primo input il ciclo while viene eseguito 4 volte e i valori assunti dalle variabili sono mostrati nella seguente tabella.

	N	A	B	C
valori delle variabili prima del ciclo while	15	1	2	3
valori delle variabili dopo l'esecuzione 1 del ciclo while	15	5	7	8
valori delle variabili dopo l'esecuzione 2 del ciclo while	15	9	16	17
valori delle variabili dopo l'esecuzione 3 del ciclo while	15	13	29	30
valori delle variabili dopo l'esecuzione 4 del ciclo while	15	17	46	47

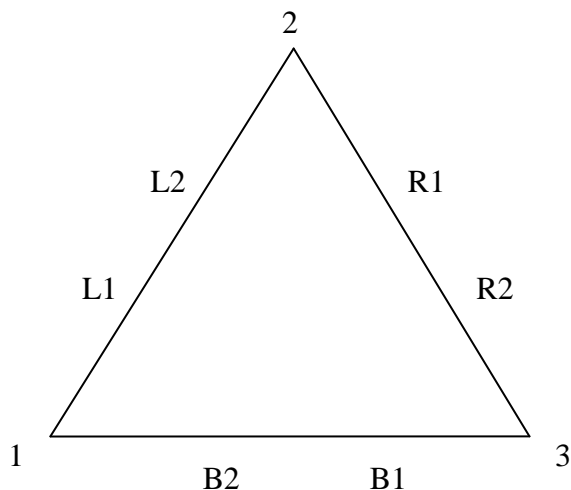
Col secondo input il ciclo while viene eseguito 7 volte e i valori assunti dalle variabili sono mostrati nella seguente tabella.

	N	A	B	C
valori delle variabili prima del ciclo while	30	3	2	1
valori delle variabili dopo l'esecuzione 1 del ciclo while	30	7	9	8
valori delle variabili dopo l'esecuzione 2 del ciclo while	30	11	20	19
valori delle variabili dopo l'esecuzione 3 del ciclo while	30	15	35	34
valori delle variabili dopo l'esecuzione 4 del ciclo while	30	19	54	53
valori delle variabili dopo l'esecuzione 5 del ciclo while	30	23	77	76
valori delle variabili dopo l'esecuzione 6 del ciclo while	30	27	104	103
valori delle variabili dopo l'esecuzione 7 del ciclo while	30	31	135	134

ESERCIZIO 8

PROBLEMA

Osservare il triangolo nella figura seguente.



Ai vertici sono sistemati i numeri 1, 2, 3. Disporre 4, 5, 6, 7, 8, 9 al posto di L1, L2, R1, R2, B1, B2 in modo che la somma dei numeri su ogni lato sia costante:

$$1 + L1 + L2 + 2 = 2 + R1 + R2 + 3 = 3 + B1 + B2 + 1 = 17$$

N.B. L1 è più piccolo di L2, R1 è più piccolo di R2, B1 è più piccolo di B2.

L1	
L2	
R1	
R2	
B1	
B2	

SOLUZIONE

L1	5
L2	9
R1	4
R2	8
B1	6
B2	7

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I numeri disponibili sono 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ma:

$L1 + L2 = 14$; quindi per L1 e L2 sono possibili le coppie (6,8) o (5,9);

$R1 + R2 = 12$; quindi per R1 e R2 sono possibili le coppie (5,7) o (4,8);

$B1 + B2 = 13$; quindi per B1 e B2 sono possibili le coppie (6,7) o (5,8).

Successivamente si procede per tentativi.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Sia data la seguente somma:

$$\begin{array}{r}
 111 + \\
 333 + \\
 555 + \\
 777 + \\
 \underline{999 =} \\
 2775
 \end{array}$$

I cinque addendi che vi compaiono possono essere scritti come una lista L:

[111,333,555,777,999]

in cui, appunto, la somma degli elementi è 2775. Sostituire 0 a *cinque* cifre, opportunamente scelte negli addendi, in modo che la somma sia uguale a 1111; riscrivere la nuova lista L.

N.B. Per ogni elemento di L scrivere sempre tre cifre: compresi, quindi, gli (eventuali) zeri non significativi.

L	
---	--

SOLUZIONE

L	[111,333,500,077,090]
---	-----------------------

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Procedendo comunque per tentativi, si può notare che, nella prima colonna a destra, si possono impiegare due 0 al posto del 5 e del 9 per ottenere come prima cifra a sinistra del risultato un 1, col riporto di 1. Con tale riporto, nella seconda colonna la scelta più economica (cioè che impiega il minor numero di 0) è mettere uno 0 al posto del 5, ottenendo come risultato 1 e riporto 2. Con tale riporto, nella prima colonna non rimane che sostituire gli ultimi due 0 al posto di 7 e 9.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

In a class there are 30 pupils that love practice two sports: 18 pupils swim, 24 pupils run. From these data we cannot say the *exact* number of pupils that enjoy both sports; anyway the *minimum* possible number P and the *maximum* possible number M can be determined: put them in the following table.

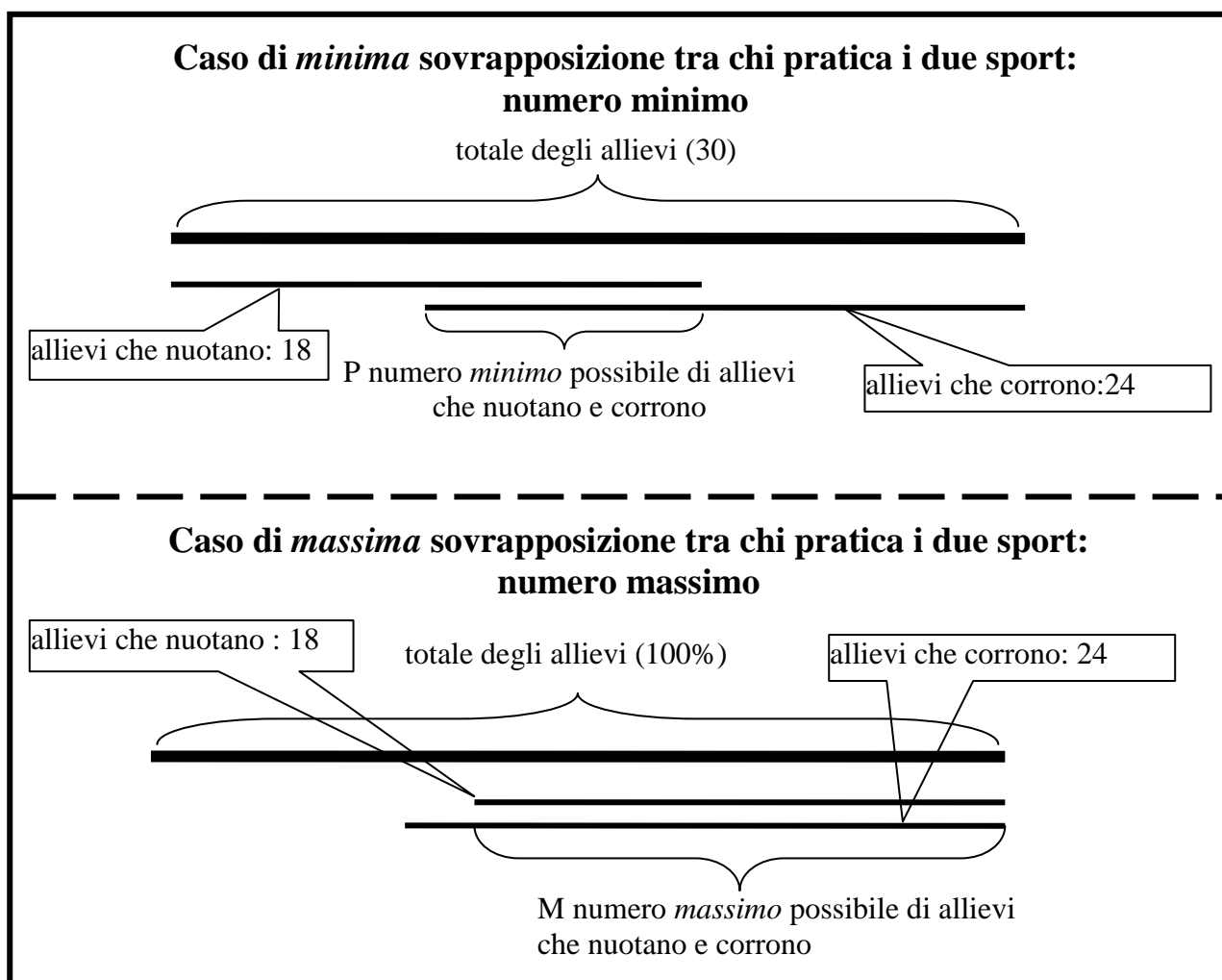
P	
M	

SOLUZIONE

P	12
M	18

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Dalla seguente figura è desumibile facilmente il numero *minimo* P e quello *massimo* M degli allievi che nuotano e corrono.



Dalla prima parte della figura è chiaro che sommando il numero di allievi che nuotano e il numero di allievi che corrono (cioè mettendo in "fila" i due segmenti) si ottiene il numero totale (30) di allievi più P, quindi:

$$P = 18 + 24 - 30 = 12;$$

dalla seconda parte della figura è chiaro che:

$$M = 18.$$