OLIMPIADI di PROBLEM SOLVING

Gare individuali e a squadre di informatica, algoritmica e programmazione.

Firenze 30 gennaio 2015

Antonio Teolis

ARGOMENTI

- Esempio di problema *ricorrente* e obbiettivi di apprendimento: *Knapsack* (per i tre livelli)
- Struttura delle gare a squadre
- Esempio di problema non ricorrente
- Esempi di espressioni formali usate nella formulazione dei problemi ricorrenti

Esempio di problema ricorrente: “Problema dei minerali”.

- Una “soluzione debole” del *Knapsack;*
- Una stessa famiglia di problemi per ognuno dei livelli;
- Difficoltà crescenti con il succedersi delle gare;
- Differente obbiettivo di apprendimento per ognuno dei livelli;
- “Commenti alla soluzione” come suggerimento e guida ai docenti.

Esempio 1/1 elementari GARA1 (2015)/1

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,15,35) tab(m2,19,46) tab(m3,14,25) tab(m4,10,12)

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 59 Kg trovare la lista L delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo V; N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3< …

SOLUZIONE

L	[m2,m4]
V	29

Esempio 1/2 elementari GARA1 (2015)/2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema occorre considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di due minerali diversi, il loro valore e il loro peso.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1, m4" è uguale alla combinazione "m4, m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati, come richiesto dal problema

COMBINAZIONI	VALORE	PESO	TRASPORTABILI
[m1,m2]	15+19=34	35+46=81	no
[m1,m3]	15+14=29	35+25=60	no
[m1,m4]	15+10=25	35+12=37	si
[m2,m3]	19+14=33	46+25=71	no
[m2,m4]	19+10=29	46+12=58	si
[m3,m4]	14+10=24	25+12=37	si

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte la combinazioni che iniziano col "primo" minerale, poi tutte quelle che iniziano col "secondo" minerale, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

Esempio 1/3 elementari GARA6 (2014)/1

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,40,61) tab(m2,38,62) tab(m3,42,65) tab(m4,44,66) tab(m5,39,63)

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 190 Kg trovare la lista L delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo V; N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3< …

SOLUZIONE

L	[m1,m4,m5]
V	123

Esempio 1/4 elementari GARA6 (2014)/2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per risolvere il problema occorre considerare *tutte* le possibili combinazioni di tre minerali diversi, il loro valore e il loro peso; quindi individuare le combinazioni trasportabili (cioè con peso complessivo minore o eguale a 190) e tra queste ultime scegliere quella di maggior valore.

COMBINAZIONI DI TRE MINERALI	VALORE	PESO
[m1,m2,m3]	120	188
[m1,m2,m4]	122	189
[m1,m2,m5]	117	186
[m1,m3,m4]	126	192
[m1,m3,m5]	121	189
[m1,m4,m5]	123	190
[m2,m3,m4]	124	193
[m2,m3,m5]	119	190
[m2,m4,m5]	121	191
[m3,m4,m5]	125	194

Esempio 1/5 medie GARA1 (2015)/1

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,80,43) tab(m2,60,34) tab(m3,65,35)
tab(m4,70,34) tab(m5,72,45) tab(m6,83,51)

Disponendo di un motocarro con portata massima di 70 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo. Disponendo di un secondo motocarro con portata massima di 100 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

SOLUZIONE

L1	[m3,m4]
L2	[m1,m6]

Esempio 1/6 medie GARA1 (2015)/2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre considerare *tutte* le possibili *combinazioni* (15 in questo caso) di due minerali diversi, il loro valore e il loro peso.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1, m4" è uguale alla combinazione "m4, m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati come richiesto dal problema.

			TRASPORTABILITÀ	
COMBINAZIONI	VALORE	PESO	PRIMO AUT.	SECONDOAUT.
[m1,m2]	80+60=140	43+34=77	no	si
[m1,m3]	80+65=145	43+35=78	no	si
[m1,m4]	80+70=150	43+34=77	no	si
[m1,m5]	80+72=152	43+45=88	no	si
[m1,m6]	80+83=163	43+51=94	no	si
[m2,m3]	60+65=125	34+35=69	si	si
[m2,m4]	60+70=130	34+34=68	si	si
…	…	…	…	…

Esempio 1/7 medie GARA6 (2014)/1

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,50,90) tab(m2,54,99) tab(m3,53,97)
tab(m4,59,115) tab(m5,52,95) tab(m6,48,76)

Disponendo di un motocarro con portata massima di 265 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo. Disponendo di un secondo motocarro con portata massima di 305 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 3 minerali diversi che siano trasportabili con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

SOLUZIONE

L1	[m1,m2,m6]
L2	[m1,m2,m4]

Esempio 1/8 medie GARA6 (2014)/2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di due minerali diversi, il loro valore e il loro peso.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione “m1,m3,m4” è uguale alla combinazione “m4,m3,m1”. Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi siano ordinati come richiesto dal problema.

			TRASPORTABILITÀ	
COMBINAZIONI	VALORE	PESO	PRIMO AUT.	SECONDOAUT.
[m1,m2,m3]	157	286	no	si
[m1,m2,m4]	163	304	no	si
[m1,m2,m5]	156	284	no	si
[m1,m2,m6]	152	265	si	si
[m1,m3,m4]	162	302	no	si
…	…	…	…	…

PROCEDIMENTO COMPLESSO

Esempio 1/9 medie GARA6 (2014)/3

Per particolari problemi esistono comunque modi “più veloci”, detti *euristici* che consentono di (costruire ed) esaminare un minor numero di combinazioni.

Disponendo i minerali in ordine crescente di peso si ha:

SIGLA	PESO	VALORE
m6	76	48
m1	90	50
m5	95	52
m3	97	53
m2	99	54
m4	115	59

Prima domanda (265 Kg): la terna deve contenere m6 (che ha *peso minimo*) e la coppia dei rimanenti fino a 189 Kg di maggior valore: m2 e m1;
Seconda domanda (305 Kg) la terna ‘‘deve’’ contenere m4 (che ha *valore massimo*) e la coppia dei rimanenti fino a 190 di maggior valore: m2 e m1 (valore 163).
Controprova: esaminare le terne che non contengono m6 o m4.

Esempio 1/10 superiori GARA1 (2015)/1

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,203,150)	tab(m2,170,140)	tab(m3,180,130)
tab(m4,185,125)	tab(m5,210,149)	tab(m6,190,130)
tab(m7,186,121)	tab(m8,202,141)	tab(m9,169,133)

Disponendo di un motocarro con portata massima di 300 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo. Disponendo di un secondo motocarro con portata massima di 380 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 3 minerali diversi che siano trasportabili con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<… <m9.

SOLUZIONE

L1	[m1,m5]
L2	[m4,m6,m7]

Esempio 1/11 superiori GARA1 (2015)/2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
In generale, un metodo per risolvere il problema (detto della *forza bruta*) è quello di generare tutte le combinazioni di 2 o di 3 minerali presi tra i nove del deposito, calcolarne peso e valore e scegliere, tra quelle trasportabili, quella che ha valore maggiore; poiché tali combinazioni sono rispettivamente (9×8)/(2×1) = 36 e (9×8×7)/(3×2×1) = 84, tale metodo è "pesante" (cioè richiede molti calcoli).

Per particolari problemi esistono comunque modi "più veloci", detti *euristici* che consentono di (costruire ed) esaminare un minor numero di combinazioni.

Per la prima domanda del problema in esame si può osservare che tutte le coppie di minerali sono trasportabili (cioè pesano meno di 300 chili): allora basta prendere in considerazione i due minerali di maggior valore: m1 ed m5.

Esempio 1/12 superiori GARA1 (2015)/3

Per la seconda domanda si può osservare che solo poche terne possono essere trasportate; conviene allora disporre i minerali in ordine crescente di peso:

MINERALE	PESO	VALORE
m7	121	186
m4	125	185
m3	130	180
m6	130	190
m9	133	169
m2	140	170
…	…	…

Ci si può arrestare a m2, perché ogni terna che contiene m2 pesa più di 380 Kg.; in realtà si può escludere anche m9, perché ha il valore più basso; in conclusione si può cercare la soluzione tra i primi 4 minerali e quindi prendere in considerazione (4×3×2)/(3×2×1) = 4 combinazioni.

[m7,m4,m3]	376	551
[m7,m4,m6]	376	561
[m7,m3,m6]	381	non trasportabile
[m4,m3,m6]	385	non trasportabile

Naturalmente la lista che rappresenta la soluzione deve essere scritta come richiesto dal problema, cioè [m4,m6,m7].

Esempio 1/13 superiori GARA6 (2014)/1

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,143,139)	tab(m2,147,140)	tab(m3,148,135)
tab(m4,145,140)	tab(m5,148,160)	tab(m6,149,142)
tab(m7,146,155)	tab(m8,142,146)	tab(m9,151,150)
tab(m10,146,155)	tab(m11,142,146)	tab(m12,150,150)

Disponendo di un motocarro con portata massima di 300 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di 2 minerali diversi che siano trasportabili con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo. Disponendo di un motocarro con portata massima di 415 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 3 minerali diversi che siano trasportabili con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo. Disponendo di un motocarro con portata massima di 570 Kg, trovare la lista L3 delle sigle di 4 minerali diversi che siano trasportabili con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<… <m9.

Esempio 1/14 superiori GARA6 (2014)/2

SOLUZIONE

L1	[m9,m12]
L1	[m2,m3,m41]
L3	[m2,m3,m6,m9]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Un metodo per risolvere il problema (detto della *forza bruta*) è quello di generare tutte le combinazioni di 2, 3, 4 minerali scelti tra i nove del deposito, calcolarne peso e valore e scegliere, tra quelle trasportabili, quella che ha valore maggiore; poiché tali combinazioni sono rispettivamente (12×11)/(2) = 66, (12×11×10)/(3×2) = 220, (12×11×10×9)/(4×3×2) = 495, tale metodo è “pesante” (cioè richiede molti calcoli).

Per particolari problemi esistono comunque modi “più veloci”, detti *euristici* che consentono di (costruire ed) esaminare un minor numero di combinazioni.

…

STRUTTURA DELLE GARE A SQUADRE (2015)-1

- Tre livelli di partecipazione: elementari, medie, superiori.
- Ogni squadra (di ciascun livello) è composta di 4 partecipanti.
- Per ogni livello: 7 gare (una al mese, da novembre a maggio).
- Ogni gara (di ciascun livello) consiste di: 7 problemi *ricorrenti*, tre “pseudoprogrammi”, 2 problemi *nuovi* in inglese.
- Le prime cinque gare sono di allenamento e apprendimento.
- La sesta gara è la *selezione regionale* (in cui vengono selezionate 20 squadre).
- La settima gare è la *finale*; si svolge a Roma.
- Vengono assegnati dei (piccoli) premi ai componenti delle prime tre squadre classificate per ogni livello della finale.

STRUTTURA DELLE GARE A SQUADRE (2015)-2

Nel compilare i testi dei problemi si cerca di:

- preparare problemi ‘‘semplici’’ e della stessa difficoltà per le prime due gare;
- preparare problemi via via più difficili per le tre gare successive.
- mantenere la difficoltà di GARA6 allo stesso livello di GARA5;
- preparare problemi più difficili per la finale.

N.B. È comunque difficile stabilire *a priori* la difficoltà di un problema.

STRUTTURA DELLE GARE A SQUADRE (2015)-3

PROBLEMI DELLE GARE PER LE ELEMENTARI

1 Regole e deduzioni
2 Robot 1
3 Robot 2
4 Comprensione di un testo in italiano
5 Knapsack (illustrato prima in qualche dettaglio)
6 Percorso in un grafo
7 Pianificazione (costruzione di un diagramma di Gantt)
8-10 Comprensione (ed “esecuzione” manuale) di un programma (in uno pseudolinguaggio procedurale).
11-12 Problemi (di volta in volta diversi) in inglese.

STRUTTURA DELLE GARE A SQUADRE (2015)-4

PROBLEMI DELLE GARE PER LE MEDIE E LE SUPERIORI

1 Regole e deduzioni
2 Percorso del cavallo (su una scacchiera)
3 Knapsack (illustrato prima in qualche dettaglio)
4 Comprensione di un testo in italiano
5 Problema di combinatoria in inglese
6 Percorso in un grafo
7 Pianificazione (costruzione di un diagramma di Gantt)
8-10 Comprensione (ed "esecuzione" manuale) di un programma (in uno pseudolinguaggio procedurale).
11-12 Problemi (di volta in volta diversi) in inglese.

ESEMPIO DI PROBLEMA NON RICORRENTE - 1

PROBLEMA PER LE ELEMENTARI. **GARA1**-2015

It takes 4 workers 10 hours to unload one truck. How long would it take 5 workers to unload the same truck in the same working conditions? Put your answer, in hours, in the box below.

SOLUZIONE

$\boxed{8}$

Voto medio 36/100

ESEMPIO DI PROBLEMA NON RICORRENTE - 2

PROBLEMA PER LE MEDIE. **GARA1**-2015

Suppose today is Friday. What day of the week will it be 181 days from now? Enter your answer in the box below. Remember that in English the day of the week are capitalized.
Hint: think of a diagram or chart to make the problem easier and remember that there are 7 days in a week.

SOLUZIONE

Thursday

Voto medio 56/100

ESEMPIO DI PROBLEMA NON RICORRENTE - 3

PROBLEMA PER LE SUPERIORI. **GARA1**-2015

The sum of five consecutive even numbers is 740. Enter the list of the five numbers, in ascending order, in the box below.

SOLUZIONE

[144,146,148,150,152]

Voto medio 31/100

Espressioni formali usate nella formulazione dei problemi - 1

i termini: esempio

nome del termine

senza spaziature!

$$\text{arco}(\underbrace{A,V,8,12}_{\text{argomenti in numero qualunque}})$$

argomenti
in numero qualunque

Espressioni formali usate nella formulazione dei problemi - 2

Semantica: **termini** si usano, ad esempio, per indicare:

- gli archi di un grafo: arco(n2,n3,12)
- caratteristiche di oggetti: tab(minerale1,120,34)
- relazioni: padre(Giovanni,Filippo)
- ecc.

Esempio di struttura e “semantica” di un termine:

arco(<nodo di partenza>,<nodo di arrivo>,<peso>)

Espressioni formali usate nella formulazione dei problemi - 3

le liste: esempio

senza spaziature

[A,B,C,12]

argomenti
in numero qualunque

Espressioni formali usate nella formulazione dei problemi - 4

Semantica: **le liste** si usano per indicare elenchi o, in generale, insiemi ordinati. Quindi, ad esempio

[alfa,beta,gamma,delta] $\neq$ [beta,alfa,gamma,delta]